



NGHIÊN CỨU NỘI LỰC VÀ CHUYỂN VỊ CỦA DẦM THÉP KHI HÌNH THÀNH KHỚP DẸO CHỊU TẢI TRỌNG THAY ĐỔI LẬP

Vũ Quốc Anh¹, Nguyễn Hải Quang²

Tóm tắt: Trong bài báo trình bày phương pháp và các kết quả tính toán nội lực và chuyển vị của dầm thép khi hình thành khớp dẻo. Trong quá trình chảy của tiết diện, độ cứng của tiết diện đó thay đổi. Độ cứng của tiết diện phụ thuộc vào phần chưa bị chảy của tiết diện. Áp dụng phương pháp phần tử hữu hạn để xây dựng ma trận độ cứng cho phần tử dầm mà trong phần tử dầm đó có các tiết diện chưa chảy chỉ có tiết diện ở hai đầu có thể đã bị chảy. Sử dụng mô hình đàn - dẻo để tính toán cho các quá trình tăng tải hoặc giảm tải. So sánh kết quả tính của phương pháp khớp dẻo liên tiếp với phương pháp tính toán trực tiếp để đưa ra các nhận xét về giá trị chuyển vị, nội lực và sự phân phối lại nội lực khi hình thành khớp dẻo.

Từ khóa: Khung thép, nửa cứng, đàn dẻo, khung thép đàn - dẻo.

Summary: The paper presents method and results of calculation of internal force and displacement of beam when forming plastic hinge. In the process of yielding section, the stiffness of section is changed. The stiffness of section depends on part of the section that has not been yielded. Apply the finite element method to create stiffness matrix for beam element that has sections at both ends will be formed plastic hinge. Using the elastic-plastic model to calculate the load increase or load decrease process. Compare the results of the consecutive plastic hinge method with the direct method to comment on displacement, force and the retribution internal force when forming plastic hinge.

Key words: Plastic hinge, yielding section, stiffness matrix for beam element.

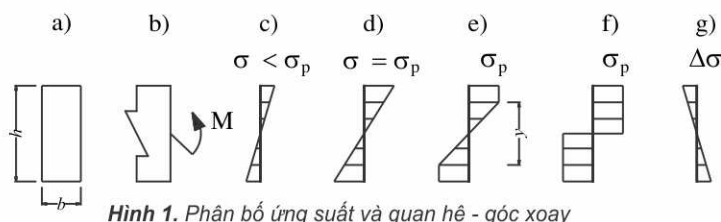
Nhận ngày 11/4/2014, chỉnh sửa ngày 30/4/2014, chấp nhận đăng 31/10/2014



1. Đặt vấn đề

Trong tính toán kết cấu thép, thông thường quan niệm vật liệu làm việc trong giai đoạn đàn hồi. Tuy nhiên, một số trường hợp vật liệu của kết cấu đã phải làm việc ngoài giới hạn đàn hồi. Vì vậy, đã có một số công trình đã nghiên cứu sự làm việc của vật liệu ngoài giới hạn đàn hồi [1, 2, 3, 4, 5]. Trong nghiên cứu phần tử dầm làm việc ngoài giới hạn đàn hồi, về nguyên tắc ứng suất gây ra chảy tiết diện là ứng suất do mômen và lực cắt. Tuy nhiên, ứng suất do lực cắt nhỏ hơn nhiều so với ứng suất do mômen gây ra. Vì vậy, trong nhiều nghiên cứu đã bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt [1, 2, 3, 4, 5, 7, 8]. Khảo sát quá trình chịu lực trong dầm có tiết diện chữ nhật (Hình 1.a) chịu uốn (Hình 1.b). Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt đến sự phân bố ứng suất thấy rằng khi thay đổi mômen thì sự phân bố ứng suất trong tiết diện dầm có thể trải qua các giai đoạn sau:

- Giai đoạn một - Giai đoạn chưa chảy: Giai đoạn này kể từ khi tiết diện của dầm bắt đầu có mômen đến khi mômen đạt đến M_e ($M_e = \frac{\sigma_p b h^2}{6}$) ứng suất trên cả hai thớ kéo và nén đều nhỏ hơn ứng suất chảy σ_p (Hình 1.c).



Hình 1. Phân bố ứng suất và quan hệ - góc xoay

¹PGS.TS, Khoa Xây dựng. Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội. E-mail: anhquocvu@gmail.com

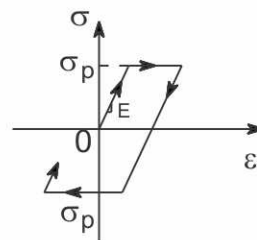
²TS, Trường Cao đẳng Xây dựng Công trình Đô thị.

- Giai đoạn hai - Giai đoạn tiết diện bị chảy một phần: Giai đoạn này kể từ khi mômen đạt tới giá trị M_e đến khi tiết diện chảy dẻo hoàn toàn. Sự chảy dẻo của tiết diện lan dần từ thớ biên vào trong giữa của tiết diện. Trong giai đoạn này, tiết diện bị phân thành hai phần: phần thứ nhất là phần chưa bị chảy có chiều cao là y (Hình 1.e), trong phần này ứng suất chưa đạt tới σ_p ; phần thứ hai là phần đã bị chảy, trong phần này ứng suất đạt tới σ_p và môđun đàn hồi là $E = 0$ (Hình 1.e). Do vậy, trong giai đoạn này độ cứng của tiết diện thay đổi (do y thay đổi).

- Giai đoạn ba - Giai đoạn chảy hoàn toàn: Giai đoạn này có sơ đồ ứng suất như Hình 1.f, trị số mômen của tiết diện là $M_p = \frac{\sigma_p b h^2}{4}$ luôn không đổi, ở tiết diện đã bị chảy ấy chỉ có thể tăng góc xoay mà không tăng mômen.

- Giai đoạn bốn - Giai đoạn đảo chiều: Bất kỳ ở thời điểm nào có sự đảo chiều mômen thì số gia của ứng suất đều được phân bố có dạng đường thẳng (Hình 1.g).

Trong bài báo này trình bày phương pháp phân tích và các kết quả nhận được khi tính toán kết cấu theo quan hệ giữa ứng suất và biến dạng có quan hệ đàn - dẻo lý tưởng (Hình 2), theo đó trong quá trình thay đổi tải trọng thì giá trị y (Hình 1.e) thay đổi như thế nào?



Hình 2. Mô hình đàn - dẻo lý tưởng:



2. Giải bài toán dầm hệ thanh bằng phương pháp phần tử hữu hạn

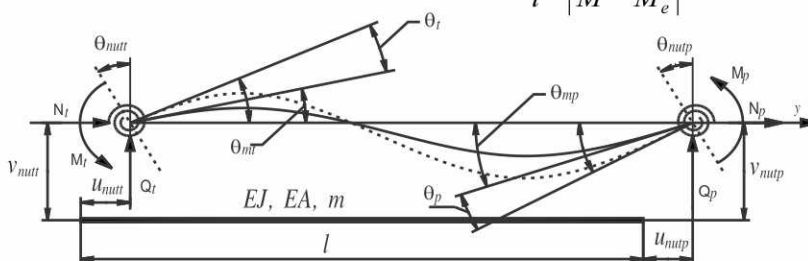
2.1 Mô hình tính

Lựa chọn phần tử sao cho trong toàn bộ phần tử dầm chưa có bất kỳ tiết diện nào bị chảy dẻo trừ hai đầu dầm. Theo phương pháp phần tử hữu hạn, mô hình tính của phần tử dầm có xét đến sự hình thành khớp dẻo tại hai đầu nút như trên Hình 3. EJ là độ cứng của phần tử dầm, k_l và k_p là độ cứng ở đầu trái và đầu phải của dầm (gọi chung là độ cứng k).

- Khi tiết diện đầu dầm chưa bị chảy dẻo thì $k = \infty$.

- Khi tiết diện đầu dầm bị chảy dẻo hoàn toàn thì $k = 0$.

- Khi tiết diện đầu dầm bị chảy dẻo một phần thì [9] $k = \frac{6EJ}{l} \left| \frac{M_p - M}{M - M_e} \right|$



Hình 3. Mô hình tính của phần tử dầm

Sau khi tính toán ta được ma trận độ cứng của phần tử dầm là:

$$K_u = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -h_1 & -h_3 & 0 & h_1 & -h_2 \\ 0 & -h_3 & -h_5 & 0 & h_3 & -h_6 \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & h_3 & 0 & -h_1 & h_2 \\ 0 & -h_2 & -h_6 & 0 & h_2 & -h_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} h_0 &= -\left(\frac{1}{EJ} + \frac{4}{lk_t}\right)\left(\frac{1}{EJ} + \frac{4}{lk_p}\right) + \frac{2}{lk_t} \frac{2}{lk_p}, \quad h_1 = \frac{12}{h_0 l^3} \left(\frac{1}{EJ} + \frac{1}{lk_t} + \frac{1}{lk_p}\right) \\ h_2 &= \frac{6}{h_0 l^2} \left(\frac{1}{EJ} + \frac{2}{lk_t}\right), \quad h_3 = \frac{6}{h_0 l^2} \left(\frac{1}{EJ} + \frac{2}{lk_p}\right), \quad h_4 = \frac{4}{h_0 l} \left(\frac{1}{EJ} + \frac{3}{lk_t}\right) \\ h_5 &= \frac{4}{h_0 l} \left(\frac{1}{EJ} + \frac{3}{lk_p}\right), \quad h_6 = \frac{2}{h_0 l EJ}, \quad h_7 = \frac{EA}{l} \end{aligned} \quad (2)$$

Véc tơ tải trọng nút quy đổi của tải trọng q phân bố đều trên dầm:

$$\Delta P_u = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{\Delta q l}{2} + h_8 \frac{\Delta q l}{4} \\ h_9 \frac{\Delta q l^2}{4} \\ 0 \\ -\frac{\Delta q l}{2} - h_8 \frac{\Delta q l}{4} \\ -h_{10} \frac{\Delta q l^2}{4} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

trong đó:

$$h_8 = h_6 \left(\frac{1}{k_p} - \frac{1}{k_t} \right) \quad h_9 = h_6 \left(\frac{l}{6EJ} + \frac{1}{k_p} \right) \quad h_{10} = h_6 \left(\frac{l}{6EJ} + \frac{1}{k_t} \right) \quad (4)$$

Các trường hợp riêng $k_t = 0$, $k_t = \infty$, $k_p = 0$, $k_p = \infty$ sau khi biến đổi thấy rằng ma trận độ cứng, véc tơ tải trọng nút quy đổi tương ứng với liên kết khớp hoặc cứng đã được chứng minh. Từ đó ta được phương trình cân bằng cho từng bước gia tải của dầm là:

$$K_u \Delta u = \Delta P_u \quad (5)$$

2.2 Phương pháp khớp dẻo liên tiếp (PPKDLT) [8]

Thông thường, khi tính toán theo mô hình đàn - dẻo lý tưởng (Hình 2.b), áp dụng phương pháp khớp dẻo liên tiếp, phương pháp này được thực hiện như sau:

Bước 1. Chia tải trọng thành các bước gia tải ΔP , Δq

Bước 2. Xác định các đặc tính của liên kết để thiết lập ma trận độ cứng K_u và véc tơ tải trọng nút quy đổi ΔP_u

Bước 3. Giải hệ phương trình (5)

Bước 4. Tính số gia của mômen và tổng mômen ở các tiết diện

Bước 5. Biện luận để tính cho bước gia tải sau

Nếu trong quá trình tăng mômen (giá trị tuyệt đối của mômen ở bước gia tải trước nhỏ hơn hoặc bằng giá trị tuyệt đối của mômen ở bước gia tải sau), so sánh M với M_p . Nếu $M < M_p$ thì tiết diện đó chưa chảy dẻo. Ngược lại thì tiết diện đó được xem là chảy dẻo hoàn toàn, khi tính cho bước gia tải sau phải thay tiết diện đó là khớp. Nếu trong quá trình đảo chiều mômen. Để tính cho bước gia tải sau phải coi tiết diện đó chưa bị chảy dẻo. Quay lại bước 2 để tính cho bước gia tải tiếp theo cho đến khi hết tải trọng tính toán hoặc hệ trở thành hệ biến hình thì bài toán kết thúc.

2.3 Phương pháp khớp dẻo trực tiếp (PPKDTT)

Khi tính toán theo mô hình đàn - dẻo (Hình 2) thì không thể áp dụng phương pháp khớp dẻo liên tiếp vì khi tiết diện bắt đầu chảy, độ cứng của tiết diện phụ thuộc vào phần chưa bị chảy. Vì vậy, phương pháp này được gọi là phương pháp trực tiếp có trình tự tính toán như sau:

Bước 1. Chia tải trọng thành các bước gia tải $\Delta P, \Delta q$

Bước 2. Xác định các đặc tính của liên kết để thiết lập ma trận độ cứng K_{ij} và véc tơ tải trọng nút quy đổi Δp_{ij}

Bước 3. Giải hệ phương trình (5)

Bước 4. Tính số gia của mômen và tổng mômen ở các tiết diện

Bước 5. Biện luận để tính cho bước gia tải sau

Nếu trong quá trình tăng mômen (giá trị tuyệt đối của mômen ở bước gia tải trước nhỏ hơn hoặc bằng giá trị tuyệt đối của mômen ở bước gia tải sau), so sánh M với M_p . Nếu $M < M_p$ thì tiết diện đó chưa chảy dẻo. Ngược lại thì tiết diện đó được xem là chảy dẻo một phần, khi tính cho bước gia tải sau phải tìm giá trị y (Hình 1.e), qua đó xác định độ cứng của liên kết. Để tăng độ chính xác của lời giải, kiểm tra sự chênh lệch giá trị y ở bước gia tải trước với bước gia tải sau, nếu chênh lệch đó nhỏ thì chấp nhận, nếu chênh lệch lớn thì chia đôi bước tải để tính. Nếu trong quá trình giảm mômen, để tính cho bước gia tải sau phải coi tiết diện đó chưa bị chảy dẻo. Quay lại bước 2 để tính cho bước gia tải tiếp theo cho đến khi hết tải trọng tính toán hoặc hệ trở thành hệ biến hình thì bài toán kết thúc.

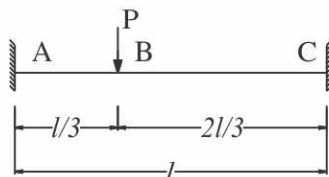


3. Ví dụ tính toán

Để kiểm chứng độ tin cậy của PPKDTT bài báo kiểm chứng với các thí dụ trong [7, 8].

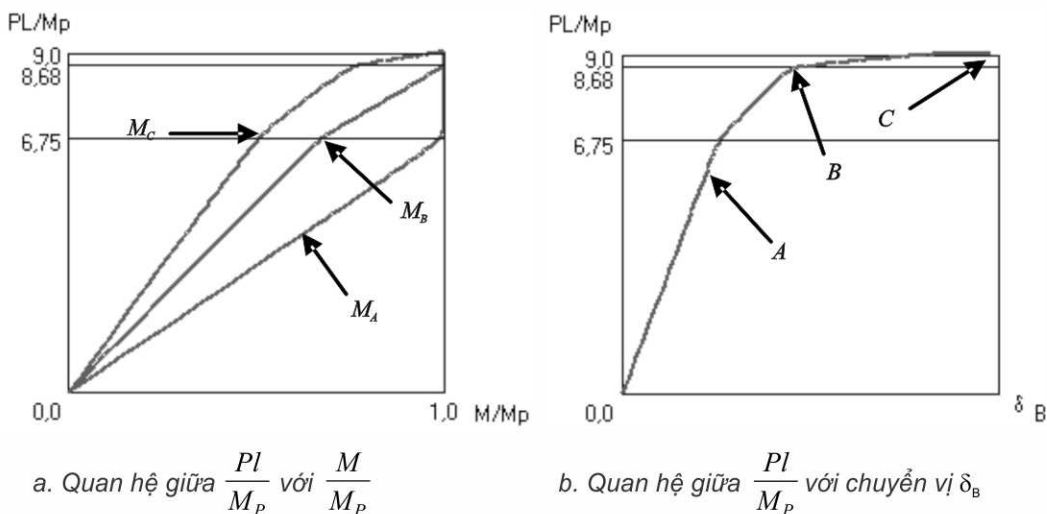
Ví dụ 1. Cho dầm chịu lực như Hình 4 yêu cầu:

- Vẽ biểu đồ quan hệ giữa các tỷ số $\frac{M}{M_p}$ với tỷ số $\frac{Pl}{M_p}$ của mômen tại A, B, C
- Vẽ biểu đồ quan hệ giữa chuyển vị tại B δ_B với tỷ số $\frac{Pl}{M_p}$



Hình 4. Sơ đồ tính dầm

Sau khi tính toán theo PPKDTT được kết quả sau:

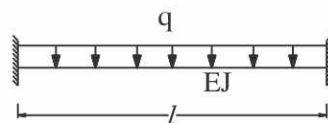


Hình 5. Kết quả tính

Hình 5.a thể hiện quan hệ mỗi quan hệ $\frac{M}{M_p}$ với $\frac{Pl}{M_p}$ ở các tiết diện A, B, C. Theo tính toán ở Hình 5.a thấy rằng khi $\frac{Pl}{M_p} \approx 6,75$ thì tại tiết diện A hình thành khớp dẻo, khi tiếp tục tăng P thì giá trị mômen ở A không đổi. Khi P tăng đến giá trị $\frac{Pl}{M_p} \approx 8,68$ tại B hình thành khớp dẻo. Tiếp tục tăng P mômen ở A và B không tăng nhưng mômen ở C tăng. Khi $\frac{Pl}{M_p} \approx 9$ tại C hình thành khớp dẻo.

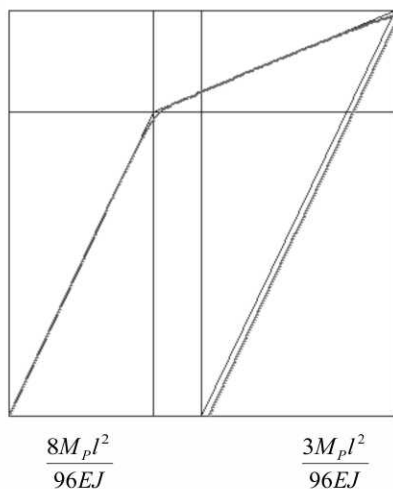
Hình 5.b thể hiện mối quan hệ giữa $\frac{Pl}{M_p}$ với δ_B . Khi $\frac{Pl}{M_p} < 6,75$, quan hệ giữa $\frac{Pl}{M_p}$ với δ_B là đường thẳng. Khi $\frac{Pl}{M_p} \approx 6,75$ hình thành khớp dẻo ở A nên khi tăng $6,75 < \frac{Pl}{M_p} < 8,68$ quan hệ giữa $\frac{Pl}{M_p}$ với δ_B có dạng đường thẳng. Khi $\frac{Pl}{M_p} > 8,68$ quan hệ giữa $\frac{Pl}{M_p}$ với δ_B có dạng đường thẳng khác. So sánh kết quả tính (Hình 5) với kết quả tính trong [8] thấy rằng kết quả tính toán trùng khớp.

Ví dụ 2: Cho dầm chịu lực như Hình 6, tải trọng q tăng từ $q = 0$ kN/m đến khi dầm trở thành hệ biến hình. Yêu cầu vẽ biểu đồ mômen của dầm trong các trường hợp tải trọng khác nhau và quan hệ giữa q với chuyển vị ở giữa dầm ứng với PPKDTT và PPKDLT.

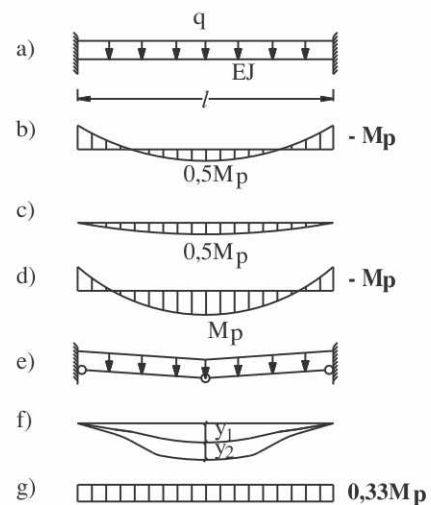


Hình 6. Sơ đồ chịu lực của dầm

Khi quan hệ giữa mômen với góc xoay của tiết diện dầm là đàn dẻo lý tưởng (Hình 2.b) thì áp dụng được PPKDLT. Kết quả tính toán được thể hiện trong Hình 8 [8].



Hình 7. Quan hệ giữa tải trọng với chuyển vị ở giữa dầm



Hình 8. Kết quả tính toán

Trên Hình 7 thể hiện mối quan hệ giữa chuyển vị tại giữa dầm với tải trọng q khi tải trọng q tăng và giảm. Nếu tính theo PPKDLT thì được đường a, nếu tính theo PPKDTT thì được đường b. Qua hai đường a, b thấy rằng kết quả xấp xỉ như nhau.

Trên hình 8 thể hiện kết quả tính toán biểu đồ mômen ứng với các trường hợp tải trọng. Khi tải trọng q nhỏ, dầm được tính toán theo mô hình hai đầu ngàm. Mômen ở đầu ngàm là $M = \frac{ql^2}{12}$. Khi tải trọng q tăng, giá trị mômen ở đầu ngàm tăng, tăng đến giá trị $M = M_p$ thì xuất hiện khớp dẻo ở hai đầu ngàm đó. Giá trị tải trọng q tương ứng khi xuất hiện khớp dẻo là $q = 12 \frac{M_p}{l^2}$, chuyển vị ở giữa dầm là $y_1 = \frac{ql^4}{384EI} = \frac{3M_p^2}{96EI}$ (Hình

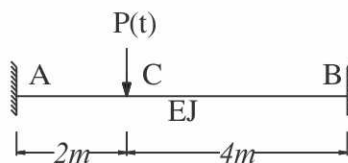
8.b). Khi tăng tiếp q mô hình tính toán của dầm là có khớp dẻo ở hai đầu, giá trị mômen ở hai đầu dầm không tăng, chỉ có giá trị mômen ở các tiết diện trên dầm tăng, khi giá trị mômen ở giữa dầm tăng đạt đến giá trị $M=M_p$ thì xuất hiện khớp dẻo ở giữa dầm (Hình 8.d, 8.e), giá trị mômen tăng thêm là $\Delta M = 0,5M_p$ (Hình 8.c), giá trị q tăng thêm là $\Delta q = 8 \frac{\Delta M_p}{l^2} = 4 \frac{M_p}{l^2}$, giá trị chuyển vị ở giữa dầm tăng $y_2 = \frac{5\Delta q l^4}{384EJ} = \frac{5M_p l^2}{96EJ}$. Tổng chuyển vị ở giữa dầm là $y = y_1 + y_2 = \frac{8M_p l^2}{96EJ}$ (Hình 8.f). Ứng với tải trọng $q = 16 \frac{M_p}{l^2}$ thì dầm hình thành khớp dẻo ở giữa dầm, trong trường hợp này dầm có ba khớp dẻo nên hệ trở thành hệ biến hình. Khi giảm tải trọng q , từ $q = 16 \frac{M_p}{l^2}$ xuống $q = 0$. Giá trị chuyển vị ở giữa dầm giảm là $y_3 = \frac{q l^4}{384EJ} = \frac{M_p l^2}{24EJ}$ và giá trị mômen ở đầu dầm giảm là $M = \frac{q l^2}{12} = \frac{4M_p}{3}$. Chuyển vị ở giữa dầm còn dư sau khi cất hết tải trọng là: $y_d = y - y_3 = \frac{8M_p l^2}{96EJ} - \frac{M_p l^2}{24EJ} = \frac{4M_p l^2}{96EJ}$. Mômen ở còn dư là $M_d = \frac{4M_p}{3} - M_p = \frac{M_p}{3}$ (Hình 8g).

Từ kết quả tính toán thấy rằng khi tính theo PPKDLT và PPKDTT cho kết quả về chuyển vị dư xấp xỉ nhau (sai số giữa hai phương pháp là: 3,66%).

Ví dụ 3: Cho dầm chịu lực như Hình 9. Tiết diện của dầm hình chữ nhật $b \times h = 10 \times 40$ cm, giới hạn chảy là $\sigma_c = 16 \frac{kN}{cm^2}$. Yêu cầu tính toán và so sánh kết quả khi tính bằng PPKDLT và PPKDTT.

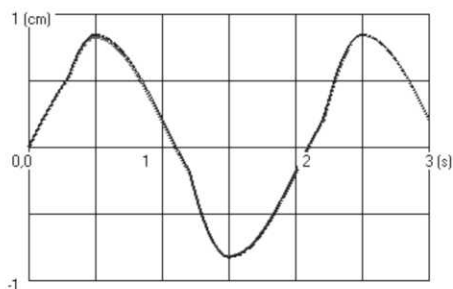
a. Tìm chuyển vị ở điểm C và mômen tại tiết diện A theo thời gian khi dầm chịu tải trọng thay đổi theo thời gian với $t \leq 3s$ thì $P(t) = 900 \sin \pi t$ kN với $t > 3s$ thì $P(t) = 0$.

b. Tìm diễn biến chảy dẻo ở tiết diện A, B, C và chuyển vị tại C khi tải trọng $P(t)$ tăng dần từ giá trị 0 đến khi dầm bị biến hình.

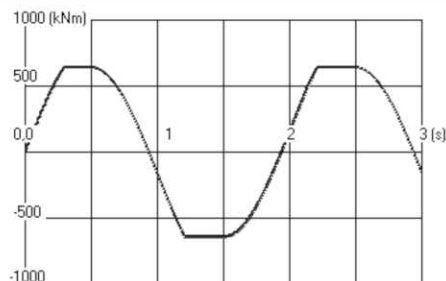


Hình 9. Sơ đồ chịu lực của dầm

c. Tải trọng thay đổi theo thời gian với $t \leq 3s$ thì $P(t) = 900 \sin \pi t$ (kN) với $t > 3s$ thì $P(t) = 0$.

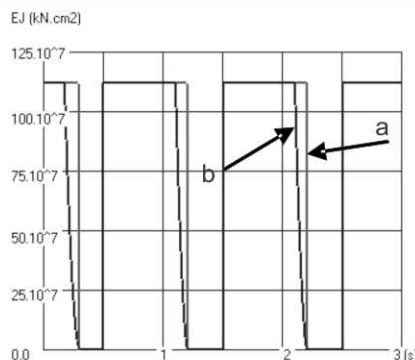


Hình 10. Chuyển vị của điểm C theo thời gian

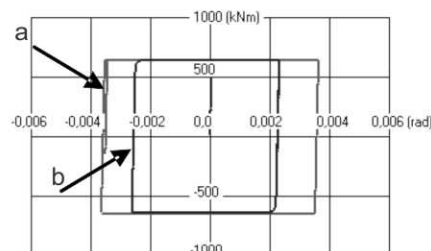


Hình 11. Mômen ở A theo thời gian

Trên Hình 10 thể hiện chuyển vị của điểm C theo thời gian khi tính bằng PPKDLT và PPKDTT thấy rằng ứng với tải trọng $P(t) = 900 \sin \pi t$ kN cho kết quả của hai phương pháp là xấp xỉ nhau. Tương tự, trên Hình 11 thể hiện mômen ở A theo thời gian, qua đó thấy rằng với tải trọng $P(t) = 900 \sin \pi t$ kN cho kết quả về mômen cũng giống nhau.



Hình 12. Độ cứng EJ ở A theo thời gian

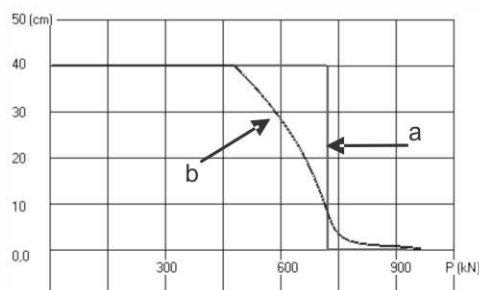


Hình 13. Quan hệ mômen với góc xoay ở A

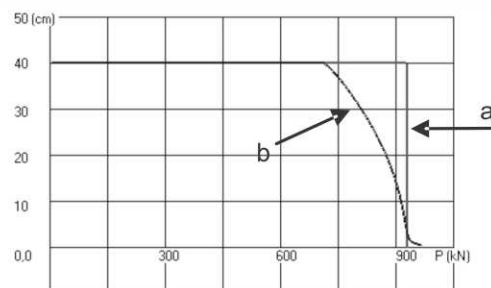
Trên Hình 12 thể hiện độ cứng EJ của tiết diện A theo thời gian. Đường a thể hiện độ cứng EJ theo thời gian khi tính theo PPKDLT, đường b thể hiện độ cứng EJ khi tính theo PPKDTT. Trên hình vẽ thấy rằng thời điểm tiết diện chảy gần như hoàn toàn là giống nhau, nhưng thời điểm tiết diện bắt đầu bị chảy là khác nhau.

Trên Hình 13 thể hiện quan hệ giữa mômen với góc xoay ở tiết diện A. Đường a thể hiện quan hệ ấy khi tính bằng PPKDLT, đường b thể hiện quan hệ ấy khi tính bằng PPKDTT. Khi đã bị chảy thì góc xoay của tiết diện nếu tính bằng PPKDLT sẽ lớn hơn khi tính bằng PPKDTT.

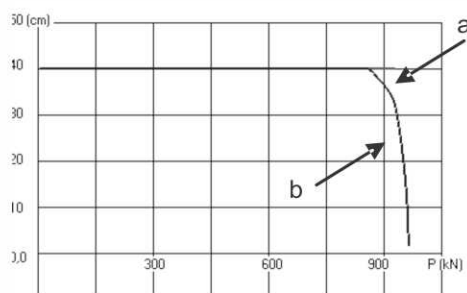
b. Tải trọng tăng dần theo thời gian đến khi kết cấu trở thành hệ biến hình



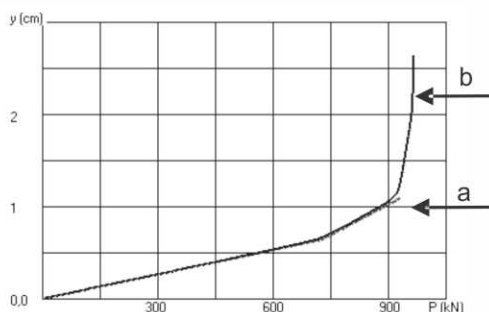
Hình 14. Quan hệ y và P tại tiết diện A



Hình 15. Quan hệ y và P tại tiết diện C



Hình 16. Quan hệ y và P tại tiết diện B



Hình 17. Chuyển vị ở C theo P

Trên Hình 14, 15, 16 thể hiện diễn biến chảy ở tiết diện A, B, C khi tải trọng tăng. Đường a, b tương ứng thể hiện quan hệ giữa chiều cao vùng chưa bị chảy dẻo y của tiết diện với tải trọng P khi tính theo PPKDLT và PPKDTT. Trên Hình 14 nếu tính theo PPKDTT, khi tải trọng đạt tới giá trị khoảng $P = 470$ kN thì tiết diện A bắt đầu chảy nhưng phải đến giá trị $P = 965$ kN thì mới bị chảy hoàn toàn nhưng nếu tính theo PPKDLT thì P phải đạt giá trị khoảng $P = 730$ kN mới hình thành khớp dẻo, ở giá trị đó lại bị chảy hoàn toàn. Điều này giải thích cho quan hệ giữa mômen và góc xoay của tiết diện A, nếu tính theo PPKDLT lại khác khi tính theo PPKDTT. Tương tự trên Hình 15 và 16 thể hiện quá trình chảy ở tiết diện B và C. Trên Hình 17 thể hiện mối quan hệ giữa chuyển vị của điểm C với tải trọng P.


5. Kết luận

Qua các ví dụ đã được khảo sát ở trên có thể đưa ra một số kết luận sau:

+ Khi tải trọng nhỏ mà kết cấu chưa trở thành hệ biến hình thì kết quả tính toán theo PPKDLT hoặc tính theo PPKDTT đều cho kết quả về chuyển vị, nội lực là xấp xỉ nhau. Nhưng kết quả về quan hệ giữa mômen và góc xoay của tiết diện có sự khác nhau rõ rệt (xem Hình 13)

+ Khi tính theo PPKDLT không thấy được diễn biến trong quá trình chảy của tiết diện còn tính theo PPKDTT thì nhận biết được quá trình này (xem Hình 15, 16, 17).

+ Tải trọng giới hạn của hệ nếu tính theo PPKDLT nhỏ hơn khi tính theo PPKDTT.

Việc tính toán bằng PPKDTT mô tả được quá trình chảy dẻo của tiết diện và sự làm việc của hệ gần với sự làm việc thực tế hơn so với cách tính truyền thống bằng PPKDLT.

Tài liệu tham khảo

1. Đặng Ngọc Cảnh, Ngô Hữu Cường (2013), “Phân tích vùng dẻo và phi tuyến hình học khung thép không gian bằng phương pháp phần tử hữu hạn”, *Tạp chí Xây dựng*, Vol.52, No.6.
2. Nguyễn Văn Tú, Nguyễn Văn Hoi (2009), “Tính toán động lực học khung phẳng đàn - dẻo có kể đến các điều kiện ban đầu do các tác dụng tĩnh gây ra”, *Tuyển tập công trình Hội nghị khoa học các nhà nghiên cứu trẻ (Học viện KTQS)*, Số IV, Trang 5-15
3. Nguyễn Văn Tú, Nguyễn Văn Hoi (2009), “Tính toán động lực học khung phẳng đàn - dẻo có kể đến ảnh hưởng của lực dọc đến trạng thái giới hạn dẻo của tiết diện”, *Tạp chí Xây dựng*, Bộ Xây dựng, Số 11, Trang 81-85
4. L. Xu, Y. Liu, D.E. Grierson (200%), “Nonlinear analysis of steel frameworks through direct modification of member stiffness properties”, *Advances in Engineering Software*.
5. L. Xu, Y. Liu, D.E. Grierson (2008), “Compound-element modeling accounting for semi-rigid connections and member plasticity”, *Engineering Structures*.
6. M. Sekulovic, M. Nefovska – Danilovic (2004), “Static inelastic analysis of steel frames with flexible connections”, *Theoret. Appl. Mech.*, Vol.31, No.2, pp.101, 134, Belgrade.
7. N.S. Trahair, M. A. Bradford, D.A. Nethercot, and L. Gardner, *The Behaviour and Design of Steel Structures to EC3*, Fourth edition, pp.179
8. A.C.W.M. Vrouwenvelder (2003), *The plastic behaviour and the calculation of beams and frames subjected to bending*, Technical University Delft.
9. S.L. Chan and P.P.T. Chui, *Non-linear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections*, Elsevier 2000 Amsterdam - Lausanne - New York - Oxford - Shannon - Singapore - Tokyo, pp.146.