



XÁC ĐỊNH TRỌNG SỐ KHI BÌNH SAI HỖN HỢP LƯỚI ĐO GÓC - CẠNH

Vũ Văn Thịnh¹, Vũ Thái Hà², Đào Duy Toàn³

Tóm tắt: Trọng số của các trị đo góc cạnh xác định theo phương pháp truyền thống áp dụng với các dạng lưới có chiều dài cạnh tương đối đều nhau và sai số đo góc cạnh theo qui chuẩn chưa thấy rõ những bất cập. Ngày nay, khi bình sai hỗn hợp lưới đo góc cạnh có chiều dài cạnh rất khác nhau và được đo với độ chính xác cao, đã cho thấy cách lấy trọng số truyền thống chưa phù hợp. Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu lấy trọng số theo ảnh hưởng tới độ chính xác điểm của trị đo khi bình sai hỗn hợp lưới đo góc cạnh.

Từ khóa: Trọng số; bình sai hỗn hợp lưới góc - cạnh.

Abstract: According to traditional methods, weights of distance and angular measurements were determined in respect of some special types of coordinate networks with nearly equal lengths of adjacent sides; consequently, the nominal distance and angular measurements accuracy still exposes inadequacies. At present, the combined adjustment of networks with high - accuracy and different side lengths strongly indicates the unsuitability. This paper presents an algorithm for weights determination based on the effect of measurements on the accuracy of determined stations in combined adjustment of distance/angle measurement networks.

Keywords: Weights; the adjustment of combined angular and distance measurement network.

Nhận ngày 01/9/2013, chỉnh sửa ngày 15/9/2013, chấp nhận đăng 30/9/2013



1. Giới thiệu

Việc xác định trọng số khi bình sai lưới đo góc - cạnh truyền thống đã được trình bày trong các giáo trình [1], [2]. Lưới đo góc cạnh truyền thống thường được thiết kế theo cấp hạng với sai số đo góc yêu cầu và độ dài cạnh trung bình theo qui phạm. Ngày nay, khi bình sai hỗn hợp lưới đo góc - cạnh với các trị đo cạnh có độ chính xác cao và độ dài rất khác nhau, dẫn đến việc chọn trọng số các trị đo góc, cạnh sao cho phản ánh đúng ảnh hưởng của chúng tới kết quả cần xác định sau bình sai hỗn hợp trong lưới là tọa độ điểm.



2. Phương pháp

Bài báo tập trung nghiên cứu phương pháp xác định trọng số trị đo góc - cạnh theo ảnh hưởng tới sai số vị trí điểm và so sánh với phương pháp xác định trọng số trong lưới đo góc - cạnh truyền thống, từ đó đánh giá sự tương đương giữa trọng số góc và cạnh khi đưa vào bài toán bình sai.

2.1 Xác định trọng số trong lưới đo góc cạnh truyền thống

Các kết quả đo L_i , có sai số trung phương tương ứng m_i , trọng số tính theo công thức:

¹PGS.TS, Khoa Xây dựng Cầu đường. Trường Đại học Xây dựng. E-mail: vvt695@yahoo.com

²ThS, Khoa Xây dựng Cầu đường. Trường Đại học Xây dựng

³KS, Khoa Xây dựng Cầu đường. Trường Đại học Xây dựng

$$P_i = \frac{C}{m_i^2}$$

Hằng số C tự chọn sao cho $p_i \approx 1$.

Trong lưới đo góc - cạnh có các trị đo hướng H_i , trị đo góc β_i , các trị đo cạnh S_i với các sai số trung phương tương ứng là m_{H_i} , m_{β_i} và m_{S_i} .

Khi thực hiện bài toán bình sai hỗn hợp lưới đo góc - cạnh phải thỏa mãn nguyên lý số bình phương nhỏ nhất: $[PVV] = \min$

$$\text{Hay } [PVV] = \left[\frac{C \cdot v_H \cdot v_H}{m_H^2} \right] + \left[\frac{C \cdot v_\beta \cdot v_\beta}{m_\beta^2} \right] + \left[\frac{C \cdot v_s \cdot v_s}{m_s^2} \right]$$

Các đại lượng đo góc, cạnh và sai số trung phương tương ứng có các thứ nguyên khác nhau.

Số hiệu chỉnh v_i và sai số trung phương m_i có cùng thứ nguyên (cùng đơn vị đo), vì vậy đại lượng $\frac{v_i}{m_i}$ không có thứ nguyên.

Điều kiện bài toán bình sai hỗn hợp $[pvv] = \min$ có thể viết là

$$[PVV] = [V'V'] = \min$$

Nếu chọn phương trình số hiệu chỉnh V' của các loại trị đo góc, cạnh khác nhau

$$v'_i = \sqrt{p_i} \cdot v_i = \frac{v_i}{m_i}$$

Chúng ta sẽ có các số hiệu chỉnh V' không có thứ nguyên.

Trong lưới đo góc - cạnh, thường sai số trung phương đo góc bằng nhau, là m_β . Sai số trung phương đo cạnh tỷ lệ với chiều dài cạnh, $\frac{m_s}{S} = \frac{1}{\mu}$. Hằng số $\mu = \frac{S}{m_s}$ là mẫu số của sai số tương đối đo cạnh.

Để trọng số góc đo bằng 1, có thể chọn hằng số $C = m_\beta^2$, khi đó trọng số các đại lượng đo góc là:

$$P_{\beta i} = \frac{C}{m_{\beta i}^2} = \frac{m_\beta^2}{m_{\beta i}^2} = 1 \quad (1)$$

Trong lưới đo cạnh, trọng số tính theo sai số trung phương đo cạnh

$$P_{S i} = \frac{m_\beta^2}{m_{S i}^2} \quad (2)$$

Điều kiện bài toán bình sai hỗn hợp lưới đo góc - cạnh là

$$[PPV] = [P_b v_b v_b] + [P_s v_s v_s] = \min$$

$$\text{Có thể viết được: } [PPV] = m_\beta^2 \left[\left(\frac{v_b v_b}{m_\beta^2} \right) + \left(\frac{v_s v_s}{m_s^2} \right) \right] = m_\beta^2 [v' v'] = \min$$

Khi đó điều kiện bài toán bình sai hỗn hợp được thỏa mãn.

2.2 Xác định trọng số trị đo theo ảnh hưởng tới sai số vị trí điểm

Trong lưới đo góc - cạnh, sai số trung phương đo cạnh tỷ lệ với chiều dài cạnh đo; khi đo bằng TĐĐT, sai số trung phương đo cạnh thường xác định theo công thức: $m_s = a + b \cdot 10^{-6} \cdot S$.

trong đó: Hằng số $a = 1 \div 5$ (mm); Hằng số $b = 1 \div 5$

Lưới đo góc - cạnh có sai số trung phương đo hướng là m_{Hi} , sai số trung phương đo góc là $m_{\beta} = \frac{m_H}{\sqrt{2}}$

Sai số trung phương đo hướng ảnh hưởng tới sai số xác định vị trí điểm phụ thuộc theo khoảng cách S giữa hai điểm (hình 1), $m_H^N = \frac{m_H}{\rho''} \cdot S$

trong đó: m_H^N là sai số vị trí điểm do ảnh hưởng của sai số đo hướng và vuông góc với hướng đo; S là khoảng cách giữa hai điểm.



Hình 1. Ảnh hưởng sai số đo hướng và đo cạnh tới vị trí điểm

Ảnh hưởng của sai số đo cạnh tới vị trí điểm cũng tỷ lệ theo chiều dài cạnh đo, nhưng dọc theo cạnh đo và vuông góc với sai số do ảnh hưởng của sai số đo hướng (hình 1).

$$m_s^D = m_s$$

Như vậy, khi xác định trọng số trong lưới đo góc - cạnh, tính theo của sai số trung phương đo hướng và đo cạnh, ảnh hưởng tới sai số vị trí điểm, trọng số tính theo các công thức sau:

$$\text{Trọng số hướng } P_{Hi} = \frac{C}{m_{Hi}^{N2}} = \frac{C}{\frac{m_{Hi}^{N2}}{\rho^2} S_i^2} = \frac{C}{m_{Hi}^2 S_i^2} \rho^2 \quad (3)$$

$$\text{Trọng số góc } P_{\beta i} = \frac{C}{m_{\beta i}^{N2}} = \frac{C}{\frac{m_H^2}{2 \cdot \rho^2} S_i^2} = \frac{2C}{m_H^2 S_i^2} \rho^2 \quad (4)$$

$$\text{Trọng số cạnh } P_{Si} = \frac{C}{m_{Si}^{D2}} = \frac{C}{m_{Si}^2} \quad (5)$$

Nếu chọn hằng số $C = m_{\bar{S}}^2$

Trong đó $\bar{S}$ là độ dài cạnh trung bình cạnh các trị đo hướng trong lưới; P_{Hi} là trọng số của hướng thứ i ; $P_{\beta i}$ là trọng số của góc thứ i ; P_{Si} là trọng số của cạnh thứ i .

$$\text{Trọng số hướng là } P_{Hi} = \frac{m_{\bar{S}}^2}{S_i^2} = \frac{\rho^2}{m_H^2} \quad (6)$$

$$\text{Trọng số đo góc } \beta_i \text{ là } P_{\beta i} = 2 \frac{m_{\bar{S}}^2}{S_i^2} = \frac{\rho^2}{m_H^2} \quad (7)$$

$$\text{Trọng số cạnh } S_i \text{ là } P_{Si} = \frac{m_{\bar{S}}^2}{m_{Si}^2} \quad (8)$$

Nếu cạnh S_i bằng độ dài cạnh trung bình của lưới thì trọng số $p_{Si} = 1$.

$$\text{Trong đó sai số đo góc - cạnh tương đương tính theo công thức: } m_s = \frac{m_{\beta}}{\rho''} S \quad (9)$$



3. Tính khảo sát hai phương án lấy trọng số

3.1 Xác định trọng số trong bình sai các đồ hình mẫu

Trọng số PA.1 tính theo phương pháp truyền thống với các công thức (1) và (2). Trọng số PA.2 tính theo công thức (7) và (8). Kết quả ở bảng 1 tính trọng số cạnh có chiều dài bằng cạnh trung bình.

Bảng 1. Trọng số trong đồ hình mẫu

TT	Dạng lưới	Cạnh trung bình lưới (m)	Sai số đo (mm)			Trọng số PA.1		Trọng số PA.2	
			Góc m_{β}	m_H^N	Cạnh m_{Si}	$p_{\beta i}$	p_{Si}	$p_{\beta i}$	p_{Si}
Cạnh đo với sai số $m_s = \pm(3mm + 5.10^{-6}.S)$									
1	Đường chuyền cấp 2	350 m	10"	12,1	4,25	1,00	5,54	0,25	1,00
2	Đường chuyền cấp 1	800m	5"	13,6	7,00	1,00	0,51	0,53	1,00
Cạnh đo với sai số $m_{s2} = (2mm + 2.10^{-6}.S)$									
3	Đường chuyền hạng IV	2000m	2"	13,6	6,00	1,00	0,11	0,39	1,00
4	Lưới giải tích cấp 1	5000m	5"	84,8	12,00	1,00	0,17	0,04	1,00
5	Lưới hạng IV	5000m	2"	33,9	12,00	1,00	0,03	0,25	1,00

Kết quả khảo sát ở bảng 1 cho thấy trọng tính theo công thức (7) và (8) tỷ lệ với ảnh hưởng của sai số các trị đo tới độ chính xác vị trí điểm hơn so với trọng số tính theo công thức truyền thống (1) và (2).

3.2 Tính khảo sát bình sai lưới đo góc - cạnh

Khảo sát bình sai hỗn hợp với lưới đo 18 góc, 10 cạnh, 3 điểm gốc, 4 điểm cần xác định. Sau đó đo thêm 3 cạnh dài theo sơ đồ hình 2.

Bài toán khảo sát bình sai theo phương pháp gián tiếp với hai lưới và mỗi lưới lấy trọng số theo hai phương pháp.

A. Bình sai theo phương pháp gián tiếp lưới có 18 góc, 10 cạnh đo.

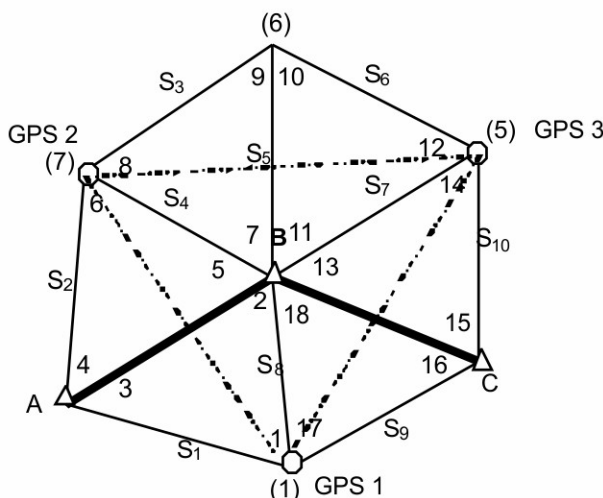
A.1. Lấy trọng số theo công thức (1) và (2)

A.2. Lấy trọng số theo công thức (7) và (8)

B. Bình sai theo phương pháp gián tiếp lưới có 18 góc, 13 cạnh đo

B.1. Lấy trọng số theo công thức (1) và (2)

B.2. Lấy trọng số theo công thức (7) và (8)


Hình 2. Sơ đồ lưới đo góc - cạnh

Trọng số trị đo tính từ sai số đo: Góc đo với sai số 2". Sai số vị trí điểm do ảnh hưởng của sai số đo góc là m_G^N . Sai số đo cạnh $m_s = 3mm + 5.10^{-6}.S$. Kết quả thể hiện ở bảng 2.

Bảng 2. Trọng số tính theo 2 phương án

TT	Cạnh (m)	Sai số cạnh m_s (mm)	Sai số m_s^N (mm)	Trọng số - lưới A				Trọng số - lưới B			
				PA. A1		PA. A2		PA. B1		PA. B2	
				P_β	P_s	P_β	P_s	P_β	P_s	P_β	P_s
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4020.251	23.10	26.68	1,000	0.007	1.068	0.713	1,000	0.007	1.347	0.899
2	2793.500	16.96	23.01	1,000	0.014	1.436	1.321	1,000	0.014	1.812	1.667
3	3052.684	18.26	23.89	1,000	0.012	1.332	1.140	1,000	0.012	1.681	1.438
4	2363.855	14.81	19.68	1,000	0.018	1.963	1.731	1,000	0.018	2.476	2.185
5	3476.192	20.38	18.21	1,000	0.010	2.293	0.915	1,000	0.010	2.893	1.155
6	2698.267	16.49	17.68	1,000	0.015	2.433	1.398	1,000	0.015	3.070	1.764
7	3249.055	19.24	20.02	1,000	0.011	1.897	1.027	1,000	0.011	2.394	1.295
8	3764.127	21.82	18.56	1,000	0.008	2.206	0.799	1,000	0.008	2.783	1.008
9	4556.877	25.78	22.38	1,000	0.006	1.518	0.572	1,000	0.006	1.915	0.722
10	2924.531	17.62	21.16	1,000	0.013	1.697	1.224	1,000	0.013	2.142	1.545
11	5681.690	31.40	23.05	1,000		1.431		1,000	0.004	1.805	0.486
12	4531.622	25.65	20.38	1,000		1.830		1,000	0.006	2.308	0.729
13	6037.718	33.18	24.74	1,000		1.242		1,000	0.004	1.567	0.436
14			21.16	1,000		1.698		1,000		2.142	
15			23.63	1,000		1.362		1,000		1.718	
16			29.22	1,000		0.890		1,000		1.123	
17			28.52	1,000		0.935		1,000		1.179	
18			26.50	1,000		1.082		1,000		1.365	

Cột 3 và 4 trong bảng 2 cho thấy sai số đo góc và cạnh ảnh hưởng tới vị trí điểm là tương đương. Cột 6 và 10 so với cột 5 và 9 cho thấy tính trọng số theo công thức (1) và (2), trọng số cạnh đo rất nhỏ so với trọng số góc đo. Cột 8 và 12 so với cột 7 và 11 cho trọng số tính theo công thức (7) và (8) thể hiện tương ứng với độ chính xác của các trị đo.

Bảng 3. Kết quả trọng số đảo của các ẩn số sau bình sai theo các phương án lấy trọng số trị đo

Ẩn số	Trọng số đảo ẩn số lưới A (10^{-4})		Trọng số đảo ẩn số lưới B (10^{-4})	
	PA. A1	PA. A2	PA. B1	PA. B2
1	2	3	4	5
X_D	1,57	1,50	1,09	0,91
Y_D	1,00	1,30	1,21	0,98
X_E	0,76	0,47	0,73	0,61
Y_E	1,00	0,98	1,19	0,88
X_F	1,76	1,10	1,54	1,01
Y_F	1,80	1,00	1,81	0,98
X_G	0,60	0,28	0,60	0,23
Y_G	0,76	0,39	0,75	0,34

Kết quả ở bảng 3 cho thấy khi bình sai hỗn hợp lưới đo góc cạnh lấy trọng số trị đo theo công thức (7) và (8) cho kết quả tốt hơn, đặc biệt khi thêm các trị đo cạnh dài.



4. Kết luận

Từ các kết quả khảo sát trình bày ở trên cho các kết luận sau:

- Trọng số trị đo xác định theo phương pháp truyền thống chỉ phù hợp với các dạng lưới qui chuẩn và có độ chính xác đo góc và cạnh tương đương như công thức (9).
- Trọng số trị đo xác định theo phương pháp lấy từ ảnh hưởng của trị đo tới ẩn số cần xác định cho kết quả sau bình sai lưới đo góc cạnh hỗn hợp chính xác hơn.
- Khi bình sai hỗn hợp lưới đo góc cạnh, trọng số trị đo góc và cạnh tính theo phương pháp đề xuất bằng các công thức (6), (7) và (8) là phù hợp với các dạng đồ hình lưới đo góc - cạnh hỗn hợp, đặc biệt có ý nghĩa đối với các lưới có đo bổ sung cạnh dài bằng GPS.

Tài liệu tham khảo

1. Phạm Hoàng Lâm (2003), *Giáo trình trắc địa cao cấp - phần 4: Bình sai lưới trắc địa*, Trường ĐH Mở Địa chất.
2. Профю. Васил ц. Пеевски (1975), *Висша геодезия, част 1*, Опорни геодезични мрежи София.