



PHÂN TÍCH TÍNH PANEL TRỤ TRÒN THEO LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG CẮT BẬC NHẤT

Trần Minh Tú¹, Hương Quý Trường²

Tóm tắt: Bài báo xây dựng lời giải giải tích phân tích trường chuyển vị, biến dạng và ứng suất trong panel trụ chịu tải phân bố đều vuông góc với mặt trung bình. Trên cơ sở lý thuyết vỏ bậc nhất của Reddy, dạng nghiệm Navier được áp dụng cho panel trụ tựa khớp trên chu vi. Độ tin cậy của lời giải và chương trình tính được kiểm chứng thông qua các kết quả tính bằng phần mềm thương mại Ansys. Ảnh hưởng của các tham số kích thước panel trụ đến độ võng và các thành phần ứng suất cũng như giới hạn của mô hình tính được khảo sát thông qua các ví dụ số.

Từ khóa: Panel trụ; lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất; phân tích tĩnh; nghiệm Navier.

Summary: In this paper, the analytical solution of displacements, strain and stresses in cylindrical panels subjected to transverse uniformly distributed loads is developed. Based on first order shear deformation theory, Navier's solution is used for simply supported cylindrical panels. In order to validate the accuracy, obtained numerical results are compared with those given by the finite element solution using the Ansys software. The effects of dimensional parameters, i.e side-to-thickness ratio and aspect ratio are investigated.

Keywords: Cylindrical panel; first order shear deformation theory; static analysis; Navier's solution.

Nhận ngày 01/7/2015, chỉnh sửa ngày 15/7/2015, chấp nhận đăng 30/9/2015



1. Mở đầu

Kết cấu vỏ đóng một vai trò quan trọng trong kỹ thuật xây dựng dân dụng, cơ khí, kỹ thuật hàng hải, hàng không,... Nhờ cấu tạo hình học liên tục trong không gian và độ cong của vỏ làm tăng hiệu ứng nén so với ảnh hưởng của các ứng lực uốn, kết cấu vỏ có khả năng chịu lực cao hơn so với tấm phẳng; thậm chí với độ cong hợp lý, trong một số trường hợp, có thể sẽ loại bỏ được hầu như hoàn toàn mô men uốn (trạng thái phi mô men).

Lý thuyết vỏ đàn hồi tuyến tính, dựa trên các quan hệ ứng suất - biến dạng tuân theo định luật Hooke và biến dạng bé, là lý thuyết thông dụng nhất. Lý thuyết đàn hồi ba chiều được áp dụng trong phân tích ứng xử cơ học khi coi vỏ như là vật thể khối. Tuy nhiên, tính toán theo cách tiếp cận này khá phức tạp, vì thế các tiếp cận đơn giản hơn được đề xuất. Khi chấp nhận một số giả thiết nhất định, bài toán ba chiều của ứng suất, biến dạng có thể đưa về bài toán hai chiều tính toán trên mặt trung bình của vỏ. Lý thuyết vỏ mỏng được phát triển trên cơ sở này với giả thiết Kirchhoff về đoạn thẳng pháp tuyến với mặt trung bình như lý thuyết tấm cổ điển. Lý thuyết của Love cho vỏ mỏng được biết đến như là lý thuyết vỏ bậc nhất cùng với giả thiết Kirchhoff - Love. Các phương trình chủ đạo của lý thuyết vỏ cổ điển và một vài kết quả số được trình bày cụ thể trong các tài liệu chuyên khảo [1-5].

Khởi và cộng sự đã có tổng quan nghiên cứu phân tích uốn, dao động và ổn định của vỏ trụ tròn composite với các lý thuyết vỏ khác nhau trong [6]. Kabir áp dụng lý thuyết vỏ thoải bậc nhất của Reissner [7] phân tích dao động của vỏ trụ composite. Lam và Loy [8] nghiên cứu dao động của vỏ trụ tròn mỏng đẳng hướng dựa trên lý thuyết vỏ Flugge. Soldatos và đồng nghiệp [9] thiết lập lời giải đàn hồi tính toán tần số

¹PGS.TS, Khoa Xây dựng dân dụng và công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng. Email: tpnt2002@yahoo.com.

²ThS, Khoa Xây dựng dân dụng và công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng.

dao động riêng của panel trụ và vỏ trụ tròn đẳng hướng trong. Asadi và cộng sự [10] sử dụng lý thuyết đàn hồi ba chiều và các lý thuyết vỏ khác nhau để phân tích tĩnh và dao động riêng của vỏ trụ tròn composite lớp. Với những nguồn tham khảo hiện có các tác giả không tìm thấy các kết quả số cho bài toán uốn của panel trụ bằng vật liệu đẳng hướng.

Nhằm phục vụ cho việc tối ưu hóa tính toán và thiết kế các cấu kiện panel trụ trong kết cấu công trình, bài báo xây dựng lời giải giải tích xác định trường chuyển vị và ứng suất trên cơ sở lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất cho panel trụ tựa khớp trên chu vi, chịu tải phân bố đều vuông góc với mặt trung bình. Các khảo sát số được thực hiện nhằm đánh giá ảnh hưởng của các tham số đặc trưng cho kích thước hình học đến trường chuyển vị và ứng suất trong panel trụ.

2. Các hệ thức quan hệ và phương trình chủ đạo của panel trụ theo lý thuyết vỏ bậc nhất

2.1 Trường chuyển vị

Xét panel trụ bằng vật liệu đàn hồi tuyến tính đẳng hướng. Kích thước hình học của vỏ được biểu diễn như Hình 1, trong đó R , h , L , φ lần lượt là bán kính cong mặt trung bình, chiều dày, chiều dài và góc mở giới hạn của panel trụ; a là kích thước mặt trung bình panel trụ theo phương vòng.

Trường chuyển vị theo lý thuyết chuyển vị bậc nhất được giả thiết dưới dạng [5]:

$$\begin{aligned} u(x, \theta, z) &= u_0(x, \theta) + z \cdot \beta_x(x, \theta) \\ v(x, \theta, z) &= v_0(x, \theta) + z \cdot \beta_\theta(x, \theta) \\ w(x, \theta, z) &= w_0(x, \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

trong đó: u, v, w là chuyển vị tại điểm có tọa độ (x, θ, z) thuộc vỏ; u_0, v_0, w_0 là chuyển vị của điểm trên mặt trung bình theo các phương x, θ, z và β_x, β_θ là góc xoay của pháp tuyến mặt trung bình quanh trục θ, x .

Trường biến dạng của điểm bất kỳ thuộc vỏ được xác định từ quan hệ chuyển vị - biến dạng:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} = \frac{\partial v_0}{R \partial \theta} + \frac{w_0}{R} + \frac{z}{R} \frac{\partial \beta_\theta}{\partial \theta} \\ \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \gamma_{x\theta} &= 2\varepsilon_{x\theta} = \frac{\partial u}{R \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{R \partial \theta} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \beta_x}{R \partial \theta} + \frac{\partial \beta_\theta}{\partial x} \right) \\ \gamma_{xz} &= 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \beta_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \gamma_{\theta z} &= 2\varepsilon_{\theta z} = \frac{\partial w}{R \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{R \partial \theta} + \beta_\theta - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (2)$$

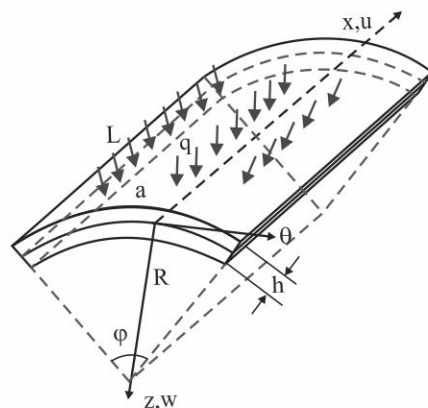
2.2 Trường ứng suất

Quan hệ giữa ứng suất - biến dạng cho vật liệu đẳng hướng theo định luật Hooke như sau:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{\theta z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{Với: } C_{11} = \frac{E}{1-\nu^2}; \quad C_{12} = \frac{\nu \cdot E}{1-\nu^2}; \quad C_{66} = \frac{E}{2(1+\nu)} = G$$

Ký hiệu các vec tơ biến dạng màng là $\{\varepsilon_m\}$, vec tơ biến dạng cắt ngang là $\{\gamma_s^0\}$, vec tơ độ cong là $\{k\}$ và chúng có dạng:



Hình 1. Kích thước hình học của panel trụ

$$\{\varepsilon_m\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{R\partial\theta} + \frac{w_0}{R} \\ \frac{\partial u_0}{R\partial\theta} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}; \{\gamma_s^0\} = \begin{Bmatrix} \gamma_{\theta z}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \beta_\theta + \frac{\partial w_0}{R\partial\theta} - \frac{v_0}{R} \\ \beta_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix}; \{k\} = \begin{Bmatrix} k_x \\ k_\theta \\ k_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \beta_\theta}{R\partial\theta} \\ \frac{\partial \beta_x}{R\partial\theta} + \frac{\partial \beta_\theta}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Khi đó quan hệ ứng suất - biến dạng (3) có thể viết lại dưới dạng sau:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{\theta z} \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{Bmatrix} + z [C] \begin{Bmatrix} k_x \\ k_\theta \\ k_{x\theta} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

2.3 Các thành phần ứng lực

Tích phân các thành phần ứng suất dọc theo chiều dày của tấm ta thu được các ứng lực trong vỏ gồm: 3 thành phần lực màng, 2 thành phần lực cắt ngang, 3 thành phần mô men. Với panel trụ thoải các ứng lực được biểu diễn qua các thành phần chuyển vị và đạo hàm của chúng dưới dạng:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{Bmatrix} = \frac{E.h}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial v_0}{\partial\theta} + \frac{w_0}{R} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_0}{\partial\theta} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_\theta \\ Q_x \end{Bmatrix} = K_s.G.h \begin{Bmatrix} 2\varepsilon_{x\theta} \\ 2\varepsilon_{xz} \end{Bmatrix} = K_s.G.h \begin{Bmatrix} \frac{1}{R} \frac{\partial w_0}{\partial\theta} - \frac{v_0}{R} + \theta_\theta \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \theta_x \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \frac{E.h^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial \theta_\theta}{\partial\theta} \\ \frac{\partial \theta_\theta}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta_x}{\partial\theta} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{Đặt: } A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} C_{ij} dz = C_{ij}.h \quad D_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} C_{ij}.z^2 dz = \frac{C_{ij}.h^3}{12}$$

$$B_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} C_{ij}.z dz = 0 \quad A_{44} = A_{55} = K \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} C_{66} dz = K_s \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{E}{2(1+\nu)} dz$$

trong đó K_s là hệ số hiệu chỉnh cắt ($K_s=5/6$ với vật liệu đẳng hướng).

$$\text{Ta nhận được: } N_x = A_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{12} \left(\frac{\partial v_0}{R\partial\theta} + \frac{w_0}{R} \right); N_\theta = A_{12} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{22} \left(\frac{\partial v_0}{R\partial\theta} + \frac{w_0}{R} \right);$$

$$N_{x\theta} = A_{66} \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{R\partial\theta} \right); M_x = D_{11} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + D_{12} \frac{\partial \theta_\theta}{R\partial\theta}; M_\theta = D_{21} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + D_{22} \frac{\partial \theta_\theta}{R\partial\theta};$$

$$M_{x\theta} = D_{66} \left(\frac{\partial \theta_\theta}{\partial x} + \frac{\partial \theta_x}{R\partial\theta} \right); Q_x = K A_{55} \left(\theta_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right); Q_\theta = K A_{44} \left(\theta_\theta + \frac{\partial w_0}{R\partial\theta} - \frac{v_0}{R} \right) \quad (9)$$

2.4 Hệ phương trình cân bằng tĩnh

Áp dụng nguyên lý chuyển vị khả dĩ, ta nhận được hệ phương trình cân bằng tĩnh có dạng sau [5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(N_{\theta x} - \frac{1}{2R} M_{x\theta} \right) &= 0; \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(N_{x\theta} + \frac{1}{2R} M_{x\theta} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{Q_\theta}{R} = 0; \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_\theta}{R \partial \theta} - \frac{N_\theta}{R} &= -p(x, \theta); \quad \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{x\theta}}{R \partial \theta} - Q_x = 0; \quad \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{\partial M_\theta}{R \partial \theta} - Q_\theta = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Thay các thành phần nội lực biểu diễn qua chuyển vị ở các phương trình (9) vào phương trình cân bằng (10) ta được hệ gồm 5 phương trình cân bằng theo 5 ẩn chuyển vị $u, v, w, \beta_x, \beta_\theta$ (xem phụ lục).



3. Lời giải giải tích

Với panel trụ tựa khớp trên chu vi, thỏa mãn các điều kiện biên:

$$\begin{aligned} \text{Tại } x=0, x=L: w=0; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0 \\ \text{Tại } \theta=0, \theta=\varphi: w=0; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Chọn trường chuyển vị dạng chuỗi lượng giác kép thỏa mãn điều kiện biên (11):

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{0mn} \cos(\alpha x) \sin(\beta \theta); \quad v_0 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{0mn} \sin(\alpha x) \cos(\beta \theta); \\ w_0 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{0mn} \sin(\alpha x) \sin(\beta \theta); \quad \beta_x = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{xmn} \cos(\alpha x) \sin(\beta \theta); \\ \beta_\theta &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{\theta mn} \sin(\alpha x) \cos(\beta \theta); \end{aligned} \quad (12)$$

Hàm tải trọng cũng được khai triển dưới dạng:

$$q = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \sin(\alpha x) \sin(\beta \theta); \quad (13)$$

$$\text{trong đó: } \alpha = \frac{m\pi}{L}; \quad \beta = \frac{n\pi}{\varphi}; \quad q_{mn} = \frac{4}{aL} \int_0^L \int_0^{\varphi/2} q(x, \theta) \sin(\alpha x) \cos(\beta \theta) dx R d\theta$$

Với tải trọng phân bố đều $q(x, \theta) = q_0 = \text{const}$. Ta có: $q_{mn} = \frac{16q_0}{m\pi^2}$

Thay phương trình (12), (13) vào hệ phương trình cân bằng theo chuyển vị ta nhận được hệ phương trình (14) dưới đây đối với các ẩn số $U_{0mn}; V_{0mn}; W_{0mn}; \beta_{xmn}; \beta_{\theta mn}$:

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & L_{15} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & L_{25} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & L_{35} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & L_{45} \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{0mn} \\ V_{0mn} \\ W_{0mn} \\ \beta_{xmn} \\ \beta_{\theta mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -q_{mn} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Các hệ số L_{ij} của hệ phương trình (15) được trình bày trong phần phụ lục.

Giải hệ phương trình (14) ta nhận được giá trị các hệ số $U_{0mn}; V_{0mn}; W_{0mn}; \beta_{xmn}; \beta_{\theta mn}$. Thay kết quả tìm được vào biểu thức (12) ta xác định được trường chuyển vị tại điểm bất kỳ trong panel trụ, từ đó tính được trường biến dạng và ứng suất tương ứng.



4. Kết quả số

Với lời giải giải tích xây dựng ở trên, code chương trình Matlab được viết để khảo sát số các bài toán cụ thể. Panel trụ bằng vật liệu đẳng hướng có: $E=2.10^{11} \text{Pa}$; $\nu=0,3$; Độ tin cậy của thuật toán và chương trình tính sẽ được kiểm chứng thông qua bài toán 1. Các bài toán tiếp theo sẽ khảo sát ảnh hưởng của các thông số kích thước tới độ võng và các thành phần ứng suất của panel trụ. Trong tất cả các bài toán, số hạng của chuỗi lượng giác kép được lấy $m=n=11$. Ansys tính toán với phần tử SHELL 63 và lưới chia 40×40 .

Bài toán 1: Kiểm chứng thuật toán và chương trình.

Xét panel trụ có kích thước $L=1\text{m}$, $a=1\text{m}$, $R=2\text{m}$, $h=0,02\text{m}$, chịu tải trọng $q=10^6\text{Pa}$. Độ võng và các thành phần ứng suất tại tâm panel trụ $\sigma_{xx}\left(\frac{L}{2}, \frac{a}{2}\right)$, $\sigma_{\theta\theta}\left(\frac{L}{2}, \frac{a}{2}\right)$ tại mặt trên và dưới của panel trụ tính bằng code chương trình tự viết và phần mềm Ansys thể hiện trên Bảng 1.

Bảng 1. Độ võng và các thành phần ứng suất của panel trụ chịu tải phân bố đều vuông góc với mặt trung bình tính theo nghiệm giải tích và phần mềm ANSYS

		w [mm]	$\sigma_{xx} [\text{MPa}]$	$\sigma_{\theta\theta} [\text{MPa}]$
Ansys	Trên	-4.72	-218.31	-191.06
	Dưới		-35.68	-39.64
Giải tích	Trên	-4.90	-220.03	-190.05
	Dưới		-36.11	-40.59
Sai số[%]	Trên	3.66	0.78	-0.53
	Dưới		1.18	2.35

Từ kết quả tính toán trên Bảng 1 ta thấy, chương trình và thuật toán được thiết lập có độ tin cậy khi giá trị độ võng và các thành phần ứng suất tính bằng code chương trình có sai số bé so với kết quả tính bằng phần mềm thương mại Ansys (nhỏ hơn 3.67%).

Bài toán 2: Ảnh hưởng của tỷ số R/h tới độ võng và các thành phần ứng suất của panel trụ.

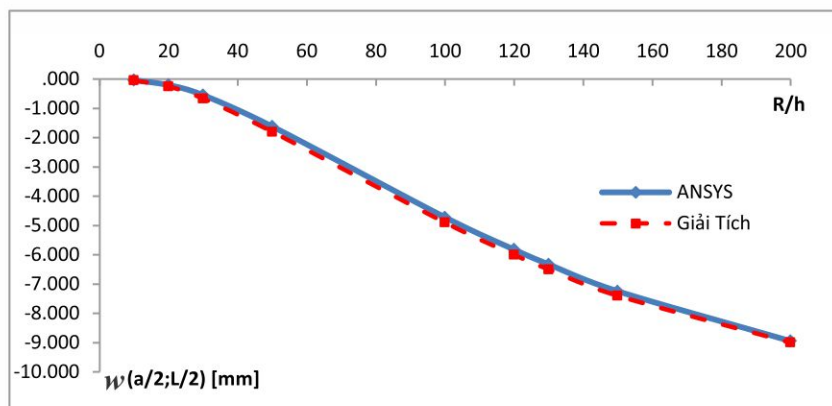
a) Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến độ võng

Xét panel trụ đẳng hướng có kích thước $L=1\text{m}$, $a=1\text{m}$, $R=2\text{m}$, chịu tải trọng $q=10^6\text{Pa}$.

Giá trị độ võng tại tâm panel trụ với các tỷ số $R/h = 10 \div 200$ tính theo nghiệm giải tích và phần mềm Ansys được thể hiện ở Bảng 2 và biểu diễn bằng đồ thị trên Hình 2.

Bảng 2. Độ võng w [mm] tại tâm panel trụ chịu tải phân bố đều với $R/h = 10 \div 200$

R/h	10	20	30	50	100	120	130	150
Ansys	-3.48E-05	-2.04E-04	-5.42E-04	-1.62E-03	-4.72E-03	-5.70E-03	-6.32E-03	-7.41E-03
Giải tích	-3.24E-05	-2.00E-04	-5.42E-04	-1.64E-03	-4.76E-03	-5.74E-03	-6.36E-03	-7.44E-03
Sai số (%)	6.80%	2.07%	0.02%	1.10%	0.82%	0.67%	0.57%	0.40%



Hình 2. Độ võng tại tâm panel trụ biến thiên theo tỉ số R/h

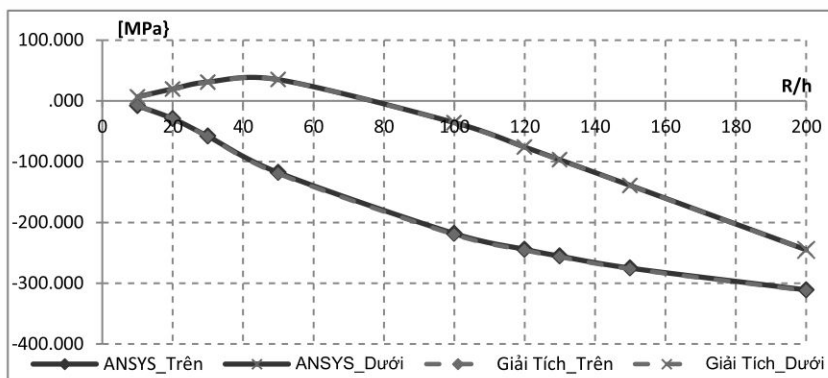
Từ Bảng 2 và đồ thị trên Hình 2, ta thấy lý thuyết vô trụ bậc nhất cho kết quả sát với kết quả tính bằng Ansys, khi panel trụ càng dày (tỉ số R/h bé) thì sai số giữa nghiệm giải tích và Ansys tăng lên.

b) Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến thành phần ứng suất $\sigma_{xx}, \sigma_{\theta\theta} \left(\frac{L}{2}, \frac{a}{2} \right)$ tại tâm panel trụ

Thành phần ứng suất $\sigma_{xx}, \sigma_{\theta\theta} \left(\frac{L}{2}, \frac{a}{2} \right)$ tại mặt trên và dưới panel trụ với tỷ số $R/h = 10 \div 200$ tính theo nghiệm giải tích và phần mềm Ansys được thể hiện trong Bảng 3 và 4 và mô tả bằng đồ thị trên Hình 3 và 4.

Bảng 3. Thành phần ứng suất σ_{xx} [Pa] tại tâm panel trụ chịu tải phân bố đều với tỉ số R/h thay đổi

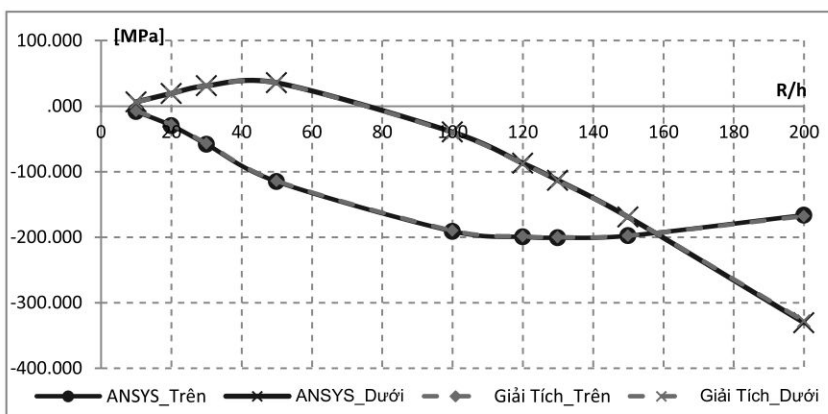
R/h		10	20	30	50	100	200
Ansys	Trên	-8.00E+06	-2.92E+07	-5.75E+07	-1.17E+08	-2.18E+08	-2.78E+08
	Dưới	6.71E+06	1.96E+07	3.08E+07	3.51E+07	-3.43E+07	-1.44E+08
Giải tích	Trên	-7.77E+06	-2.93E+07	-5.84E+07	-1.20E+08	-2.20E+08	-2.80E+08
	Dưới	6.04E+06	1.90E+07	3.05E+07	3.49E+07	-3.59E+07	-1.47E+08
Sai số (%)	Trên	2.85%	0.54%	1.68%	1.96%	1.12%	0.63%
	Dưới	9.95%	3.08%	0.90%	0.45%	2.85%	2.07%



Hình 3. Biến thiên của thành phần ứng suất $\sigma_{xx} \left(\frac{L}{2}, \frac{a}{2} \right)$ tại mặt trên và dưới panel trụ theo R/h

Bảng 4. Thành phần ứng suất $\sigma_{\theta\theta}$ [Pa] tại tâm panel trụ chịu tải phân bố đều với tỉ số R/h thay đổi

R/h		10	20	30	50	100	200
Ansys	Trên	-8.25E+06	-2.95E+07	-5.75E+07	-1.15E+08	-1.91E+08	-1.99E+08
	Dưới	6.50E+06	1.94E+07	3.07E+07	3.56E+07	-3.80E+07	-1.76E+08
Giải tích	Trên	-7.44E+06	-2.84E+07	-5.66E+07	-1.14E+08	-1.90E+08	-1.97E+08
	Dưới	6.16E+06	1.92E+07	3.07E+07	3.53E+07	-3.95E+07	-1.80E+08
Sai số (%)	Trên	9.83%	3.74%	1.57%	0.39%	0.68%	1.32%
	Dưới	5.31%	1.10%	0.06%	0.97%	1.47%	1.18%



Hình 4. Biến thiên của thành phần ứng suất $\sigma_{\theta\theta} \left(\frac{L}{2}, \frac{a}{2} \right)$ tại mặt trên và dưới panel trụ theo R/h

Từ Bảng 3 và 4 và đồ thị trên Hình 3 và 4 ta thấy giá trị thành phần ứng suất σ_{xx} , $\sigma_{\theta\theta}$ tính theo giải tích và theo Ansys có độ trùng khớp cao (sai số nhỏ hơn 5%) với tỷ số R/h từ 20→200.

Bài toán 3: Ảnh hưởng của tỷ số L/a độ võng, ứng suất.

Xét panel trụ đẳng hướng có kích thước $a = 1\text{m}$, bán kính $R = 2\text{m}$, $h = 0.02\text{m}$, chịu tải trọng $q = 10^6\text{Pa}$. Kết quả số tính theo nghiệm giải tích và theo phần mềm Ansys với tỷ số $L/a = 1+3$: độ võng tại tâm của panel trụ được thể hiện ở Bảng 5, các thành phần ứng suất σ_{xx} , $\sigma_{\theta\theta}$ tại tâm panel trụ được thể hiện ở Bảng 6 và 7.

Bảng 5. Độ võng tại tâm của panel trụ chịu tải phân bố đều với $L/a = 1+3$

W (mm)	L/a	1	1.5	2	2.5	3
	Ansys	-4.72	-12.12	-24.59	-40.09	-55.17
	Giải tích	-4.90	-12.80	-26.30	-43.60	-60.70
	Sai số [%]	3.66	5.33	6.50	8.05	9.11

Bảng 6. Thành phần ứng suất σ_{xx} tại tâm panel trụ chịu tải phân bố đều với tỉ số L/a thay đổi

L/a		1	1.5	2	2.5	3
Ansys	Trên	-218.3	-426.3	-657.1	-839.0	-940.3
	Dưới	-35.7	-106.7	-130.0	-93.2	-7.9
Giải tích	Trên	-220.0	-430.5	-670.3	-867.4	-984.5
	Dưới	-36.1	-112.5	-143.4	-113.2	-30.3
Sai số [%]	Trên	0.78%	0.96%	1.97%	3.27%	4.49%
	Dưới	1.18%	5.15%	9.31%	17.67%	74.07%

Bảng 7. Thành phần ứng suất $\sigma_{\theta\theta}$ tại tâm panel trụ chịu tải phân bố đều với tỉ số L/a thay đổi

L/a		1	1.5	2	2.5	3
Ansys	Trên	-191.1	-338.6	-600.0	-922.5	-1233.7
	Dưới	-39.6	147.8	453.8	825.1	1180.5
Giải tích	Trên	-190.1	-333.5	-593.6	-924.1	-1252.6
	Dưới	-40.6	140.2	443.1	821.2	1194.2
Sai số [%]	Trên	-0.53%	-1.51%	-1.07%	0.17%	1.51%
	Dưới	2.35%	-5.41%	-2.41%	-0.47%	1.15%

Từ kết quả tính trên Bảng 5, 6, 7 cho ta thấy ảnh hưởng của độ dài của panel trụ tới độ võng và các thành phần ứng suất của panel trụ. Kết quả tính theo nghiệm giải tích là tương đồng với kết quả tính theo Ansys khi tỷ số $L/a = 1+2$. Sai số của độ võng và thành phần ứng suất σ_{xx} tại tâm panel trụ sẽ tăng lên khi tỷ số L/a tăng; ảnh hưởng của tỉ số L/a đến thành phần ứng suất $\sigma_{\theta\theta}$ là không đáng kể.

Bài toán 4: Ảnh hưởng của tỷ số a/R (đặc trưng cho góc mở) đến độ võng và các thành phần ứng suất.

Xét panel trụ đẳng hướng có kích thước $L=1\text{m}$, bán kính $R=2\text{m}$, $h=0.02\text{m}$, chịu tải trọng $q=10^6\text{Pa}$. Độ võng và các thành phần ứng suất σ_{xx} , $\sigma_{\theta\theta}$ tại tâm panel trụ khi tỷ số $a/R = 0,5+3,14$ tính theo nghiệm giải tích và phần mềm Ansys thể hiện trong Bảng 8, 9, 10.

Bảng 8. Độ võng tại tâm của panel trụ chịu tải phân bố đều với tỷ số a/R thay đổi

W (mm)	L/a	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.14
	Ansys	-4.72	-0.44	-0.93	-1.16	-1.07	-1.08	-1.08
	Giải tích	-4.90	-0.17	-0.91	-1.10	-1.00	-1.00	-1.00
	Sai số [%]	3.66	-154.0	-1.81	-5.62	-7.23	-7.66	-7.94

Bảng 9. Thành phần ứng suất σ_{xx} tại tâm panel trụ chịu tải phân bố đều với tỉ số a/R thay đổi

a/R		0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.14
Ansys	Trên	-218.31	37.37	8.97	-3.20	2.40	1.97	1.77
	Dưới	-35.68	-28.31	5.26	-1.53	-2.46	-1.73	-1.78
Giải tích	Trên	-220.03	35.73	9.11	-3.36	2.64	2.75	2.70
	Dưới	-36.11	-28.20	5.49	-1.20	-2.62	-2.18	-2.29
Sai số [%]	Trên	0.78	-4.61	1.50	5.03	8.92	28.46	34.60
	Dưới	1.18	-0.38	4.20	-27.61	6.07	20.38	22.35

Bảng 10. Thành phần ứng suất $\sigma_{\theta\theta}$ tại tâm panel trụ chịu tải phân bố đều với tỉ số a/R thay đổi

a/R		0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.14
Ansys	Trên	-191.1	-59.67	-112.5	-109.4	-105.6	-106.6	-106.53
	Dưới	-39.64	-178.24	-96.14	-106.3	-110.4	-108.6	-108.66
Giải tích	Trên	-190.1	-60.03	-111.7	-108.5	-103.6	-103.5	-103.28
	Dưới	-40.59	-177.83	-97.36	-107.4	-112.9	-112.3	-112.5
Sai số [%]	Trên	-0.53	0.60	-0.74	-0.81	-1.96	-2.91	-3.14
	Dưới	2.35	-0.23	1.26	1.01	2.23	3.23	3.45

Kết quả nhận được trên bảng 8 + 10 cho thấy ảnh hưởng của độ cong thoải của panel trụ tới độ võng và các thành phần ứng suất tại tâm của panel trụ. Độ võng tại tâm panel trụ giảm nhanh khi tỷ số a/R từ $0,5 \div 1$. Khi tỷ số $a/R > 1,5$ thì độ võng tại tâm panel trụ thay đổi ít hơn.



5. Kết luận

Dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất cho vỏ mỏng của Reddy [5], bài báo đã xây dựng nghiệm giải tích tính toán độ võng và các thành phần ứng suất của panel trụ liên kết khớp trên chu vi, chịu tải phân bố đều vuông góc với mặt trung bình.

Với chương trình máy tính bằng phần mềm Matlab, bài báo đã khảo sát sự ảnh hưởng của các tham số hình học panel trụ (dày, mỏng, dài, ngắn, thoải) tới trường chuyển vị và các thành phần ứng suất trong panel trụ. Qua tham chiếu kết quả tính theo nghiệm giải tích với phần mềm thương mại Ansys có thể kết luận rằng lý thuyết vỏ bậc nhất của Reddy cho kết quả phù hợp với vỏ có chiều dày trung bình và vỏ mỏng. Với vỏ dày cần thiết phải sử dụng lý thuyết vỏ khác phù hợp hơn.

Tài liệu tham khảo

1. S.P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger (1959), *Theory of plates and shells*, New-York, McGraw-Hill.
2. E. Ventel, T. Krauthammer (2008), *Thin Plates and Shells - Theory, Analysis, and Applications*, Taylor & Francis.
3. Ansel C. Ugural (2000), *Stress in plates and shell*, Mac-Graw-Hill-International edition.
4. Werner Soedel (2004), *Vibrations of Shells and Plates*, Marcel Dekker, Inc.
5. J.N. Reddy (2005), *Elastic plates and shells-Theory and analysis*, CRC Press.
6. A. Khdeir, J.N. Reddy, D. Frederick (1989), "A study of bending, vibration and buckling of cross-ply circular cylindrical shells with various shell theories", *Int. 1. Engng. Sci.* Vol. 27, No. 11, pP. 1337-1351.
7. R.H. Kabir (2002), "Application of linear shallow shell theory of Reissner to frequency response of thin cylindrical panels with arbitrary lamination", *Composite Structures* 56, 35-52.
8. K.Y. Lam, C.T. Loy (1994), "Vibration Characteristics of Thin Cylindrical Panels", *Applied Acoustics* 42 (1994) 347-359.
9. K. P. Soldatos, V. P. Hadjigeorgiou (1990), "Three-dimensional solution of the free vibration problem of homogeneous isotropic cylindrical shells and panels", *Journal of Sound and Vibration* (1990) 137(3), 369-384.
10. E. Asadi, W. Wang, M. S. Qatu (2012), "Static and vibration analyses of thick deep laminated cylindrical shells using 3D and various shear deformation theories", *Composite Structures* 94 (2012) 494-500.
11. Vũ Quốc Anh và Phạm Thanh Hoan (2010), *Tính toán kết cấu bằng phần mềm ANSYS version 10.0*, NXB Khoa học & Kỹ thuật.