



VỀ MỘT SỐ THUẬT TOÁN PHẦN TỬ HỮU HẠN MỜ TRONG PHÂN TÍCH KẾT CẤU

Nguyễn Hùng Tuấn^{1*}, Lê Xuân Huỳnh²

Tóm tắt: Bài báo trình bày hai nội dung là tổng quan ngắn các phương pháp phân tích mờ kết cấu trên cơ sở sử dụng thuật toán phần tử hữu hạn tất định và đề xuất một thuật toán cải tiến áp dụng với đầu vào dạng số mờ tam giác cân. Ví dụ số minh họa trên kết cấu dàn nhằm so sánh thuật toán đề xuất với thuật toán thông dụng-tối ưu mức α .

Từ khóa: Phần tử hữu hạn mờ; phương pháp mặt đáp ứng; mô hình thay thế; thuật toán tối ưu hóa mức α ; thuật giải di truyền.

On the fuzzy finite element algorithms for structural analysis

Abstract: This paper contains two contents: a shot general overview of recent research activities on fuzzy finite element analysis applied in mechanics and presents a modified fuzzy finite element algorithm with isosceles triangle input data. In order to illustrate the proposed algorithm with α -level optimisation, a numerical example is considered.

Keywords: Fuzzy finite element method; response surface method; surrogate model; α -level optimization; genetic algorithm.

Nhận ngày 4/12/2016; sửa xong 16/02/2017; chấp nhận đăng 21/3/2017

Received: December 4, 2016; revised: February 16, 2016; accepted: March 21, 2017



1. Đặt vấn đề

Trong phân tích kết cấu công trình người ta thường sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH), trong đó các đại lượng đầu vào về liên kết, vật liệu, hình học của kết cấu, tham số đất nền và tải trọng tác động, là các số thực. Nhưng trong thực tế các đại lượng đầu vào này rất khó xác định chính xác hoàn toàn, chúng được gọi là các đại lượng bất định. Theo [1], tính bất định được chia thành hai loại: bất định ngẫu nhiên (aleatory uncertainty), bất định nhận thức (epistemic uncertainty). Với bất định ngẫu nhiên, phân tích kết cấu được thực hiện theo các phương pháp PTHH ngẫu nhiên. Với bất định nhận thức, người ta sử dụng mô hình toán mờ [2-3]. Từ việc mô tả các đại lượng đầu vào dưới dạng số mờ, hình thành nên lớp các thuật toán phân tích kết cấu, được gọi chung là thuật toán PTHH mờ (fuzzy finite element algorithm). Cho đến nay, chưa có thuật toán PTHH mờ nào được chấp nhận là "chuẩn", để dùng so sánh, đánh giá mức độ chính xác của các thuật toán khác. Bài báo này sẽ đề cập đến hai nội dung: (1) phân tích các thuật toán PTHH mờ hiện có và (2) đề xuất một thuật toán phân tích mờ kết cấu, trong trường hợp các tham số đầu vào có dạng các số mờ tam giác cân. Thuật toán đề xuất được xây dựng trên cơ sở kết nối và phát triển các nội dung đã được tác giả trình bày riêng lẻ trong [4-6]. Một ví dụ số minh họa để so sánh, đánh giá.



2. Phương pháp tiếp cận và các thuật toán phần tử hữu hạn mờ

Có nhiều cách tiếp cận khác nhau để đưa ra các thuật toán PTHH mờ trong bài toán tĩnh và bài toán động lực học công trình. Theo các tài liệu tác giả cập nhật được, có thể phân loại các thuật toán PTHH mờ theo các hướng tiếp cận chính sau: (i) tiếp cận theo số học khoảng đối với phân tích tĩnh; (ii) tiếp cận theo chiến lược tối ưu đối với phân tích tĩnh và phân tích động lực học; (iii) tiếp cận phối hợp chiến lược tối ưu - số học khoảng trong phân tích động lực học; (iv) vận dụng các thuật toán PTHH ngẫu nhiên trong phân tích mờ kết cấu. Sau đây sẽ nêu ý tưởng nội dung, phân tích ưu nhược điểm của bốn hướng tiếp cận này.

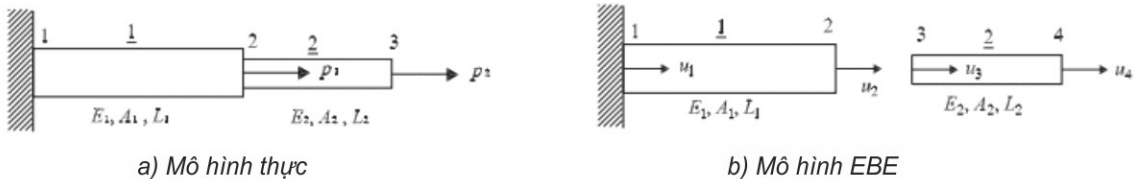
¹TS, Trường Đại học Thủy lợi.

²GS.TS, Trường Đại học Xây dựng.

*Tác giả chính. E-mail: hungtuan161@gmail.com.

2.1 Tiếp cận theo số học khoảng đối với phân tích tĩnh kết cấu [7-10]

Theo cách này, các đại lượng mờ đầu vào được xem tương đương với các biến khoảng tại mỗi lát cắt α_i và sử dụng số học khoảng để tìm các giá trị max, min của khoảng đáp ứng kết cấu, tương ứng với mức α_i . Cách tiếp cận này thường cho kết quả khoảng của đáp ứng đầu ra rộng, không sát thực tế, do số học khoảng không cho phép nhận biết được sự phụ thuộc lẫn nhau giữa các thành phần trong ma trận độ cứng và véc tơ tải trọng. Để khắc phục, Hao Zang [7] đã sử dụng phương pháp tách rời phần tử EBE (element by element) do Muhanna và Mullen [8], thu hẹp khoảng của đáp ứng kết cấu. Ý tưởng cơ bản của phương pháp này là tách rời từng phần tử, không thực hiện ghép nối ma trận độ cứng để tránh sự liên hệ giữa các thành phần trong ma trận độ cứng sau khi ghép nối. Trong mô hình EBE, mỗi nút chỉ thuộc về duy nhất một phần tử. Để xử lý các điều kiện ràng buộc về chuyển vị, các tác giả [7-9] đã sử dụng phương pháp hàm phạt và phương pháp nhân tử Lagrange. Một ví dụ về mô hình EBE đối với kết cấu thanh hai bậc (Hình 1.a), trong đó nút được chia từ phần tử 1 và phần tử 2 được tách riêng rẽ thành nút 2 trong phần tử 1 và nút 3 trong phần tử 2 (Hình 1.b), với điều kiện ràng buộc cần phải xử lý là $u_2 = u_3$.



Hình 1. Phương pháp EBE [7-8]

Sau khi xử lý điều kiện ràng buộc sẽ dẫn đến việc giải hệ phương trình đại số tuyến tính khoảng. Trong [7] tác giả đã đề xuất thuật toán lặp gồm 5 bước để giải hệ phương trình này. Trong [9], tác giả đã sử dụng phương pháp nhân tử Lagrange thiết lập phương trình PTHH đối với kết cấu dàn, trong đó bổ sung các phương trình liên hệ giữa biến dạng với chuyển vị và các điều kiện ràng buộc chuyển vị. Tuy đã có nhiều cải tiến, nhưng vẫn bị hạn chế bởi các phép toán trên số mờ, số khoảng không có đầy đủ các tính chất của các phép toán số học thông thường, như phân phối, nghịch đảo... Để khắc phục, trong [10] tác giả đã sử dụng số học afin để xây dựng các phép toán hai ngôi trên các số mờ và sử dụng khai triển Neumann của ma trận nghịch đảo để giải hệ phương trình tuyến tính mờ. Tuy vậy, với trường hợp các số mờ đầu vào có độ rộng lớn, tính phi tuyến tăng lên, dẫn đến sai lệch trong kết quả tính toán đáp ứng kết cấu.

Như vậy, hạn chế chính của cách tiếp cận này là kết quả thu được thường rộng hơn đáp ứng thực. Để thu hẹp khoảng đáp ứng đầu ra, người ta nghiên cứu các thuật toán giải phương trình đại số tuyến tính khoảng. Do nhược điểm này nên cách tiếp cận theo số học khoảng thường chỉ sử dụng cho trường hợp phân tích tĩnh kết cấu. Với bài toán động, nếu sử dụng cách tiếp cận này thường dẫn đến sai số lớn.

2.2 Tiếp cận theo chiến lược tối ưu để phân tích tĩnh và phân tích động lực học kết cấu [11-19]

Hướng tiếp cận thứ hai này đã khắc phục được nhược điểm chính của tiếp cận thứ nhất. Nội dung của nó là sử dụng các kết quả số của phương pháp PTHH với đầu vào tất định rồi từ đó giải các bài toán tối ưu số, xác định các giá trị max, min của đáp ứng kết cấu. Do đặc điểm này nên chiến lược tối ưu ngày càng được sử dụng trong PTHH mờ. Cách tiếp cận này có các dạng: tối ưu toàn cục GO (global optimisation), tìm kiếm tổ hợp CM (combination method) và phương pháp mặt đáp ứng RSM (response surface method).

2.2.1 Tối ưu toàn cục GO

Quá trình tối ưu được sử dụng để tìm kiếm các giá trị biên chính xác của hàm mục tiêu thông qua việc đánh giá lặp lại hàm mục tiêu tại các điểm thiết kế [8-9]. Diễn hình trong tối ưu toàn cục là thuật toán tối ưu hóa mức α (α -LO) [11], sử dụng chiến lược tiến hóa sửa đổi MES (modified evolution strategy) để xác định biên của các hàm mục tiêu. Trong thuật toán α -LO, việc xác định các biên trên, biên dưới của đáp ứng kết cấu tại mức thuộc được thực hiện theo bài toán tối ưu, với các đại lượng mờ đầu vào ở cùng một mức thuộc α . Ví dụ minh họa [11], cho thấy thuật toán này cho đáp ứng kết cấu tốt hơn so với tính theo nguyên lý mở rộng [3]. Nhờ sử dụng MES, thuật toán α -LO có hiệu quả trên không gian tìm kiếm rộng lớn. Nhược điểm của thuật toán α -LO là phải giải rất nhiều bài toán PTHH tất định, tốn thời gian, nhất là trong phân tích động.

Để giảm thời gian tính toán, trong [13] tác giả đã đề xuất kỹ thuật phân tích lại (reanalysis technique) áp dụng đối với bài toán phẳng của lý thuyết đàn hồi và bài toán tấm chịu uốn. Nội dung là nhận lại nghiệm của bài toán PTHH, với đầu vào là nghiệm của bài toán PTHH tất định trước đó, nhưng thay đổi một số giá trị. Tác giả [13] đã biểu diễn ma trận độ cứng K_α của phần tử theo công thức:

$$K_{el} = \sum_{i=1}^{nr_{unc}} f_i C_i \quad (1)$$

trong đó: f_i hàm của các biến mờ, giả thiết chỉ có trong thành phần của ma trận đàn hồi D của phần tử; C_i ma trận hằng số, được tính toán trên cơ sở sử dụng hoán chuyển đẳng hướng và tích phân số; nr_{unc} số lượng các biến mờ đầu vào.

Từ phương trình đối với bài toán tĩnh $Ku = F$, đạo hàm theo các biến mờ, thu được:

$$K(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} = \frac{\partial F}{\partial x_i} - \frac{\partial K}{\partial x_i} u(x), \quad i = 1, \dots, nr_{unc} \quad (2)$$

Các đạo hàm riêng của ma trận độ cứng phần tử K theo các biến mờ được xác định từ việc đạo hàm biểu thức (1). Tác giả đã sử dụng phương pháp gradient liên hợp định trước PCG (preconditioned conjugate gradient method) để giải phương trình (2). Tuy vậy, khối lượng do giải lặp tương đối lớn, nên chỉ áp dụng với bài toán phân tích tĩnh kết cấu, trong đó ma trận đàn hồi chứa các biến mờ.

2.2.2 Tìm kiếm tổ hợp CM

Các tác giả [14-17] thay việc tìm tối ưu toàn cục GO bằng việc tìm cực trị của các tổ hợp hữu hạn các giá trị đầu vào tại mỗi mức α . Tiêu biểu trong các phương pháp này là phương pháp đỉnh VM (vertex method) [14], phương pháp chuyển đổi TM (transformation method) [15], phương pháp chuyển đổi rút gọn STM (short transformation method) [16], phương pháp chuyển đổi dạng bộ phận CMTS (component mode transformation method) [17]. Đối với phương pháp VM, tại mỗi lát cắt α cần xác định 2^n tổ hợp tất định tại các giá trị $x_{i,\alpha min}, x_{i,\alpha max}$ ($i = 1 \div n$, n là số lượng biến mờ), tương ứng phải giải 2^n bài toán PTHH tất định. Các cải tiến của phương pháp VM để nâng cao độ chính xác được thể hiện ở phương pháp TM, phương pháp STM, phương pháp CMTS. Ưu điểm của các phương pháp này là tính toán đơn giản; nhược điểm là số lượng bài toán PTHH với đầu vào tất định lớn, tăng theo luật tích của hàm mũ α - số lượng lát cắt.

2.2.3 Phương pháp RSM

RSM là phương pháp quy hoạch thực nghiệm tất định, được sử dụng hiệu quả trong lý thuyết thống kê toán học. Theo phương pháp này, kết quả từ phương pháp PTHH tất định sẽ được sử dụng để xây dựng hàm xấp xỉ, thay thế đáp ứng thực kết cấu. Việc xác định các số mờ của đáp ứng kết cấu có thể thực hiện theo bài toán tối ưu trên hàm đáp ứng thay thế [18], hoặc tìm các điểm đạt cực trị tại các lát cắt trên hàm đáp ứng thay thế, sau đó tính các đáp ứng thực kết cấu bằng phương pháp PTHH tại các điểm đạt cực trị này [19]. Ưu điểm của phương pháp RSM là làm giảm thời gian tính toán và hiệu quả đối với các bài toán có số lượng biến mờ lớn. Tuy vậy, trong [18-19] cho thấy RSM vẫn còn một số hạn chế nhất định. Hạn chế đầu tiên là việc sử dụng biến mờ gốc, có miền xác định khác nhau trong mô hình thay thế, dẫn đến sai lệch trong việc xác định các hệ số hồi quy. Khi biến mờ gốc có tương quan, có thể xảy ra hiện tượng cộng tuyến (collinearity). Hạn chế thứ hai ở việc sử dụng mô hình hồi quy trong [19] và phương án lựa chọn mẫu đưa vào tính toán các hệ số hồi quy trong [18]. Tác giả [19], sử dụng mô hình hồi quy đa thức bậc 1 làm mô hình thay thế. Đây là mô hình đơn giản, khối lượng tính toán nhỏ, nhưng độ chính xác của mô hình hồi quy không cao, đặc biệt khi đáp ứng kết cấu là nội lực, hoặc chuyển vị trong bài toán động lực học. Trong [18], tác giả đã sử dụng mô hình hồi quy đa thức bậc 2 trong bài toán xác định hàm đáp ứng tần số FRF, nhưng chỉ xét đến tương quan giữa các tham số quan trọng. Sử dụng thêm các mẫu để kiểm tra sai lệch giữa mô hình thay thế và đáp ứng thực kết cấu tại các mẫu này, tài liệu [18] đã sử dụng mô hình mẫu đơn (split sample) trong tính toán các hệ số hồi quy. Theo [20], nhược điểm của cách lựa chọn này là có thể dẫn đến phương sai lớn. Ngoài ra, trong cả hai tài liệu [18-19] đều chưa đề cập đến việc xác định chuyển vị, nội lực mờ trong bài toán động lực học; đây là hai đại lượng đầu vào quan trọng trong bài toán đánh giá mức độ an toàn kết cấu.

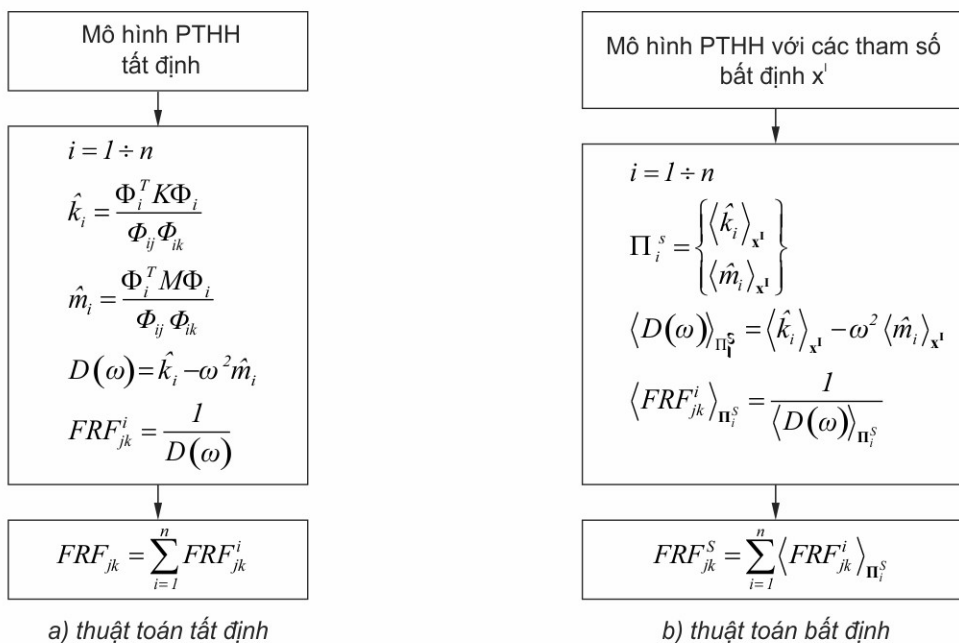
Năm 2012, tác giả [21] đã tìm hàm đáp ứng thay thế trên cơ sở sử dụng mô hình đáp ứng bậc cao (high dimensional model) để khai triển hàm đáp ứng xung quanh giá trị trung bình và sử dụng hàm nội suy Lagrange để biểu diễn hàm đáp ứng thay thế. Thuật toán sử dụng phép chuyển đổi từ biến mờ gốc (original fuzzy variable) thành biến mờ can thiệp (intervening fuzzy variable) để xác định các biên của đáp ứng kết cấu trong bài toán tối ưu. Nhược điểm của phép đổi biến này là nếu bất kỳ biến mờ gốc nào xuất hiện hơn một lần trong biểu thức, thì biến can thiệp sẽ không còn là các biến độc lập, từ đó dẫn đến đáp ứng kết cấu có biên rộng hơn so với thực tế.

Từ phân tích trên ta thấy: (i) Tiếp cận theo chiến lược tối ưu là một cách tiếp cận hiệu quả, được sử dụng trong cả phân tích tĩnh và phân tích động lực học kết cấu. Nhược điểm của cách tiếp cận này là tốn nhiều thời gian tính toán, do phải giải khối lượng lớn các bài toán PTHH tiên định và sử dụng thuật toán tối ưu để xác định các biên max, min của đáp ứng kết cấu. (ii) Việc sử dụng phương pháp RSM là một giải pháp đúng đắn để giảm

khối lượng tính toán. Tuy nhiên, độ chính xác của mô hình thay thế, cũng như việc xác định các đáp ứng kết cấu (nội lực, chuyển vị) trong bài toán động lực học là những nội dung cần tiếp tục nghiên cứu, nhằm nâng cao độ chính xác của đáp ứng cũng như kết quả bài toán đánh giá an toàn kết cấu.

2.3 Tiếp cận phối hợp chiến lược tối ưu và số học khoảng trong phân tích động lực học kết cấu [22-24]

Trong [22-24] các tác giả đã mở rộng phương pháp đáp ứng tần số FRM (frequency response method), để xác định hàm đáp ứng tần số FRF (frequency response function), khi các tham số đầu vào không chắc chắn được biểu diễn dưới dạng số mờ. Các bước thực hiện thuật toán được thể hiện trên Hình 2. Trước tiên, sử dụng tối ưu toàn cục GO để xác định các tham số độ cứng và khối lượng dạng chính chuẩn hóa (normalised modal). Sau đó, xác định số mờ của hàm đáp ứng tần số FRF theo phương pháp phân tích khoảng. Để thu hẹp khoảng của số mờ, các tác giả đã kiến nghị chuyển từ phương pháp dạng chữ nhật MRM (modal rectangle method) sang phương pháp dạng chữ nhật có điều chỉnh khoảng trị riêng MRE (modal Rectangle method with eigenvalue interval). Tuy nhiên, cũng như tiếp cận theo số học khoảng, hạn chế cơ bản của cách tiếp cận này là các tham số độ cứng và khối lượng dạng chính chuẩn hóa không phải là các số mờ độc lập, thực tế giữa chúng có tương quan. Vì vậy, số mờ thu được theo cách phối hợp với phân tích khoảng vẫn không sát với thực tế. Dưới đây là sơ đồ thuật toán của phương pháp FRM.



Hình 2. Phương pháp đáp ứng tần số FRM [22]

Trên Hình 2, sử dụng các kí hiệu: Φ_i - véc tơ dạng riêng thứ i ; Φ_{ij} - thành phần thứ j của véc tơ Φ_i ; K - ma trận độ cứng; M - ma trận khối lượng; $\hat{k}_i, \hat{m}_i$ - độ cứng dạng chính thứ i chuẩn hóa và khối lượng dạng chính thứ i chuẩn hóa; FRF_{jk}^i - hàm đáp ứng tần số ứng với dạng chính thứ i giữa bậc tự do thứ j và bậc tự do thứ k ; FRF_{jk} - hàm đáp ứng tần số giữa bậc tự do thứ j và bậc tự do thứ k với tổng n dạng riêng; x' - tập hợp các tham số bất định đầu vào; $\left\langle \hat{k}_i \right\rangle_{x^s}$ số mờ $\hat{k}_i$ do các tham số bất định đầu vào x' , xác định theo tối ưu toàn cục GO; $\left\langle \hat{m}_i \right\rangle_{x^s}$ - số mờ $\hat{m}_i$ do các tham số bất định đầu vào x' , xác định theo tối ưu toàn cục GO; Π_i^s - biên tạo ra bởi $\left\langle \hat{k}_i \right\rangle_{x^s}$ và $\left\langle \hat{m}_i \right\rangle_{x^s}$.

Ngoài hạn chế do việc sử dụng số học khoảng, hạn chế chính của cách tiếp cận này là mới chỉ xác định được đáp ứng kết cấu là hàm đáp ứng tần số FRF, chưa xác định được các đáp ứng cần thiết khác (nội lực, chuyển vị) để đi đến mục tiêu cuối cùng là đánh giá an toàn kết cấu.

2.4 Vận dụng các thuật toán PTHH ngẫu nhiên trong phân tích mờ kết cấu [25-29]

Ngoài các hướng tiếp cận nêu trên, một số tác giả [25-29] đã vận dụng các thuật toán PTHH ngẫu nhiên [30] vào phân tích mờ kết cấu. Điểm chung là chuyển đổi đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên.

2.4.1 Sử dụng phương pháp nhiễu

Trong các tài liệu [25-27], thuật toán PTHH ngẫu nhiên được sử dụng là phương pháp nhiễu. Để vận

dụng trong phân tích mờ kết cấu, tác giả [25] đã sử dụng chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn theo lý thuyết thông tin của Shannon (Shannon's information theory), rồi từ đại lượng ngẫu nhiên tương đương tiến hành tính toán theo phương pháp nhiễu. Các cải tiến dựa trên cơ sở phương pháp nhiễu được thực hiện trong [26-27]. Ưu điểm của cách tiếp cận này là thực hiện tương đối đơn giản. Tuy nhiên, hạn chế của phương pháp nhiễu là phải tính toán đạo hàm riêng bậc 1/bậc 2 của ma trận độ cứng K theo các biến mờ. Việc này sẽ dẫn đến gia tăng đáng kể mức độ phức tạp của tính toán khi số lượng biến mờ lớn, hoặc xuất hiện biến mờ trong thành phần ma trận biến dạng B (chẳng hạn chiều dài của phần tử, kích thước tiết diện là các biến mờ). Mặt khác, hạn chế lớn nhất của phương pháp nhiễu là chỉ áp dụng được khi biến sai không lớn, nhỏ hơn 20% [25].

2.4.2 Tìm hàm mật độ tương đương

Một số nghiên cứu mới gần đây trong [25, 29] đã thực hiện chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên theo phép co/phép dẫn để đảm bảo diện tích của hàm mật độ phân bố xác suất tương đương là đơn vị. Sau đó, tiến hành phân tích kết cấu theo mô hình ngẫu nhiên, sử dụng thuật toán Monte - Carlo cải tiến với số lượng tổ hợp ít hơn. Lợi thế của cách tiếp cận này là vận dụng lý thuyết xác suất - thống kê toán học và quá trình ngẫu nhiên, là lý thuyết đã được xây dựng thành một hệ thống tương đối hoàn chỉnh. Tuy nhiên, đối với bài toán động lực học ngẫu nhiên, cần đảm bảo các điều kiện chặt chẽ để tính toán, như quá trình dừng, chuẩn, ergodic... phức tạp cho tính toán đáp ứng kết cấu.

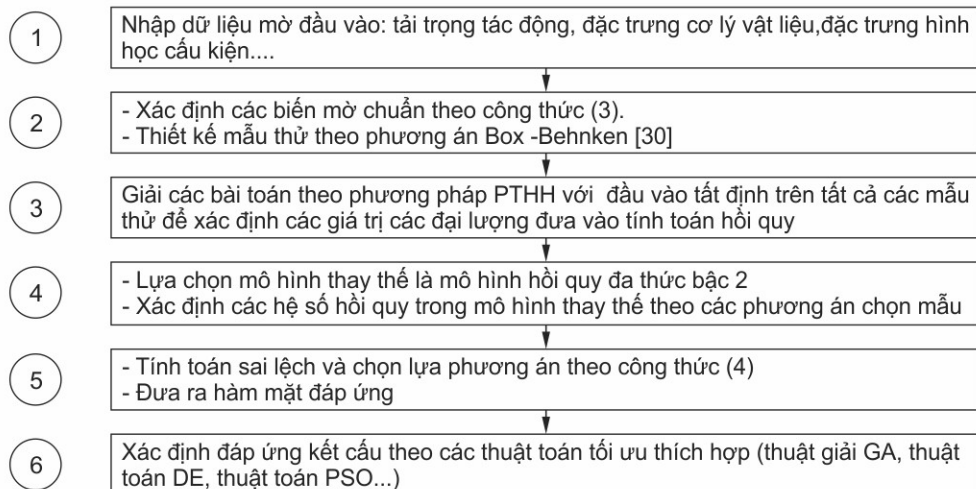


3. Đề xuất một thuật toán PTHH mờ

3.1 Các đặc điểm cải tiến của thuật toán PTHH mờ đề xuất

Qua phân tích các ưu nhược điểm của các thuật toán PTHH mờ nêu trên, nhận thấy việc sử dụng phương pháp mặt đáp ứng RSM trong lý thuyết thống kê toán học là thuận tiện hơn cả. Tuy nhiên, để giải quyết các hạn chế trong [18-19], chúng tôi đã cải tiến phương pháp mặt đáp ứng RSM, đưa ra cách giải cho ba bài toán cụ thể: phân tích tĩnh [4], phân tích dạng dao động riêng [5], phân tích kết cấu chịu tác dụng tải trọng điều hòa [6]. Trong bài này, thuật toán đề xuất được xây dựng trên cơ sở lựa chọn mô hình từ ba bài toán riêng rẽ đã có [4-6] để có lời giải tốt hơn đối với bài toán động lực học.

Trong thuật toán đề xuất này, chúng tôi lựa chọn các đại lượng đưa vào tính toán trong mô hình thay thế RSM là khác nhau cho mỗi mục tiêu. Với bài toán phân tích tĩnh kết cấu, chuyển vị là đại lượng được lựa chọn đưa vào. Trong phân tích dạng dao động riêng, đại lượng được chọn là các tần số dao động riêng ω , và các thành phần trong ma trận AS, AC [5]. Với bài toán phân tích kết cấu chịu tải trọng có chu kỳ đưa về dạng điều hòa, các tần số dao động riêng ω , và các thành phần trong ma trận dạng chính Φ được lựa chọn. Mô hình hồi quy sử dụng chung cho các đại lượng đã chọn là mô hình hồi quy đa thức bậc 2, với việc lựa chọn mẫu theo phương án Box - Behnken, như trong [31]. Qua các ví dụ minh họa, có đối chứng, cho thấy việc lựa chọn này là hợp lý, góp phần làm giảm khối lượng các bài toán PTHH tất định, tăng thêm độ chính xác trong việc xác định đáp ứng kết cấu. Thuật toán được thể hiện trên Hình 3. Đặc điểm của thuật toán đề xuất là sự kết hợp được ba nội dung sau: (i) xác định và sử dụng biến mờ chuẩn trong mô hình thay thế, (ii) đưa ra tiêu chí lựa chọn mẫu hợp lý để xác định các hệ số hồi quy trong mô hình thay thế, (iii) sử dụng kỹ thuật tìm kiếm ngẫu nhiên (ví dụ thuật giải di truyền GA) để giải bài toán tối ưu xác định đáp ứng kết cấu. Sau đây sẽ lần lượt trình bày ba nội dung chính của thuật toán này.



Hình 3. Trình tự tính toán thuật toán đề xuất

3.1.1 Xác định và sử dụng biến mờ chuẩn trong mô hình thay thế

Biến chuẩn là một khái niệm được sử dụng trong lý thuyết xác suất - thống kê toán học và lý thuyết quy hoạch thực nghiệm. Đây là biến ngẫu nhiên có kỳ vọng $\mu = 0$ và phương sai $\sigma^2 = 1$. Trên cơ sở vận dụng chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên [32-34], tương tự với khái niệm biến chuẩn dạng ngẫu nhiên, thuật toán đề xuất đã xác định biến mờ chuẩn đối với số mờ tam giác cân:

$$\tilde{X}_i = \frac{\tilde{x}_i - a}{(l/3)} \quad (3)$$

trong đó: $\tilde{x}_i$ là biến mờ gốc ban đầu, có giá trị tin tưởng (tại mức thuộc $\mu = 1$) là a , độ rộng trái (phải) là l ; $\tilde{X}_i$ là biến mờ chuẩn.

Chi tiết quá trình biến đổi để có được công thức (3), có trong [4].

Với phép đổi biến theo (3), từ biến mờ gốc ban đầu $\tilde{x}_i = (a, l, l)_{LR}$, đã chuyển sang biến mờ chuẩn $\tilde{X}_i = (0, 3, 3)_{LR}$. Lợi điểm là, từ biến mờ gốc ban đầu có miền xác định rất khác nhau, đã chuyển thành các biến chuẩn có cùng miền xác định. Trong ví dụ minh họa tại [6], việc sử dụng biến mờ chuẩn cho kết quả sai lệch với nghiệm "chính xác" tương đối bé ($< 4\%$ ở tất cả các tiêu chí so sánh), còn biến mờ gốc cho kết quả sai lệch khá lớn ($> 60\%$).

Với việc sử dụng biến mờ chuẩn và mô hình hồi quy đa thức bậc 2 làm mô hình thay thế, hệ số hồi quy ao trong mô hình đa thức bậc 2 chính là giá trị tin tưởng ($\mu=1$) của đáp ứng kết cấu, tương ứng tính với giá trị tin tưởng của các số mờ đầu vào. Điều này hoàn toàn đúng theo nguyên lý mờ rộng [2-3] cũng như ý nghĩa vật lý của bài toán.

3.1.2 Đưa ra tiêu chí lựa chọn phương án mẫu hợp lý

Để xác định các hệ số hồi quy trong mô hình thay thế, quan trọng là lựa chọn phương án mẫu hợp lý nhất, thuật toán đề xuất đã sử dụng phương pháp kiểm tra chéo rời bỏ một tập LOCV (leave - one - out cross - validation) [26] và đưa ra tiêu chí chọn sau:

$$GSE_j = (y_j - \hat{y}_j^{(-j)})^2 \rightarrow \min \quad (4)$$

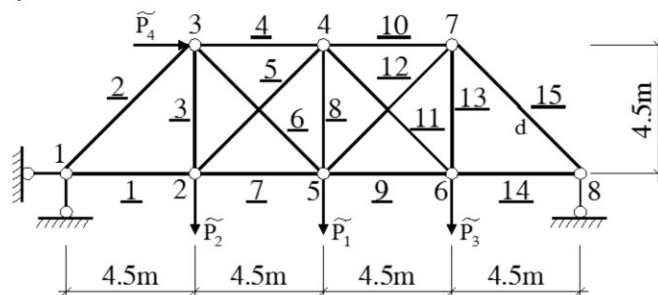
trong đó: GSE_j là ước lượng sai lệch của phương án thứ j ; y_j là giá trị đầu ra tại X^j , xác định theo phương pháp PTHH; $\hat{y}_j^{(-j)}$ là giá trị ước lượng tại X^j theo phương án thứ j .

Trong các ví dụ minh họa [4,6] việc lựa chọn phương án mẫu theo (4) cho kết quả tốt nhất trong các phương án lựa chọn mẫu, dẫn đến kết quả đáp ứng mờ kết cấu theo thuật toán đề xuất có sai lệch bé ($< 5\%$) khi so sánh với kết quả chính xác.

3.1.3 Sử dụng kỹ thuật tìm kiếm ngẫu nhiên GA để xác định đáp ứng kết cấu

Để xác định đáp ứng mờ kết cấu, cần giải các bài toán quy hoạch phi tuyến. Trong đó, hàm mục tiêu cần tối ưu về cơ bản là không thể biểu diễn được dưới dạng hàm hiện. Để giải quyết vấn đề này, có thể sử dụng các kỹ thuật tìm kiếm ngẫu nhiên như thuật giải di truyền GA [35], thuật toán tối ưu hóa bầy đàn PSO (particle swarm optimization) [36], thuật toán tiến hóa vi phân DE (differential evolution) [37]. Thuật toán đề xuất đã sử dụng thuật giải di truyền GA, được lập trong phần mềm Matlab 7.12 để giải bài toán tối ưu xác định đáp ứng kết cấu dưới dạng số. Trong nghiên cứu tiếp theo, sẽ có so sánh sử dụng GA với một số kỹ thuật khác cùng nhóm để thấy rõ phạm vi và đối tượng sử dụng hiệu quả các kỹ thuật tối ưu số này.

3.2 Ví dụ minh họa



Hình 4. Ví dụ minh họa

Xét hệ dàn phẳng như Hình 4. Mô đun đàn hồi $\tilde{E}$, các lực $\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4$ là các số mờ tam giác cân: $\tilde{E} = (200, 20, 20)_{LR}$ Gpa; $\tilde{P}_1 = (200, 20, 20)_{LR}$ kN; $\tilde{P}_2 = (100, 10, 10)_{LR}$ kN; $\tilde{P}_3 = (100, 10, 10)_{LR}$ kN; $\tilde{P}_4 = (90, 9, 9)_{LR}$ kN.

Yêu cầu: Xác định các chuyển vị mờ theo phương ngang u_2 , theo phương đứng v_2 và lực dọc mờ N_1 .

Thực hiện theo thuật toán đề xuất, với số lượng biến mờ là 5, cần tính toán 41 bài toán PHTT tất định. Các kết quả đáp ứng mờ kết cấu u_2 , v_2 và N_1 của thuật toán đề xuất và so sánh với thuật toán tối ưu hóa mức theo các tiêu chí trong [4], được thể hiện trên Bảng 1, Bảng 2, Bảng 3 và Hình 5.

Bảng 1. Chuyển vị mờ u_2 (m)

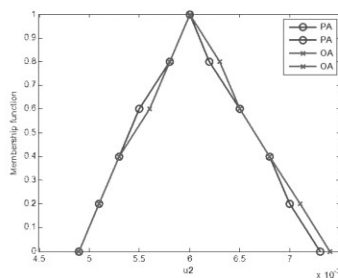
Lát cắt α	Thuật toán đề xuất		Thuật toán tối ưu hóa mức α		Sai lệch $AE_{umin}(\%)$	Sai lệch $AE_{umax}(\%)$	Sai lệch $IE(\%)$
	u_{2min}	u_{2max}	u_{2min}	u_{2max}			
0.00	0.0049	0.0073	0.0049	0.0074	0.00	0.58	0.84
0.20	0.0051	0.0070	0.0051	0.0071	0.00	0.41	
0.40	0.0053	0.0068	0.0053	0.0068	0.00	0.00	
0.60	0.0055	0.0065	0.0056	0.0065	0.58	0.00	
0.80	0.0058	0.0062	0.0058	0.0063	0.00	0.25	
1.00	0.0060	0.0060	0.0060	0.0060	0.00	0.00	

Bảng 2. Chuyển vị mờ v_2 (m)

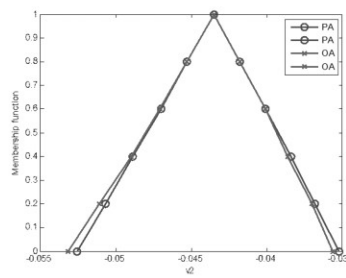
Lát cắt α	Thuật toán đề xuất		Thuật toán tối ưu hóa mức α		Sai lệch $AE_{vmin}(\%)$	Sai lệch $AE_{vmax}(\%)$	Sai lệch $IE(\%)$
	v_{2min}	v_{2max}	v_{2min}	v_{2max}			
0.00	-0.0526	-0.0352	-0.0532	-0.0356	1.01	1.00	1.05
0.20	-0.0507	-0.0368	-0.0511	-0.0370	0.65	0.63	
0.40	-0.0489	-0.0384	-0.0490	-0.0386	0.36	0.35	
0.60	-0.0470	-0.0401	-0.0471	-0.0401	0.15	0.00	
0.80	-0.0453	-0.0418	-0.0453	-0.0418	0.00	0.00	
1.00	-0.0435	-0.0435	-0.0435	-0.0435	0.00	0.00	

Bảng 3. Lực dọc mờ N_1 (kN)

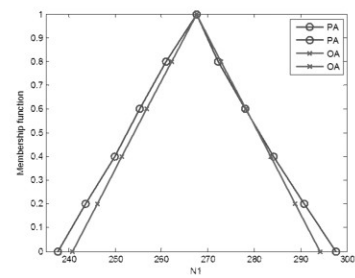
Lát cắt α	Thuật toán đề xuất		Thuật toán tối ưu hóa mức α		Sai lệch $AE_{Nmin}(\%)$	Sai lệch $AE_{Nmax}(\%)$	Sai lệch $IE(\%)$
	N_{1min}	N_{1max}	N_{1min}	N_{1max}			
0.00	237.6590	297.6747	240.7502	294.2500	1.28	1.16	12.18
0.20	243.5999	290.7395	246.1004	288.9000	1.02	0.64	
0.40	249.9479	284.1897	251.4503	283.5500	0.60	0.23	
0.50	253.0358	281.0535	254.1253	280.8750	0.43	0.06	
0.60	255.3193	278.0067	256.8004	278.2000	0.58	0.07	
0.80	261.0420	272.1719	262.1501	272.8500	0.42	0.25	
1.00	267.5000	267.5000	267.5000	267.5000	0.00	0.00	



a) Chuyển vị mờ u_2 (m)



b) Chuyển vị mờ v_2 (m)



c) Nội lực mờ N_1 (kN)

Hình 5. Các đáp ứng mờ kết cấu. PA - thuật toán đề xuất, OA - thuật toán tối ưu hóa mức

Tại mức thuộc bằng 0.5, kết quả tính toán nội lực mờ N_i được so sánh với kết quả tại ví dụ 3 trong [9] (kết quả này trùng với kết quả tính toán theo thuật toán tối ưu hóa mức). Từ đó, nhận thấy sai lệch giữa kết quả tính theo thuật toán đề xuất và kết quả trong [6] là tương đối bé ($< 0.5\%$).

Thông qua ví dụ minh họa trên, nhận thấy một số đặc điểm sau của thuật toán đề xuất: Thuật toán đề xuất cho kết quả tính toán sát với thực tế và có sai lệch bé ($< 2\%$); Sai lệch bề rộng khoảng IE lớn nhất là 12.18% (đối với lực dọc N_i), tuy nhiên các sai lệch AE_{Nmin} và AE_{Nmax} tương ứng tương đối nhỏ (lần lượt là 1.28% và 1.16%). Do đó, trong trường hợp này, vẫn đảm bảo độ chính xác theo yêu cầu tính toán.



4. Kết luận

- Bài báo đã phân loại các thuật toán PTHH mờ theo bốn hướng tiếp cận khác nhau, phân tích ưu, nhược điểm của các thuật toán này.

- Đề xuất một thuật toán PTHH mờ cải tiến, áp dụng trong trường hợp các tham số đầu vào là số mờ tam giác cân. Thông qua các khảo sát số đã có [4-6] và trong ví dụ ở bài này, cho thấy thuật toán đề xuất có độ tin cậy đáp ứng yêu cầu và có thể áp dụng trong thực tế.

- Hạn chế trong thuật toán đề xuất này là xử lý đối với trường hợp biến mờ đầu vào dạng các tam giác cân khi chuẩn hóa. Tuy vậy, tương tự như trường hợp đại lượng ngẫu nhiên, đưa phân bố không chuẩn về dạng phân bố chuẩn, ta có khả năng phát triển thuật toán này cho trường hợp tham số đầu vào dạng tam giác không cân.

Tài liệu tham khảo

1. Kiureghian AD., Ditlevsen O. (2009), "Aleatory or epistemic? Does it matter?", *Structural Safety*.
2. B. Bouchon, Meunier, Hồ Thuần, Đặng Thanh Hà (2007), *Logic mờ và ứng dụng*, Nhà xuất bản Đại học quốc gia Hà Nội, Hà Nội.
3. Dubois D., Prade H. (1980), *Fuzzy Sets and Systems*, Academic Press, New York.
4. Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh (2013), "Một thuật toán phần tử hữu hạn mờ phân tích tính hệ thanh có tham số không chắc chắn", *Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vật rắn biến dạng lần thứ XI, Hồ Chí Minh 2013*.
5. Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh, Phạm Hoàng Anh (2014), "Phân tích mờ kết cấu chịu tải trọng động sử dụng phương pháp mặt đáp ứng cải tiến và đánh giá an toàn", *Tạp chí Khoa học công nghệ xây dựng*, 12-2014.
6. Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh, Phạm Hoàng Anh (2015), "A fuzzy finite element algorithm based on response surface method for free vibration analysis of structure", *Vietnam Journal of mechanics*, VAST, 37(1).
7. Zang H. (2005), *Nondeterministic linear static finite element analysis: An interval approach*.
8. Muhanna R.L., Mullen R.L., Zang H. (2004), "Interval finite element as a basis for generalized models of uncertainty in engineering mechanics", *Proceedings of the NSF workshop on reliable engineering computing*, September 15 - 17, 353 - 370.
9. Rama Rao M.V., Mullen R.L., Muhanna R.L. (2011), *A new interval finite element formulation with the same accuracy in primary and derived variables*, *Int. J. Reliability and Safety*, 5(3/4).
10. Degrauwe D., Lombaert G., De Roeck G. (2010), "Improving interval analysis in finite element calculation by means of affine arithmetic", *Computers and Structures* 88, 247 - 254.
11. Möller B., Beer M. (2004), *Fuzzy Randomness - Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics*, Springer, Dresden.
12. Degrauwe D. (2007), *Uncertainty propagation in structural analysis by fuzzy numbers*, Ph.D. thesis, K.U. Leuven.
13. Farkas L., Moens D., Vandepitte D., Desmet W. (2010), "Fuzzy finite element analysis based on reanalysis technique", *Structural Safety*, 32:442 - 448.
14. Dong W., Shan H. (1987), "Vertex method for computing functions of fuzzy variables", *Fuzzy Sets and Systems* 24, 65 - 78.
15. Hanss M. (2005), *Applied fuzzy arithmetic - An introduction with engineering applications*, Berlin Springer.
16. Donders S., Vandepitte D., Van de Peer J., Desmet W. (2005), "Assessment of uncertainty on structural dynamic responses with the short transformation method", *Journal of Sound and Vibration* 288, 523 - 549.
17. Giannini O., Hanss M. (2008), "The component mode transformation method: A fast implementation of fuzzy arithmetic for uncertainty management in structural dynamics", *Journal of Sound and Vibration* 311, 1340 - 1357.

18. De Munck M., Moens D., Desmet W., Vandepitte D. (2008), "A response surface based optimisation algorithm for the calculation of fuzzy envelope FRFS of models with uncertain properties", *Computers and Structures*, 86: 1080 - 1092.
19. Akpan U.O., Koko T.S., Orisamolu I.R., Gallant B.K. (2001), "Practical fuzzy finite element analysis of structures", *Finite Elements in Analysis and Design*, 38:93 - 111.
20. Queipo N.V., Haftka R.T., Shyy W., Goel T., Vaidyanathan R., Tucker P.K. (2005), "Surrogate - based analysis and optimization", *Progress in Aerospace Sciences*, 41:1-28.
21. Balu A.S., Rao B.N. (2012), "High dimensional model representation based formulation for fuzzy finite element analysis of structures", *Finite elements in analysis and design*, 50:217 - 230.
22. De Gersem H., Moens D., Desmet W., Vandepitte D., *Interval and Fuzzy finite element analysis of mechanical structures with uncertain parameters*, Proceedings of ISMA2004.
23. Moens D., Vandepitte D. (2005), "A fuzzy finite element procedure for the calculation of uncertain frequency - response functions of damped structures : Part 1 - Procedure", *Journal of Sound and Vibration*, 288:431 - 462.
24. De Gersem H., Moens D., Desmet W., Vandepitte D. (2005), "A fuzzy finite element procedure for the calculation of uncertain frequency - response functions of damped structures : Part 2 - Numerical case studies", *Journal of Sound and Vibration*, 288:463 - 486.
25. Lei Z., Chen Q. (2002), "A new approach to fuzzy finite element analysis", *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192:5113 - 5118.
26. Huang H-Z., Li H-B. (2005), "Perturbation finite element method of structural analysis under fuzzy environment", *Engineering Application of Artificial Intelligence*, 18:83 - 91.
27. Pham Hoang Anh (2014), "Fuzzy analysis of laterally - loaded pile in layered soil", *Vietnam Journal of Mechanics*, VAST, 36 (3):173 - 183.
28. Nguyễn Văn Phó (2012), "Về các phương pháp phân tích mờ kết cấu", *Tạp chí Kết cấu và công nghệ xây dựng* số 8, I-2012.
29. Nguyễn Thanh Hưng, Nghiêm Mạnh Hiến, Trần Văn Liên (2015), "Tính toán dầm bê tông cốt thép bị ăn mòn bằng phương pháp phân tử hữu hạn", *Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vật rắn biến dạng lần thứ XII, Đà Nẵng* 6 - 7/8/2015.
30. Stefanou G. (2009), "The stochastic finite element method : Past, present and future", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 198:1031-1051.
31. Mason R.L., Guns R.F. and Hess J.L. (2003), *Statistical Design and Analysis of Experiment : With Applications to Engineering and Science*, Second Editor, John Wiley & Sons.
32. Dubois D., Prade H., Sandri S. (1993), "On Possibility/Probability Transformations", *Proceedings of Fourth IFSA Conference*.
33. Dubois D., Foulloy L., Mauris G. and Prade H. (2004), "Probability - Possibility Transformations, Triangular Fuzzy Sets, and Probabilistic Inequalities", *Reliable Computing*, 10:273-297, Kluwer Academic Publishers, Printed Netherlands.
34. Dubois D. (2006), "Possibility Theory and Staticstical Reasoning", *Computational Statistics & Data Analysis*, 51:47 - 59.
35. Michalewics Z. (1995), *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer.
36. Eberhart, R. C. and Shi, Y. (2001), "Particle swarm optimization: developments, applications and resources", *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation 2001*, IEEE service center, Piscataway, NJ., Seoul, Korea, 81-86.
37. Price, K., Storm, R., Lampinen, J. A. (2005), *Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization*, Springer.