

PHÂN TÍCH KẾT CẤU KHUNG PHẪNG CÓ LIÊN KẾT ĐÀN HỒI TẠI NÚT

ThS. Trịnh Anh Hào

Công ty cổ phần đầu tư, tư vấn và thi công xây dựng Việt Nam

KS. Hoàng Trọng Khuyến

Trường Đại học Xây dựng

Tóm tắt: Trong các mô hình tính toán kết cấu hệ thanh hiện nay, liên kết nút giữa các thanh thường giả thiết là cứng tuyệt đối, việc xét đến liên kết nút đàn hồi còn ít được áp dụng trong tính toán thực tiễn mặc dù các liên kết đàn hồi thường xuyên xuất hiện trong kết cấu công trình thực. Bài báo này trình bày các tính toán kết cấu khung có xét đến các liên kết nút đàn hồi bằng phương pháp phần tử hữu hạn, từ đó nghiên cứu ảnh hưởng của các liên kết đàn hồi đến sự phân bố nội lực và chuyển vị trong kết cấu. Các kết quả nhận được có thể áp dụng vào tính toán thực tiễn.

Summary: Frame structure analysis model with the flexible connections is not usually applied in structural analysis for practical design. However, the flexible connection joints are often seen in real structure. Nowadays, with the support of the theoretical calculation and the numerical example carried out by the developed computer program, mathematical analysis software with range of different products to analyze the limits of the joints on the elements with the matrix of loading, stiffness, displacement and the results allow us to create the structures close to the practical needs of the structure works.

1. Mở đầu

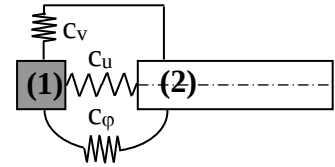
Khi tính toán kết cấu khung, ta thường giả thiết các thanh được liên kết cứng với nhau tại nút. Trên thực tế, các nút không phải là cứng tuyệt đối mà là các liên kết đàn hồi, nghĩa là độ cứng của các liên kết này có thể thay đổi từ 0 đến ∞ (cứng tuyệt đối). Khi đó, vấn đề đặt ra là việc tính toán kết cấu khung có liên kết đàn hồi này như thế nào và ảnh hưởng của các liên kết đàn hồi đến sự phân bố nội lực trong kết cấu ra sao?

Theo hướng nghiên cứu này, tác giả Nguyễn Xuân Hùng đã xây dựng ma trận độ cứng động lực và véc tơ tải trọng quy về nút của phần tử thanh thẳng có liên kết đàn hồi tại nút [2], tác giả Cao Văn Mão đã xây dựng bài toán phân tích kết cấu khung thép phẳng có nút cứng và liên kết đàn hồi (hay nửa cứng) [3], tác giả Nguyễn Hồng Sơn đã xây dựng siêu phần tử thanh cho bài toán phân tích kết cấu thép có kể đến ảnh hưởng của biến dạng trượt trong thanh [4].

Trong bài báo này, tác giả đề cập đến việc tính toán kết cấu khung có các liên kết đàn hồi bằng phương pháp phần tử hữu hạn, từ đó nghiên cứu ảnh hưởng của các liên kết đàn hồi đến sự phân bố nội lực trong kết cấu. Để làm được điều này, tác giả đã xây dựng mô hình phần tử thanh có liên kết đàn hồi tại hai đầu, sau đó lập chương trình phân tích kết cấu dạng thanh có liên kết đàn hồi theo phương pháp phần tử hữu hạn trong môi trường MatLab.

2. Mô hình tính toán

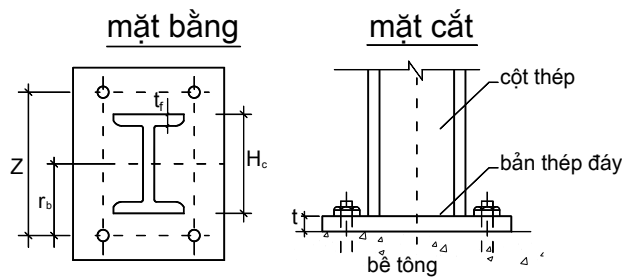
Mô hình kết cấu hệ thanh tổng quát bao gồm các thanh liên kết với nhau ở các nút, trong đó liên kết giữa thanh và nút có thể là khớp, ngàm cứng,... hay là các liên kết đàn hồi. Đối với kết cấu hệ thanh phẳng trên hình 1, liên kết giữa nút (1) và thanh (2) là liên kết đàn hồi với 3 lò xo đàn hồi có độ cứng c_u , c_v , c_ϕ . Khi độ cứng của các lò xo có giá trị bằng 0 hay ∞ , ta nhận được liên kết ngàm cứng ($c_u=c_v=c_\phi=\infty$), khớp ($c_u=c_v=\infty, c_\phi=0$), ngàm trượt ($c_u=c_\phi=\infty, c_v=0$),...



Hình 1.

Trong các tiêu chuẩn AISC-ASD [4], Eurocode 3 [5] cũng đề xuất các dạng liên kết khi tính toán các cấu kiện thép là: liên kết cứng, nửa cứng, khớp thông thường và đàn hồi. Việc xác định giá trị độ cứng của các lò xo liên kết đàn hồi tại các nút gắn liền với các tiêu chuẩn về sử dụng vật liệu cũng như khả năng cấu tạo thực tế của các liên kết. Do vậy nếu bổ sung các nghiên cứu xác định độ cứng của các liên kết có trong thực tế để áp dụng vào mô hình tính toán sẽ làm tăng tính ứng dụng của phương pháp này. Hình 2a là ví dụ đối với liên kết chân cột thép với móng bê tông cốt thép bằng 4 bu lông, công thức tính giá trị của lò xo liên kết đàn hồi uốn c_ϕ là [6],[7].

$$c_\phi = \frac{E \cdot t}{20} \left(r_b + \frac{H_c}{2} - \frac{t_f}{2} \right)^2 \quad (1)$$

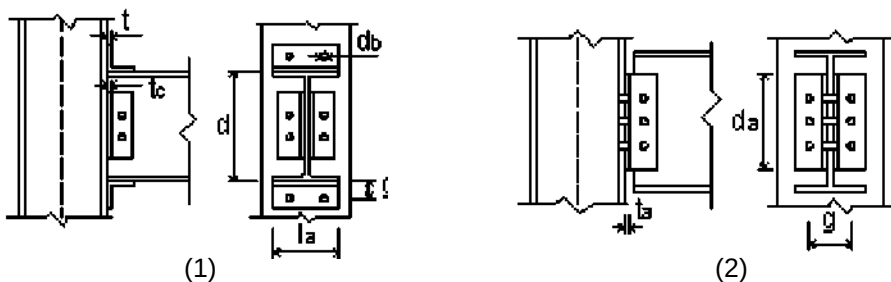


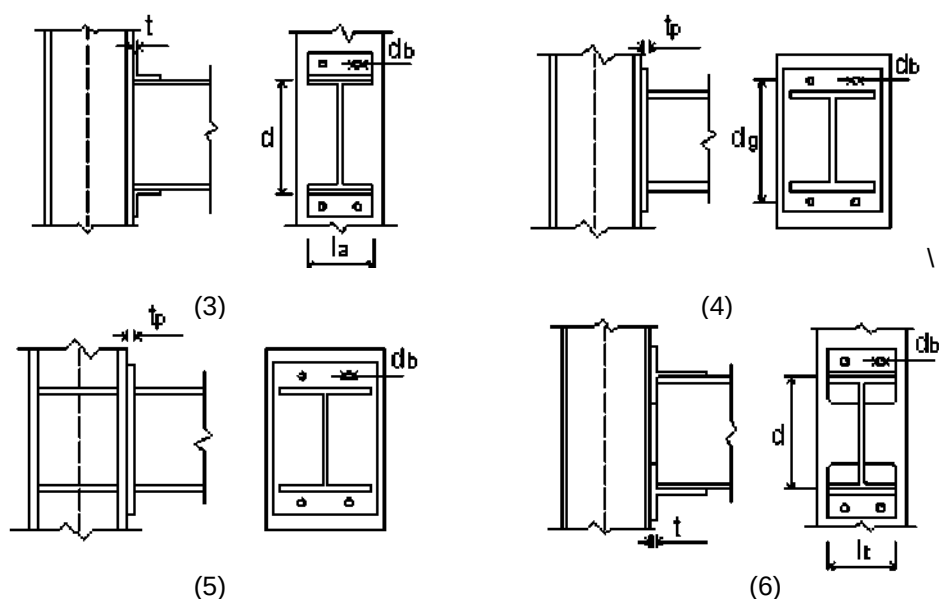
Hình 2a.

Trường hợp kết cấu thép có dầm liên kết với cột theo các dạng hình 2b - (1),(2),(3),(4),(5),(6) công thức thực nghiệm cho độ cứng lò xo tại đầu dầm [6], [7]:

$$\theta_r = c_1(\kappa M)^1 + c_2(\kappa M)^3 + c_3(\kappa M)^5; \quad c_\phi = M / \theta_r \quad (2)$$

Trong đó: c_1, c_2, c_3 và k tương ứng là các hệ số liên kết và hệ số tiêu chuẩn cho trong bảng 1.



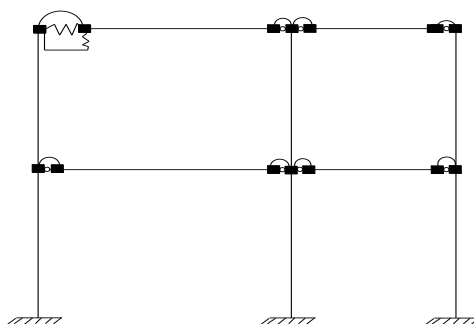


Hình 2b.

Bảng 1. Các hệ số liên kết

Dạng liên kết	Các hệ số liên kết c_i	Hệ số tiêu chuẩn
1	$c_1 = 3.66 \times 10^{-4}$ $c_2 = 1.15 \times 10^{-6}$ $c_3 = 4.57 \times 10^{-8}$	$\kappa = d_a^{-2.4} t_a^{-1.81} g^{0.15}$
2	$c_1 = 2.23 \times 10^{-5}$ $c_2 = 1.85 \times 10^{-8}$ $c_3 = 3.19 \times 10^{-12}$	$\kappa = d^{-1.287} t^{-1.128} t_c^{-0.415} l_a^{-0.694} g^{1.35}$
3	$c_1 = 8.46 \times 10^{-4}$ $c_2 = 1.01 \times 10^{-4}$ $c_3 = 1.24 \times 10^{-8}$	$\kappa = d^{-1.5} t^{-0.5} l_a^{-0.7} d_b^{1.5}$
4	$c_1 = 1.83 \times 10^{-3}$ $c_2 = 1.04 \times 10^{-4}$ $c_3 = 6.38 \times 10^{-6}$	$\kappa = d_g^{-2.4} t_p^{-0.4} d_b^{-1.5}$
5	$c_1 = 1.79 \times 10^{-3}$ $c_2 = 1.76 \times 10^{-4}$ $c_3 = 2.04 \times 10^{-4}$	$\kappa = d_g^{-2.4} t_p^{-0.6}$

Hình 3 là một ví dụ về kết cấu khung 2 tầng hai nhịp có các liên kết đàn hồi tại các nút.

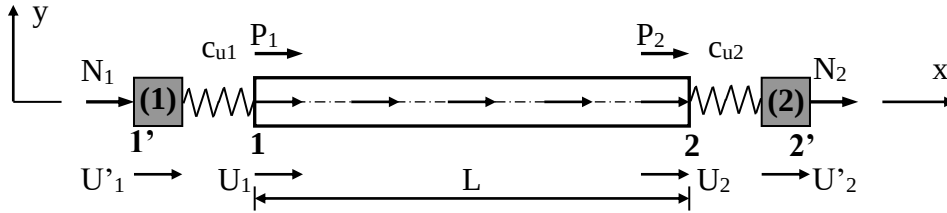


Hình 3.

3. Mô hình phần tử hữu hạn của thanh thẳng có tiết diện không đổi với liên kết đàn hồi tại nút

3.1 Thanh thẳng chịu kéo nén

Xét phần tử thanh thẳng có tiết diện không đổi A , chiều dài L , mô đun đàn hồi E và các liên kết đàn hồi ở hai đầu thanh như hình 4. Ký hiệu c_{u1} , c_{u2} là độ cứng của liên kết đàn hồi qui ước; U'_1 , U'_2 tương ứng là chuyển vị tại các tiết diện 1' và 2'; U_1 , U_2 tương ứng là chuyển vị tại tiết diện các 1 và 2; N_1 , N_2 tương ứng là lực tác dụng tại các tiết diện 1' và 2'. Tại trạng thái cân bằng, lực tác dụng tại các tiết diện 1' và 2' cũng chính bằng lực tác dụng lên tiết diện 1 và 2 tương ứng.



Hình 4.

Quan hệ giữa chuyển vị U_1 và U'_1 , U_2 và U'_2 được biểu diễn bởi phương trình sau:

$$\begin{pmatrix} U'_1 \\ U'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_1/c_{u1} \\ N_2/c_{u2} \end{pmatrix}$$

hay là: $U = U' - U^*$ (3)

trong đó:

$$U = (U_1 \ U_2)^T; U' = (U'_1 \ U'_2)^T; U^* = (N_1/c_{u1} \ N_2/c_{u2})^T; N = (N_1 \ N_2)^T$$

Đối với phần tử thanh đàn hồi 1-2, quan hệ giữa lực nút N , tải trọng quy về nút P và ma trận độ cứng K_0 của phần tử có dạng [8]:

$$K_0 U = P + N \quad (4)$$

trong đó:

$$K_0 = \frac{EA}{L} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; N = \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix}; P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Thay (3) vào (4), ta có:

$$K_0 U' - K_0 U^* = P + N$$

hay là: $\tilde{K} N = K_0 U' - P$ (6)

$$\text{với: } \tilde{K} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{11}^0/c_{u1} & k_{12}^0/c_{u2} \\ k_{12}^0/c_{u1} & k_{22}^0/c_{u2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{EA}{c_{u1}L} & -\frac{EA}{c_{u2}L} \\ -\frac{EA}{c_{u1}L} & \frac{EA}{c_{u2}L} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Vì $\tilde{K}$ khả nghịch nên (6) có thể viết thành:

$$N = \tilde{K}^{-1} K_0 U' - \tilde{K}^{-1} P$$

hay dưới dạng (4): $KU' = N + P^{td}$ (8)

với ma trận độ cứng K có dạng:

$$K = \tilde{K}^{-1} . K_0 = \frac{c_{u0}}{1 + \frac{c_{u0}}{c_{u1}} + \frac{c_{u0}}{c_{u2}}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; c_{u0} = \frac{EA}{L} \quad (9)$$

và véc tơ lực quy về nút P^{td} của phần tử chịu kéo nén có liên kết đàn hồi ở đầu thanh là :

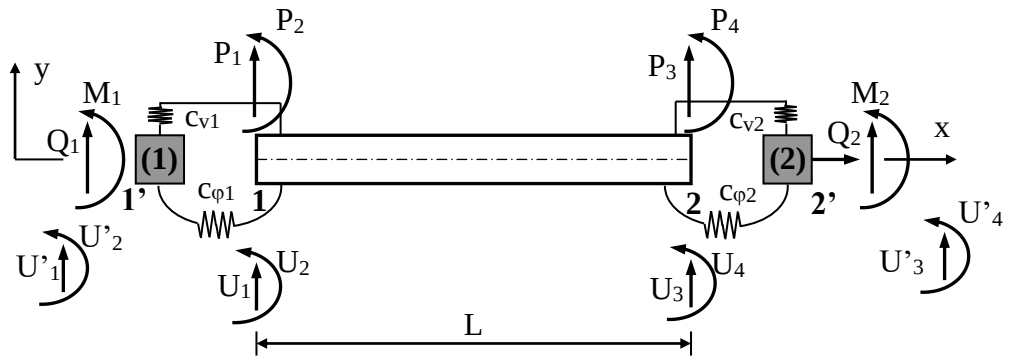
$$P^{td} = \tilde{K}^{-1} . P \quad (10)$$

Đối với trường hợp tải trọng dọc phân bố đều theo trục thanh với cường độ p_0 , ta có :

$$P = \frac{p_0 L}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; P^{td} = \frac{p_0 L}{2} \frac{1}{1 + \frac{c_{u0}}{c_{u1}} + \frac{c_{u0}}{c_{u2}}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3.2. Thanh thẳng chịu uốn

Xét thanh thẳng có tiết diện không đổi chịu uốn với các liên kết đàn hồi như trên hình 5. Ký hiệu c_{v1} , $c(1, cv2)$, $c(2$ là độ cứng của liên kết đàn hồi quy ước; $U'1$, $U'2$, $U'3$, $U'4$ tương ứng là chuyển vị tại các tiết diện 1' và 2'; $U1$, $U2$, $U3$, $U4$ tương ứng là chuyển vị tại các tiết diện 1 và 2 ; $M1$, $Q1$, $M2, Q2$ tương ứng là lực tác dụng tại các tiết diện 1' và 2'. Tại trạng thái cân bằng, lực tác dụng tại tiết diện 1' và 2' cũng chính bằng lực tác dụng lên các tiết diện 1 và 2 tương ứng.



Hình 5.

Quan hệ giữa các chuyển vị nút U và U' có dạng tương tự (1):

$$U_1 = U'_1 - \frac{Q_1}{c_{v1}}; U_2 = U'_2 - \frac{M_1}{c_{\varphi1}}; U_3 = U'_3 - \frac{Q_2}{c_{v2}}; U_4 = U'_4 - \frac{M_2}{c_{\varphi2}}$$

hay là: $U = U' - U^*$ (11)

trong đó:

$$U = (U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4)^T ; U' = (U'_1 \ U'_2 \ U'_3 \ U'_4)^T ; U^* = \begin{pmatrix} \frac{Q_1}{c_{v1}} & \frac{M_1}{c_{\varphi1}} & \frac{Q_2}{c_{v2}} & \frac{M_2}{c_{\varphi2}} \end{pmatrix}^T$$

Đối với phần tử thanh 1-2, quan hệ giữa lực nút R , tải trọng quy về nút P và ma trận độ cứng K_0 của phần tử có dạng tương tự (4).

$$K_0 U = P + R \quad (12)$$

trong đó:

$$K_0 = \frac{EI_z}{L^3} \begin{pmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{pmatrix} ; R = \begin{pmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{pmatrix} ; P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Thực hiện biến đổi tương tự như trường hợp phần tử thanh chịu kéo nén, ta được:

$$\tilde{K} R = K_0 U' - P \quad (14)$$

với:

$$\begin{aligned} \tilde{K} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{11}^0/c_{v1} & k_{12}^0/c_{\varphi1} & k_{13}^0/c_{v2} & k_{14}^0/c_{\varphi2} \\ k_{21}^0/c_{v1} & k_{22}^0/c_{\varphi1} & k_{23}^0/c_{v2} & k_{24}^0/c_{\varphi2} \\ k_{31}^0/c_{v1} & k_{32}^0/c_{\varphi1} & k_{33}^0/c_{v2} & k_{34}^0/c_{\varphi2} \\ k_{41}^0/c_{v1} & k_{42}^0/c_{\varphi1} & k_{43}^0/c_{v2} & k_{44}^0/c_{\varphi2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{EI_z}{L^3} \begin{pmatrix} 12/c_{v1} & 6L/c_{\varphi1} & -12/c_{v2} & 6L/c_{\varphi2} \\ 6L/c_{v1} & 4L^2/c_{\varphi1} & -6L/c_{v2} & 2L^2/c_{\varphi2} \\ -12/c_{v1} & -6L/c_{\varphi1} & 12/c_{v2} & -6L/c_{\varphi2} \\ 6L/c_{v1} & 2L^2/c_{\varphi1} & -6L/c_{v2} & 4L^2/c_{\varphi2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

Vì $\tilde{K}$ khả nghịch nên (14) có thể viết thành:

$$R = \tilde{K}^{-1} K_0 U' - \tilde{K}^{-1} P \quad (16)$$

$$\text{hay dưới dạng (4):} \quad K U' = R + P^{td} \quad (17)$$

với ma trận độ cứng K có dạng:

$$K = \tilde{K}^{-1} \cdot K_0 \quad (18)$$

và véc tơ lực quy về nút P^{td} của phần tử thanh chịu uốn có liên kết đàn hồi ở đầu thanh là:

$$P^{td} = \tilde{K}^{-1} \cdot P \quad (19)$$

Giả thiết các biến dạng kéo nén và uốn là độc lập nhau, khi đó ta nhận được ma trận độ cứng và véc tơ tải trọng quy về nút của phần tử thanh thẳng có liên kết đàn hồi tại nút là tổ hợp của phần tử thanh chịu kéo nén và phần tử dầm chịu uốn trong hệ tọa độ địa phương. Các thủ tục chuyển ma trận độ cứng và véc tơ tải trọng quy về nút từ hệ tọa độ địa phương về hệ tọa độ tổng thể, lắp ghép và giải bài toán phần tử hữu hạn tương tự như đã trình bày trong [1].

4. Ví dụ tính toán

Để xét ảnh hưởng của các liên kết đàn hồi đến sự phân bố nội lực trong kết cấu, ta xét khung phẳng cho trên hình 6a với các tham số: môđun đàn hồi $E = 2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$; mômen quán tính và diện tích tiết diện của thanh CA, AB là $I_1 = I_2 = 12 \times 10^{-5} \text{ m}^4$; $A_1 = A_2 = 0,03 \text{ m}^2$; mômen quán tính và diện tích tiết diện của thanh BD là $I_3 = 15 \times 10^{-5} \text{ m}^4$; $A_3 = 0,035 \text{ m}^2$. Khung chịu tải trọng ngang phân bố với cường độ 50 kN/m và tải trọng tập trung tại nút A với giá trị 400 kN .

Ta xét một số trường hợp:

a. Khi liên kết thanh với nút là đàn hồi với độ cứng lò xo: $c_\varphi = 5000 \text{ kNm}$; $c_v = 40\,000 \text{ kN/m}$.

Kết quả tính các thành phần ứng lực thể hiện trên hình 6: mômen uốn (hình 6b), lực dọc (hình 6c) và lực cắt (hình 6d).

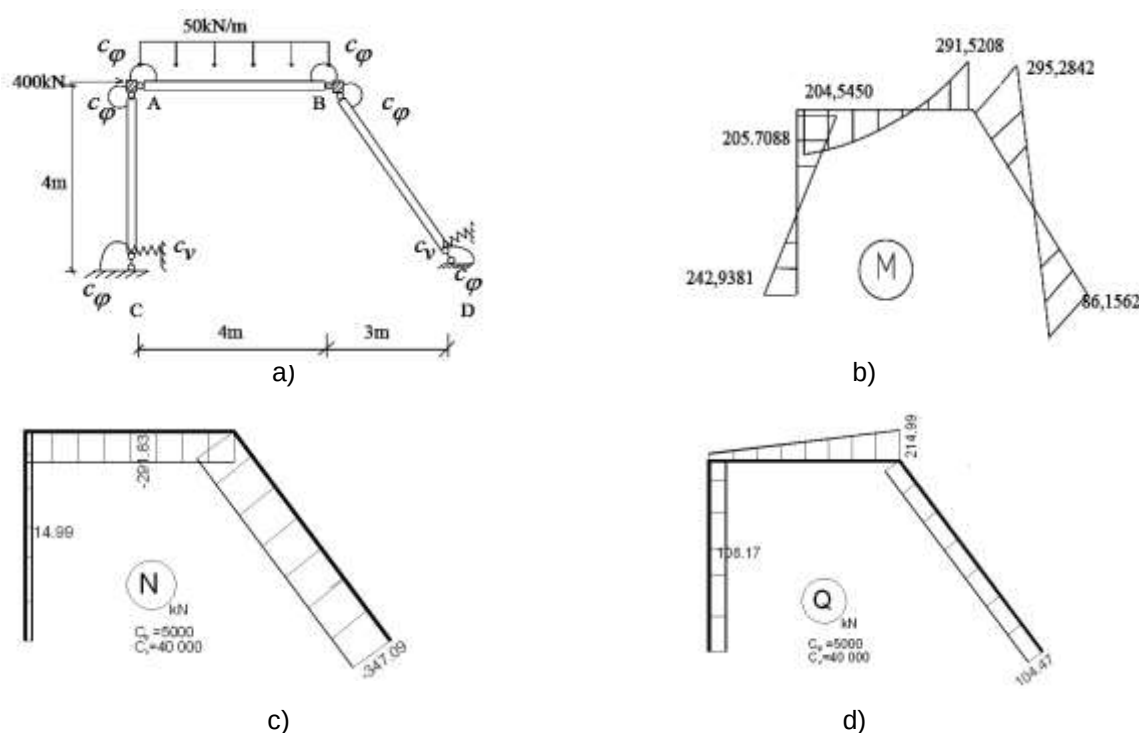
b. Xét sự thay đổi của chuyển vị xoay của dầm AB tại đầu sát nút A , chuyển vị thẳng tại tiết diện giữa dầm AB , mômen tại đầu A của thanh AB khi c_φ thay đổi từ 500 kNm đến $250\,000 \text{ kNm}$ với giá số là 1000 kNm .

Hình 7a là biểu đồ thể hiện sự thay đổi của chuyển vị xoay của dầm AB tại đầu sát nút A theo c_φ , hình 7b là biểu đồ chuyển vị tại tiết diện giữa dầm theo c_φ , hình 7c là biểu đồ mômen uốn tại A theo c_φ . Ta có một số nhận xét:

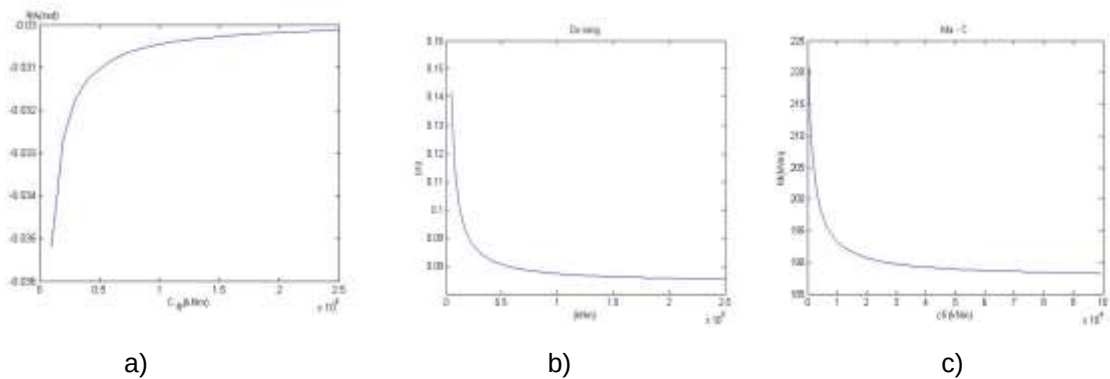
- Khi $c_\varphi (=0)$ thì hệ trở thành biến hình và không có khả năng chịu lực, véc tơ chuyển vị nút không xác định.

- Khi $c_\varphi = \infty$ thì liên kết giữa nút với các thanh là cứng tuyệt đối, nút trở thành nút cứng.

- Khi c_φ tăng dần lên thì chuyển vị xoay tại nút A , chuyển vị thẳng tại giữa dầm AB , mômen tại nút A tiệm cận gần giá trị của trường hợp nút cứng tuyệt đối.

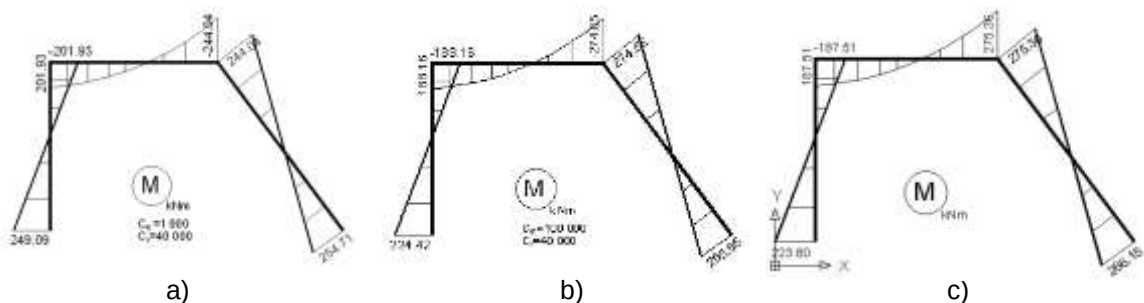


Hình 6.



Hình 7.

c. Khảo sát sự thay đổi của mômen uốn trong các thanh khi c_ϕ thay đổi. Hình 8 là biểu đồ mômen uốn trong các thanh khi $c_\phi=1000\text{kNm}$ (hình 8a), $c_\phi=100\ 000\text{kNm}$ (hình 8b) và khi nút cứng tuyệt đối $c_\phi = \infty$ và $c_v = \infty$ (hình 8c). Ta nhận thấy khi độ cứng liên kết đàn hồi tăng lên thì mômen uốn tại các đầu thanh tiến dần về kết quả của trường hợp nút cứng tuyệt đối (hình 8c). Về cơ bản khi liên kết thanh với nút là đàn hồi với độ cứng lò xo $k \leq EI/L$, cụ thể $k \leq 600$, nội lực trong hệ kết cấu thay đổi không đáng kể nhưng chuyển vị nút tăng nhanh, khi $k \geq 20 EI/L$, cụ thể $k \geq 12000$, nội lực trong kết cấu so với trường hợp nút cứng tuyệt đối là tương đối gần nhau. Do vậy, trong tính toán kết cấu nên cân nhắc kể đến ảnh hưởng của nút đàn hồi có độ cứng lò xo nằm trong khoảng $20 EI/L \geq k \geq EI/L$, (trong bài toán này k nằm trong khoảng 600 đến 10000kNm được xem là thích hợp, xem hình 7c).



Hình 8.

5. Kết luận

Trong bài báo này, các tác giả đã trình bày việc xây dựng ma trận độ cứng và véc tơ tải trọng quy về nút của phần tử thanh thẳng chịu kéo, nén, uốn dưới tác dụng của tải trọng tĩnh bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Khi đó, ma trận độ cứng và véc tơ lực quy về nút của phần tử thanh có liên kết đàn hồi ở hai đầu phụ thuộc vào ma trận độ cứng và véc tơ lực quy về nút của phần tử thanh có liên kết hàn cứng ở hai đầu và độ cứng lò xo liên kết tại hai đầu thanh. Từ đó các tác giả đã lập chương trình tính trên MatLab để nghiên cứu ảnh hưởng của các liên kết đàn hồi đến sự phân bố nội lực trong kết cấu. Kết quả phân tích cho thấy:

- Sự có mặt của liên kết đàn hồi tại các đầu thanh ảnh hưởng đáng kể đến sự phân phối lại nội lực trong kết cấu hệ thanh.

- Khi độ cứng liên kết đàn hồi tăng lên thì các giá trị tuyệt đối của nội lực tiến dần về trường hợp nút cứng tuyệt đối ($c_\phi = \infty$ và $c_v = \infty$). Tuy nhiên nếu độ cứng liên kết đàn hồi giảm xa so với độ cứng của thanh thì chuyển vị nút phát triển nhanh bất thường, điều này phù hợp khi kết cấu bị phá hoại. Để áp dụng trong thực tế tính toán thiết kế cần áp dụng các tiêu chuẩn hoặc các công thức và số liệu thực nghiệm cho các liên kết đàn hồi sát với điều kiện làm việc của kết cấu công trình.

- Trong tính toán kết cấu chỉ nên cân nhắc kể đến ảnh hưởng của nút đàn hồi có độ cứng lò xo nằm trong khoảng $20 EI/L \geq k \geq EI/L$.

Tài liệu tham khảo

1. Vũ Quốc Anh (2004), *Nghiên cứu phương pháp phân tích và tính toán khung thép với các liên kết đàn hồi*, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội.
2. Nguyễn Xuân Hùng (2002), *Tính toán chính xác kết cấu trên máy vi tính. Chương trình ADS 2001*, Nxb Khoa học kỹ thuật, Hà Nội.
3. Cao Văn Mão (2005), *Phân tích kết cấu khung phẳng có nút cứng và liên kết mềm*, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Thủy lợi.
4. Nguyễn Hồng Sơn (2007), *Phân tích kết cấu khung thép phẳng có liên kết nửa cứng phi tuyến*, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội.
5. Nguyễn Mạnh Yên (1996), *Phương pháp số trong cơ học kết cấu*, Nxb Khoa học kỹ thuật, Hà Nội.
6. American Institute of Steel Construction (1989), *Manual of steel construction, allowable stress design*. Chicago.
7. Eurocode 3. Design of Steel Structures. Part I: General rules and rules for buildings. Comité Européen de Normalisation (CEN) Brussels, Belgium, 1992
8. Hensmann, J.S., Nethercot, D.A. (2001), "Numerical study of unbraced composite frames: generation of data to validate use of the wind moment method of design", *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 57, pp 791-809.
9. Frye M.J., Morris G.A. (1975), "Analysis of flexibly connected steel frames", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 2, p. 280-291.
10. Sekulovic M., Salatic R. (2001), "Nonlinear analysis of frames with flexible connections", *Computers and Structures*, Vol. 79 (11), p. 1097-1107.