

KIỂM TRA THỰC NGHIỆM PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH VẾT NỨT TRONG DẦM CHỊU UỐN BẰNG PHÂN TÍCH WAVELET CỦA CÁC CHUYỂN VỊ TĨNH

PGS.TS Trần Văn Liên, ThS. Nguyễn Thị Hương

Trường Đại học Xây dựng

TS. Nguyễn Việt Khoa

Viện Cơ học - Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam

Tóm tắt: Việc xác định vết nứt trong kết cấu công trình là một vấn đề quan trọng, cần thiết, thu hút sự quan tâm của các nhà nghiên cứu trên thế giới và ở Việt Nam. Các nghiên cứu hiện nay trong lĩnh vực này tập trung chủ yếu vào việc xác định vết nứt dựa vào biến đổi wavelet của chuyển vị. Tuy nhiên, các nghiên cứu trên đây mới chỉ dừng lại cho kết cấu đơn giản là dầm có một vết nứt.

Trong các bài báo [2,3], các tác giả đã trình bày các kết quả tính toán lý thuyết về xác định vết nứt trong các kết cấu dầm, khung có nhiều vết nứt dựa trên phân tích wavelet các chuyển vị tĩnh. Trong bài báo này, các tác giả trình bày các kết quả kiểm tra thực nghiệm để khẳng định phương pháp xác định vị trí, độ sâu vết nứt của dầm có một hoặc nhiều vết nứt bằng phân tích wavelet các chuyển vị tĩnh hoàn toàn có thể dùng được trong thực tế. Các kết quả nghiên cứu nhận được là mới, là cơ sở cho việc xây dựng một phương pháp đơn giản và hiệu quả để xác định vết nứt trong các kết cấu hệ thanh.

Summary: The determination of locations and depths of cracks in the multiple cracked frame structures is an important and necessary problem in the fields of construction in Vietnam and over the world. Wavelet based methods for determinating the locations and depths of cracks in frame structures have been shown to be fairly good and applicable in practice. However, the present methods in this field are purely applied for single cracked frame structures.

In this article, some experimental results are presented to prove that the wavelet based method can be used for determining locations and depths of cracks in multiple cracked structures in practice. These results are new and can be used as a basic to develop wavelet based methods which are simple and effective for the determination of locations and depths of cracks in the multiple cracked frame structures.

1. Mở đầu

Vết nứt trong các cấu kiện của công trình do nhiều nguyên nhân khác nhau gây ra và có hình thức rất đa dạng, không chỉ thể hiện ở bề mặt mà còn ở bên trong kết cấu. Sự hình thành và phát triển của vết nứt trong các kết cấu xây dựng làm giảm khả năng làm việc và tuổi thọ của công trình. Do đó, việc đánh giá chính xác vị trí và độ sâu vết nứt của các cấu kiện công trình là vấn đề quan trọng, cần thiết, đã và đang thu hút sự quan tâm của các nhà nghiên cứu và xây dựng công trình.

Những nghiên cứu hiện nay về xác định hư hỏng không phá hủy của công trình phát triển theo ba hướng chủ yếu:

- Các phương pháp truyền thống dựa vào việc đo đạc các chuyển vị của kết cấu, dùng các thiết bị siêu âm,... [1,9].

- Xác định hư hỏng dựa vào các đặc trưng động lực như tần số dao động riêng, dạng dao động riêng, hàm phổ phản ứng,... [1].

- Xác định hư hỏng dựa vào biến đổi wavelet của tín hiệu. Đây là một hướng mới nghiên cứu mới, đang được phát triển mạnh. Ưu điểm của hướng nghiên cứu này là có thể phát hiện các điểm bập bênh, gãy, các điểm gián đoạn của các tín hiệu (ví dụ như chuyển vị của kết cấu...) vì nó mô tả được các yếu tố thời gian, biên độ của sự đột biến và sự gián đoạn của tín hiệu. Rebertson A.N., Park K.C., Alvin K.F. [12] và Liew K.M. and Wang Q. [10] có thể xem là những người đi đầu trong việc áp dụng lý thuyết biến đổi wavelet để xác định hư hỏng của dầm có một vết nứt. Helong Li, Xiaoyan Deng, Hongliang Dai [8] đã sử dụng kết hợp phương pháp khai triển mode thực nghiệm với biến đổi wavelet để xác định hư hỏng trong kết cấu. Chieh-Chieh Chang and Lien-Wen Chen [7] đã sử dụng biến đổi wavelet trên cơ sở mô hình giải tích cho từng đoạn dầm nguyên vẹn. Loutridis, Douka, Trochidis [11] đã nhận dạng vết nứt của dầm có vết nứt mở hai phía dựa trên biến đổi wavelet của dạng dao động riêng. Lương và Phan [6] đã phân tích độ nhạy cảm của dầm có vết nứt bằng phép biến đổi wavelet. Khoa, Olatunbosun, Khiem [13] đã xác định vết nứt của dầm công xôn dựa vào biến đổi Wavelet của tín hiệu dao động có gián đoạn do các mặt tại vết nứt va đập vào nhau (hiện tượng thở của các vết nứt). *Các nghiên cứu trên đây mới chỉ dừng lại cho kết cấu đơn giản là dầm có một vết nứt.*

Trong các bài báo [2,3], các tác giả đã trình bày các kết quả tính toán lý thuyết về xác định vết nứt trong các kết cấu dầm, khung có nhiều vết nứt dựa trên phân tích wavelet của chuyển vị tĩnh. Trong bài báo này, các tác giả trình bày các kết quả kiểm tra thực nghiệm để khẳng định phương pháp xác định vị trí, độ sâu vết nứt của dầm có một hoặc nhiều vết nứt bằng phân tích wavelet của chuyển vị tĩnh hoàn toàn có thể dùng được trong thực tế. Các kết quả nghiên cứu nhận được là mới, là cơ sở cho việc xây dựng một phương pháp đơn giản và hiệu quả để xác định vết nứt trong các kết cấu hệ thanh.

2. Xử lý nhiễu đo đạc bằng wavelet

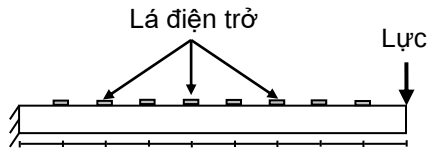
2.1. Nguyên tắc chung về xử lý nhiễu

Việc xử lý nhiễu tín hiệu phụ thuộc vào bản chất của tín hiệu cũng như bản chất của nhiễu. Cho ψ là một wavelet với ít nhất $k+1$ mômen triệt tiêu

$$\int_{\mathbb{R}} x^j \psi(x) dx = 0 \text{ với } j = 0, 1, \dots, k \quad (1)$$

Nếu s là một đa thức bậc k , thì các hệ số $C(a,b)=0$ với mọi a và b . Như vậy các wavelet tự động khử các đa thức. Bậc của s có thể thay đổi theo tọa độ x , cho thấy nó duy trì ít hơn là k . Nếu bây giờ s là một đa thức bậc k trên đoạn $[\alpha;\beta]$, thì $C(a,b) = 0$ ở trong miền của hàm $\frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$ được chứa trong $[\alpha;\beta]$. Việc khử là cục bộ, các hiệu ứng sẽ xuất hiện tại các biên của đoạn. Ta giả thiết rằng trên $[\alpha;\beta]$ có chứa giá trị 0, ta có biểu thức

$$s(x) = [s(0) + xs'(0) + x^2 s^{(2)}(0) + \dots + x^k s^{(k)}(0)] + g(x) \quad (2)$$



Hình 1. Sơ đồ thí nghiệm và vị trí các lá điện trở

Các tín hiệu s và g có cùng các hệ số wavelet, trong đó s là tín hiệu của đa thức cần được khử nhiễu, g là phần “bất thường” của tín hiệu s . wavelet ψ khử có hệ thống phần ổn định và phân tích phần bất thường.

Một cách khác để khử một thành phần tín hiệu là hiệu chỉnh và cường ép các hệ số nhất định $C(a,b)$ phải bằng 0. Có lựa chọn một tập E các chỉ số, ta có $\forall(a,b) \in E, C(a,b) = 0$. Sau đó ta tổng hợp tín hiệu sử dụng các hệ số hiệu chỉnh.

2.2. Xử lý nhiễu đo đạc của dầm chịu uốn

Trong phần này sẽ tập trung chủ yếu vào phương pháp xử lý nhiễu ồn trắng trong tín hiệu đo là chuyển vị của một dầm đàn hồi có vết nứt sử dụng phép biến đổi wavelet.

Xét một dầm công xôn với sơ đồ các điểm đo đặt cách đều nhau dọc theo dầm như hình 1. Giả sử ta đo được một tập hợp các tín hiệu chuyển vị lần lượt từ phía đầu ngàm cho đến đầu tự do của dầm, tín hiệu này được ký hiệu là $s(x)$. Nói chung tín hiệu chuyển vị s sẽ có dạng là hàm đa thức bậc k có dạng [1]

$$s(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k \quad (3)$$

Nếu tín hiệu có chứa nhiễu ngẫu nhiên ồn trắng thì

$$s_{\text{noisy}} = s + g(x) \quad (4)$$

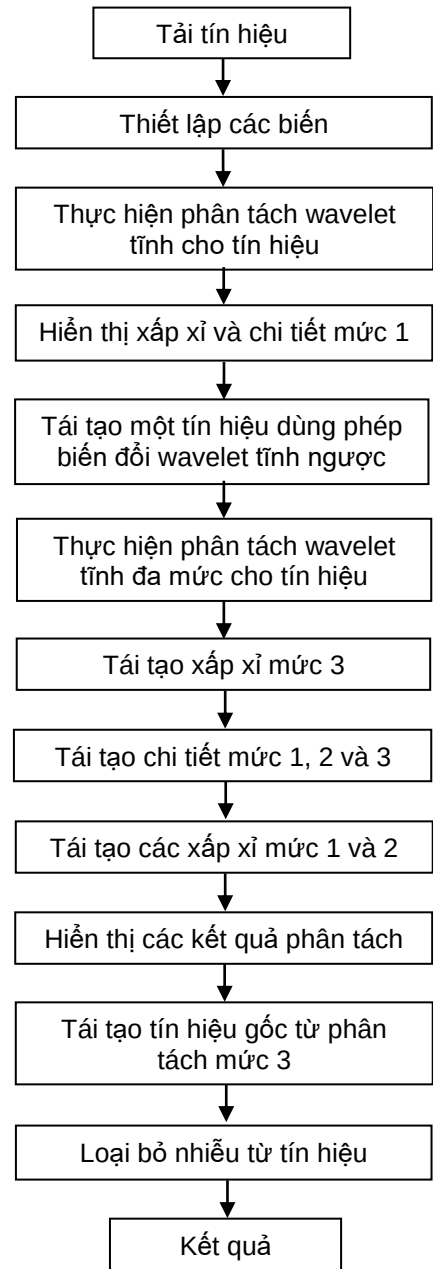
trong đó s_{noisy} là tín hiệu có chứa nhiễu; g là nhiễu ngẫu nhiên

$$g = E_p N\sigma(s) \quad (5)$$

với E_p là mức nhiễu N là véc tơ phân bố chuẩn, σ là độ lệch chuẩn của tín hiệu s . Bây giờ ta sẽ áp dụng biến đổi wavelet đối với tín hiệu chứa nhiễu s_{noisy} dùng hàm wavelet có bậc khử đa thức đến $k+1$, tức là

$$\int x^j W(a,b) = 0 ; j=0,\dots,k \quad (6)$$

Khi đó các hệ số $C(a,b) = 0$ đối với tất cả a và b . Như vậy sau phép biến đổi wavelet đối với tín hiệu chứa



Hình 2. Sơ đồ khối của chương trình xử lý nhiễu

nhiều thì thành phần tín hiệu sẽ biến mất và biến đổi wavelet của tín hiệu chứa nhiều bằng chính biến đổi wavelet của nhiễu. Nói chung, các thành phần nhiễu thường tập chung ở các tần số cao. Do đó, để khử các thành phần tần số cao này ta sẽ lọc nó bằng việc đặt các ngưỡng lọc rồi biến đổi ngược wavelet. Khi đó, ta sẽ khôi phục lại được thành phần tín hiệu với nhiễu đã bị khử đi theo một mức độ được đặt trước tùy ý.

Mặc dù nhiễu ngẫu nhiên có phân bố năng lượng đều trên toàn dải tần số nhưng do tính chất ngẫu nhiên của nó nên trong thực tế nhiễu sẽ tập trung ở một số mức nhất định của biến đổi wavelet. Vì vậy, khi tiến hành khử nhiễu ta cần phải quan sát các hệ số wavelet ở các mức khác nhau để phát hiện ra mức wavelet mà ở đó nhiễu sẽ ảnh hưởng nhiều nhất đến tín hiệu.

2.3. Thuật toán và chương trình xử lý nhiễu

Sơ đồ khối mô tả các bước sử dụng phân tích wavelet để loại bỏ nhiễu từ tín hiệu đo được trình bày trên hình 2, từ đó một chương trình tính xử lý nhiễu đã được lập trên nền MathLab [4].

3. Xác định vết nứt trong dầm chịu uốn bằng biến đổi wavelet các chuyển vị tĩnh đo từ thực nghiệm

3.1. Mô tả thí nghiệm

Các thí nghiệm được thực hiện tại Phòng Chẩn đoán kỹ thuật - Viện Cơ học. Dầm thép CT4 có tiết diện chữ nhật $b \times h = 20 \times 8,7 \text{ mm}^2$, chiều dài $L = 1,15 \text{ m}$ được ngàm chặt một đầu, một đầu tự do. Dầm chịu tải trọng tập trung tại đầu tự do. Trên dầm đặt 8 điện trở cách đều nhau. Có 2 loại thí nghiệm được tiến hành:

- Dầm có 1 vết nứt tại vị trí $x = 0,86 \text{ m}$ tính từ đầu ngàm với các tỷ lệ độ sâu/chiều cao dầm là 5%, 10%, 20% và 25%.

- Dầm có 2 vết nứt: Vết nứt thứ nhất tại vị trí $x = 0,41 \text{ m}$ tính từ đầu ngàm với các tỷ lệ độ sâu/chiều cao dầm là 13%, 17% và 22%. Vết nứt thứ hai tại vị trí $x = 0,86 \text{ m}$ tính từ đầu ngàm với tỷ lệ độ sâu/chiều cao dầm là 25%.

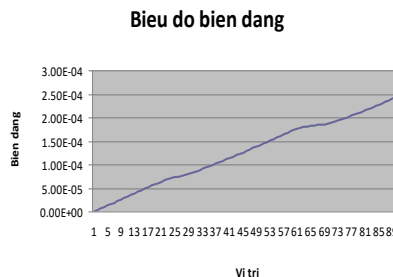
Sau khi có kết quả đo biến dạng tại 8 điểm, tiến hành nội suy biến dạng cho 91 điểm cách đều nhau bằng hàm nội suy spline [5], từ đó dùng tích phân xác định chuyển vị tại các điểm này.

3.2. Dầm có 1 vết nứt với độ sâu 5%

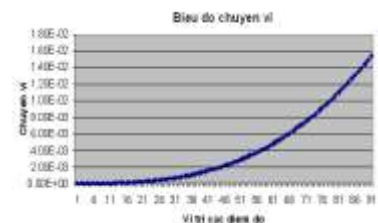
Hình 3 là kết quả đo biến dạng tại 8 điểm, hình 4 là kết quả nội suy biến dạng thành 91 điểm, hình 5 là kết quả tính chuyển vị ngang tại các điểm này.



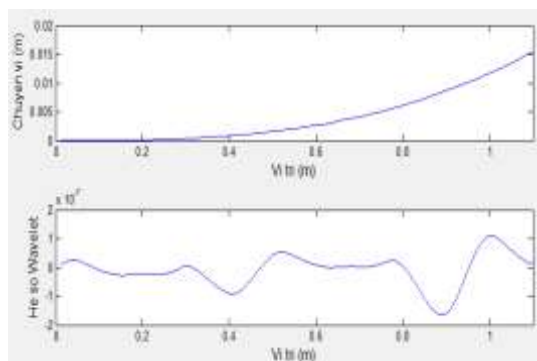
Hình 3. Kết quả đo biến dạng tại 8 điểm



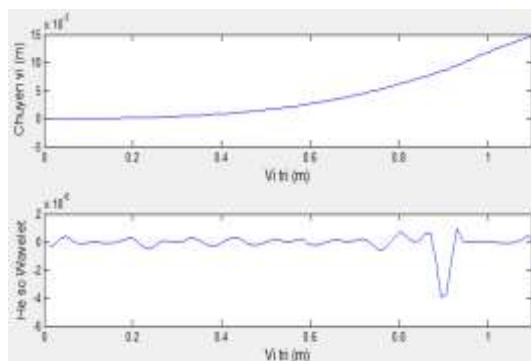
Hình 4. Kết quả nội suy biến dạng thành 91 điểm



Hình 5. Kết quả tính chuyển vị ngang của dầm tại 91 điểm



Hình 6. Chuyển vị ngang của dầm có 1 vết nứt với độ sâu 5 % và biến đổi wavelet của nó khi chưa lọc nhiễu



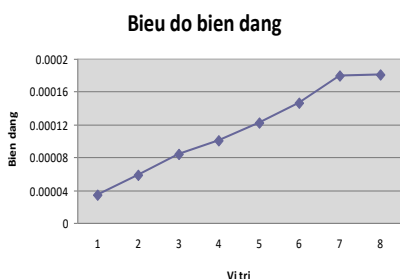
Hình 7. Chuyển vị ngang của dầm có 1 vết nứt với độ sâu 5 % và biến đổi wavelet của nó khi dùng lọc nhiễu

Hình 6 thể hiện chuyển vị của dầm có 1 vết nứt với độ sâu là 5 % chiều dày dầm và biến đổi wavelet của nó khi không áp dụng lọc nhiễu. Ta có thể thấy đồ thị có một đỉnh cực trị tại vị trí 0,86m trong biến đổi wavelet. Vị trí này tương ứng với vị trí vết nứt trên dầm. Tuy nhiên ở các vị trí khác cũng có các đỉnh với hệ số wavelet tương đối lớn. Do đó, ta chưa thể khẳng định đỉnh cực trị của biến đổi wavelet tại vị trí 0,86m là do vết nứt gây nên.

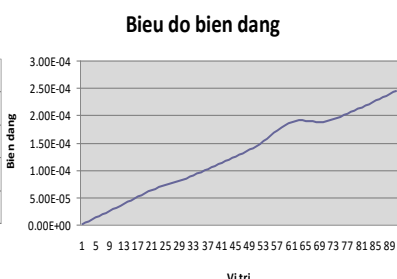
Tuy nhiên, nếu áp dụng bộ lọc nhiễu thì chuyển vị dọc theo dầm trở nên trơn tru hơn (hình 7). Đồ thị biến đổi wavelet xuất hiện một đỉnh cực trị có hệ số wavelet rất lớn tại vị trí 0,86m trong khi các cực trị khác trở nên rất nhỏ so với nó. Điều này nghĩa là ảnh hưởng của vết nứt lên chuyển vị ngang của dầm đã được khuếch đại lên nhiều sau khi nhiễu đã bị khử.

3.3. Dầm có 1 vết nứt với độ sâu 10%

Hình 8 là kết quả đo biến dạng tại 8 điểm, hình 9 là kết quả nội suy biến dạng thành 91 điểm, hình 10 là kết quả tính chuyển vị ngang của dầm tại các điểm này.



Hình 8. Kết quả đo biến dạng tại 8 điểm của dầm có 1 vết nứt



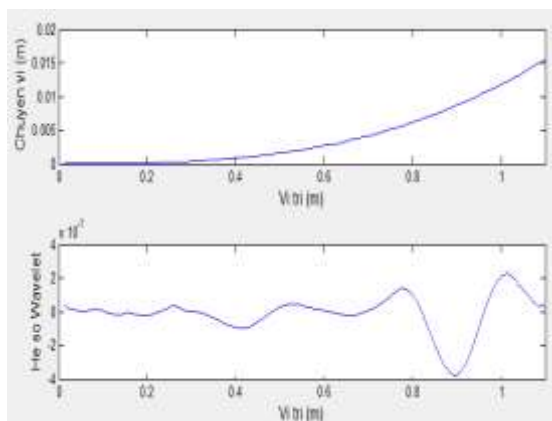
Hình 9. Kết quả nội suy biến dạng thành 91 điểm



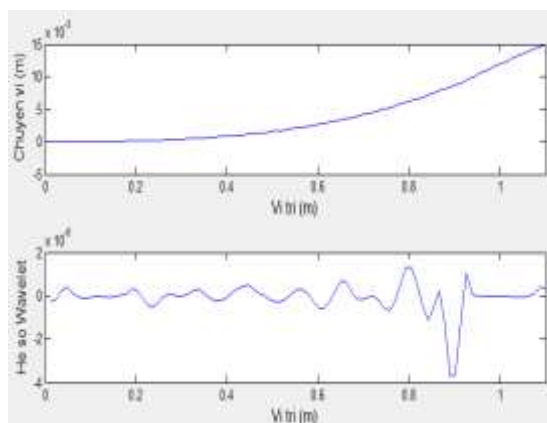
Hình 10. Kết quả tính chuyển vị ngang của dầm tại 91 điểm

Hình 11 là chuyển vị ngang của dầm có vết nứt với độ sâu 10% và biến đổi wavelet của nó khi không dùng lọc nhiễu. Đồ thị biến đổi wavelet có một đỉnh cực trị tại vị trí 0,86m, tương ứng với vị trí vết nứt trên dầm. Tuy nhiên, ở các vị trí khác cũng có các đỉnh với hệ số wavelet không lớn lắm nên ta chưa thể khẳng định đỉnh cực trị tại vị trí 0,86m là do vết nứt gây nên.

Khi dùng bộ lọc nhiễu thì chuyển vị ngang của dầm trở nên trơn tru hơn (hình 12). Đồ thị biến đổi wavelet xuất hiện một đỉnh cực trị có hệ số wavelet rất lớn tại vị trí 0,86m trong khi các cực trị khác trở nên rất nhỏ so với nó. Điều đó có nghĩa là ảnh hưởng của vết nứt đến chuyển vị ngang của dầm đã được khuếch đại lên nhiều sau khi nhiễu đã được khử.

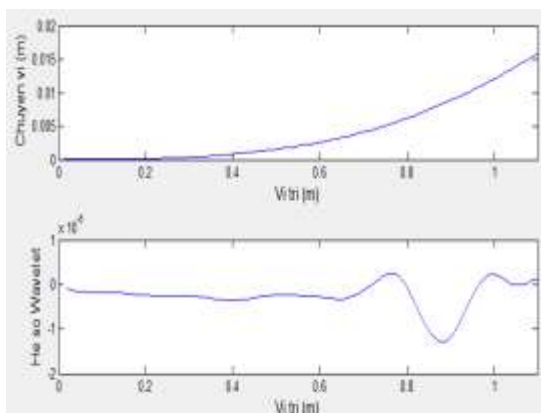


Hình 11. Chuyển vị ngang của dầm có 1 vết nứt với độ sâu 10 % và biến đổi wavelet của nó khi chưa lọc nhiễu

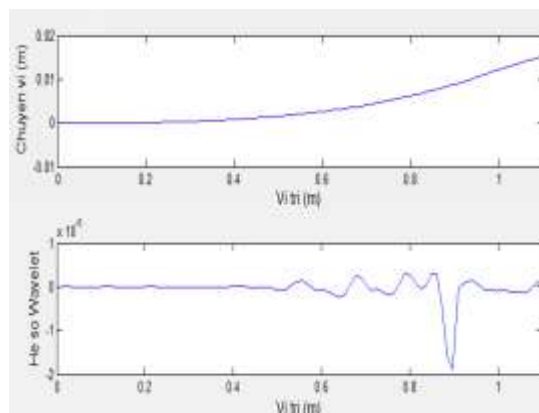


Hình 12. Chuyển vị ngang của dầm có 1 vết nứt với độ sâu 10 % và biến đổi wavelet của nó khi dùng lọc nhiễu

3.4. Dầm có 1 vết nứt với độ sâu 20%



Hình 13. Chuyển vị ngang của dầm có 1 vết nứt với độ sâu 20 % và biến đổi wavelet của nó khi chưa lọc nhiễu



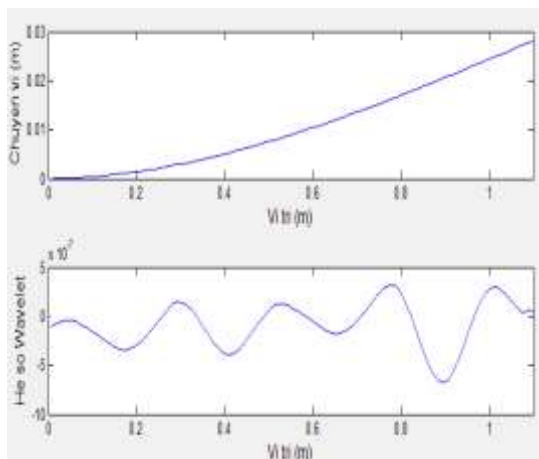
Hình 14. Chuyển vị ngang của dầm có 1 vết nứt với độ sâu 20 % và biến đổi wavelet của nó khi dùng lọc nhiễu

Khi độ sâu vết nứt bằng 20% thì ta thấy rằng đỉnh cực trị tại vị trí 0,86m có giá trị vượt trội so với các điểm còn lại trên đồ thị của biến đổi wavelet (hình 13). Nếu dùng bộ lọc nhiễu như hình 14 thì sẽ cho kết quả rõ nét hơn.

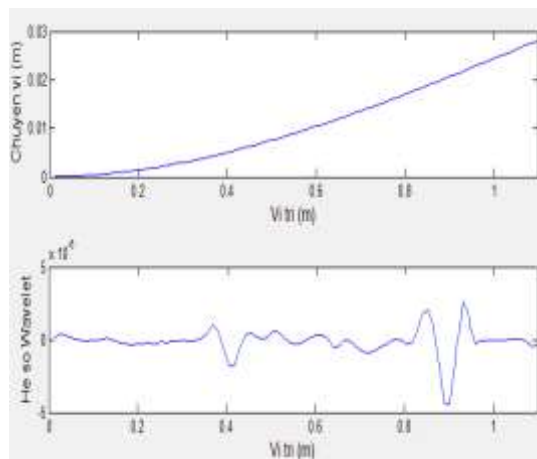
3.5. Dầm có 2 vết nứt với độ sâu 13% và 25%

Hình 15 là chuyển vị ngang của dầm có 2 vết nứt với độ sâu là 13% và 25% và biến đổi wavelet của nó khi không áp dụng lọc nhiễu. Đồ thị biến đổi wavelet có một đỉnh cực trị tại vị trí 0,41m và 0,86m, hai vị trí này tương ứng với vị trí 2 vết nứt trên dầm. Tuy nhiên, ở các vị trí khác cũng có các đỉnh với hệ số wavelet tương đối lớn. Do đó, ta chưa thể khẳng định đỉnh cực trị của biến đổi wavelet tại vị trí 0,41m và 0,86m là do vết nứt gây nên.

Tuy nhiên, nếu dùng bộ lọc nhiễu thì chuyển vị ngang của dầm trở nên trơn tru hơn (hình 16). Đồ thị biến đổi wavelet xuất hiện hai đỉnh cực trị có hệ số wavelet rất lớn tại vị trí 0,41m và 0,86m trong khi các cực trị khác trở nên rất nhỏ so với nó. Điều đó có nghĩa là ảnh hưởng của vết nứt lên chuyển vị ngang của dầm đã được khuếch đại lên nhiều sau khi nhiễu đã được khử.

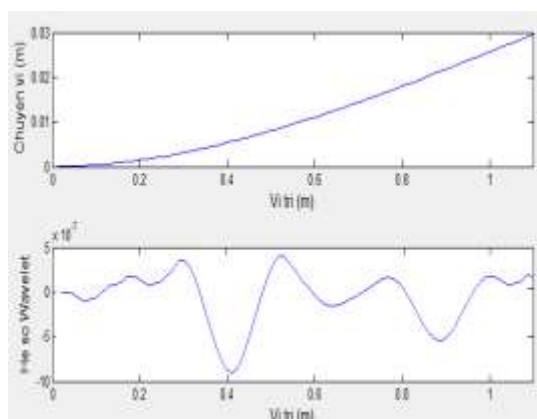


Hình 15. Chuyển vị ngang của dầm có 2 vết nứt với độ sâu 13% và 25 % và biến đổi wavelet của nó khi chưa lọc nhiễu

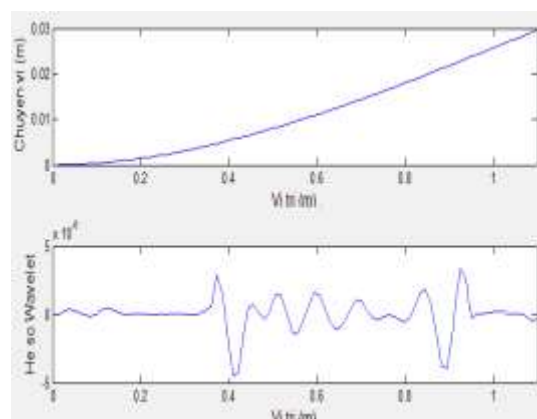


Hình 16. Chuyển vị ngang của dầm có 2 vết nứt với độ sâu 13% và 25 % và biến đổi wavelet của nó khi dùng lọc nhiễu

3.6. Dầm có 2 vết nứt với độ sâu 22% và 25%



Hình 17. Chuyển vị ngang của dầm có 2 vết nứt với độ sâu 22% và 25 % và biến đổi wavelet của nó khi chưa lọc nhiễu



Hình 18. Chuyển vị ngang của dầm có 2 vết nứt với độ sâu 22% và 25 % và biến đổi wavelet của nó khi dùng lọc nhiễu

Khi độ sâu của hai vết nứt là 22% và 25%, đỉnh cực trị tại hai vị trí 0,41m và 0,86m có giá trị vượt trội hơn hẳn so với các điểm còn lại trên đồ thị của biến đổi wavelet (hình 17). Nếu dùng bộ lọc nhiễu như hình 18 thì sẽ cho kết quả rõ nét hơn hẳn.

4. Kết luận

Trong bài báo này, các tác giả đã mô tả các thí nghiệm đo biến dạng của dầm công xôn chịu tải trọng tập trung tại đầu tự do. Dùng phép nội suy số liệu do về biến dạng, đề tài đã xác định được chuyển vị ngang của dầm, từ đó áp dụng biến đổi wavelet để xác định vết nứt trong dầm. Đặc biệt khi sử dụng chương trình xử lý nhiễu bằng wavelet, kết quả thu được là rất khả quan:

- Số điểm đo thực tế của dầm là 8 điểm nhưng nhờ dùng phép nội suy ta có được nhiều điểm hơn giúp cho phân tích wavelet được chính xác hơn.

- Kết quả khử nhiễu đo đặc là khá hữu hiệu, vị trí vết nứt được thể hiện rất rõ trên đồ thị biến đổi wavelet.

- Khi nhiễu đo đặc là bé và độ sâu vết nứt nhỏ ($<5\%$) nếu chỉ dùng phân tích wavelet thì cũng có thể xác định được vị trí vết nứt nhưng kết quả không được rõ nét lắm. Nếu dùng lọc nhiễu, kết quả phân tích wavelet sẽ rõ nét hơn. Đây là ưu thế đặc biệt của phân tích wavelet so với các phương pháp khác.

- Khi độ sâu vết nứt tăng lên, sử dụng phân tích wavelet có thể phát hiện được vết nứt tốt hơn, thậm chí có thể không cần lọc nhiễu nếu sai số đo đặc là bé.

Từ các thí nghiệm kiểm tra trên, ta có thể kết luận rằng phân tích wavelet hoàn toàn có thể xác định được số lượng, vị trí, độ sâu vết nứt trong các trường hợp dầm có một hay nhiều vết nứt. Các kết quả nghiên cứu nhận được là mới, là cơ sở cho việc xây dựng một phương pháp đơn giản và hiệu quả để xác định vết nứt trong các kết cấu hệ thanh.

Tài liệu tham khảo

1. Trần Văn Liên (2003), *Bài toán ngược trong cơ học và một số ứng dụng*, Luận án Tiến sỹ kỹ thuật, Trường Đại học Xây dựng.
2. Trần Văn Liên, Trần Tuấn Khôi (2010), "Xác định các vết nứt trong dầm bằng phân tích wavelet", *Tạp chí khoa học công nghệ xây dựng*, số 7, trang 14-23.
3. Trần Văn Liên, Trần Tuấn Khôi (2010), "Xác định các vết nứt trong kết cấu hệ thanh bằng phân tích wavelet các chuyển vị tĩnh", *Tuyển tập Hội nghị khoa học toàn quốc CHVRBD lần thứ X*, Thái nguyên, 12-14/11.
4. Trần Văn Liên (2011), *Nghiên cứu xác định vị trí và độ sâu vết nứt trong kết cấu hệ thanh sử dụng phân tích wavelet*, Đề tài B2010-03-74 của Bộ GD&ĐT.
5. Trần Văn Liên (1987), "Một số vấn đề về tính toán động đất", *Tạp chí Cơ học* số 4(T.IX), trang 25-31, Viện khoa học Việt nam.
6. Nguyễn Thị Hiền Lương, Lý Vĩnh Phan (2009), "Phân tích độ nhạy cảm của dầm có vết nứt bằng phép biến đổi wavelet", *Tuyển tập công trình Hội nghị cơ học toàn quốc 8-9/4/2009*, tập 1, trang 115.
7. Chih-Chieh Chang and Lien-Wen Chen (2005), "Detection of the location and size of cracks in the multiple cracked beam by spatial wavelet based approach", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 19, Issue 1, January 2005, pages 139-155.
8. Helong Li, Xiaoyan Deng, Hongliang Dai (2007), "Structural damage detection using the combination method of EMD and wavelet analysis", *Mechanic system and signal processing*, 21, 298-306.
9. Tran Van Lien, Nguyen Tien Khiem (2001), "Static diagnosis of multiple cracked beam", *Vietnam Journal of Mechanics*, NCSST of VN. Vol 23. No 4.
10. Liew K.M. and Wang Q. (1998), "Application of wavelet theory for crack identification in structures", *Journal of Engineering Mechanics*, February.
11. Loitriduis S., Douka E., Trochidis A. (2003), "Crack identification in double-cracked beams using wavelet analysis", *Journal of Sound and Vibration*.

12. Robertson A.N., Park K.C., Alvin K.F. (1998), "Identification of structural dynamics models using wavelet-generated impulse response data", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 120, 261-266.
13. Viet Khoa Nguyen, Olatunbosun, Khiem N.T. (2007), "Wavelet based Method for remote monitoring of structural health by analysing the nonlinearity in dynamic response of damaged structures caused by crack - breathing phenomenon", *Technische mechanik*, Band 28, Heft 3-4.