Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, ĐHXDHN, 2026, 20 (5V): 28–44

THIẾT KẾ CỐT THÉP CHỐNG NỨT TÁCH TRONG ĐÀI MÓNG CỌC TẠI VIỆT NAM: CƠ SỞ LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ ÁP DỤNG

Vũ Ngọc Sơn[a], Nguyễn Trần Duy[a], Nguyễn Danh Việt[a], Phạm Minh Quý[a], Nguyễn Văn Hùng[a,*]

[a]*Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, số 55 đường Giải Phóng, phường Bạch Mai, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 28/8/2026, Sửa xong 12/10/2026, Chấp nhận đăng 29/10/2026

Tóm tắt

Đài móng cọc thường bị chi phối bởi vùng nhiễu loạn ứng suất (vùng D), nơi giả thiết tiết diện phẳng không còn phù hợp do tải trọng tập trung từ cột và phản lực đầu cọc. Dòng ứng suất nén giữa cột và cọc tạo thành các thanh chống dạng chai, phát sinh ứng suất kéo ngang có thể gây nứt tách lòng (bursting) – dạng nứt ẩn sâu trong khối bê tông. Trong khi đó, TCVN 10304:2025 chưa đưa ra quy trình định lượng riêng để xác định lực nứt tách trong đài cọc. Nghiên cứu này hệ thống hoá cơ sở vùng B–D và mô hình giàn ảo, đối chiếu quy định của AS 3600, EN 1992-1-1 và ACI 318, từ đó đề xuất quy trình thiết kế ba bước kết hợp lực nứt tách và bề rộng hữu hiệu b_{ef} của EN 1992-1-1 với ngưỡng sàng lọc $0{,}5T_{b,cr}$ của AS 3600 ($T_{b,cr}$ là khả năng chịu nứt tách của bê tông), kèm quy tắc bố trí cốt thép chống nứt tách. Quy trình được minh họa qua đài một cọc và ba cọc, mở rộng cho đài hai, bốn và nhiều cọc, kèm một ví dụ thảo luận về ảnh hưởng của góc nghiêng thanh chống. Trong các ví dụ khảo sát, lực nứt tách của đài ít cọc chịu tải lớn vượt ngưỡng $0{,}5T_{b,cr}$ khoảng 49% đến 100%; góc nghiêng thanh chống là tham số hình học quan trọng. Kết quả là cơ sở cho việc kiểm soát định lượng nứt tách trong đài cọc và tham khảo cho các lần soát xét TCVN 10304.

Từ khoá: cốt thép chống nứt tách đài cọc; mô hình giàn ảo (strut-and-tie); vùng D.

DESIGN OF PILE CAPS INCORPORATING ANTI-BURSTING REINFORCEMENT IN VIETNAM: THEORETICAL BASIS AND WORKED EXAMPLES

Abstract

Pile caps are typically governed by disturbed regions (D-regions), where the plane-section assumption fails due to concentrated column loads and pile reactions. Compressive stress paths between the column and piles form bottle-shaped struts, generating transverse tension that can cause bursting cracks deep within the concrete. However, TCVN 10304:2025 does not yet provide a quantitative procedure for bursting forces in pile caps. This study reviews the B–D region concept and the strut-and-tie model, compares the provisions of AS 3600, EN 1992-1-1 and ACI 318, and proposes a three-step design procedure that combines the bursting force and effective width b_{ef} of EN 1992-1-1 with the $0.5T_{b,cr}$ screening threshold of AS 3600 ($T_{b,cr}$ being the bursting cracking resistance of concrete), together with detailing rules for bursting reinforcement. The procedure is illustrated with single-pile and three-pile caps, extended to two-pile, four-pile and larger groups, and complemented by a discussion example on the effect of strut inclination. In the examples, the bursting force of heavily loaded caps with few piles exceeded the $0.5T_{b,cr}$ threshold by about 49% to 100%, and the strut inclination was identified as a key geometric parameter. The results provide a basis for the quantitative control of bursting cracks in pile caps and a reference for future revisions of TCVN 10304.

Keywords: bursting reinforcement in pile cap; strut-and-tie model; D-region.

https://doi.org/10.31814/stce.huce2026-20(5V)-03 © 2026 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Trong thiết kế kết cấu bê tông cốt thép (BTCT), các vùng làm việc được phân thành vùng B (Bernoulli) và vùng D (Discontinuity – vùng nhiễu loạn ứng suất). Đài móng cọc có chiều cao lớn, chịu lực tập trung từ chân cột và phản lực đầu cọc, nên bị chi phối bởi vùng D. Dòng ứng suất nén từ cột xuống cọc mở rộng ở đoạn giữa, tạo thành thanh chống dạng chai; sự nở hông này phát sinh ứng suất kéo ngang và khi vượt quá khả năng chịu kéo của bê tông sẽ gây nứt tách lòng (bursting) dọc

*Tác giả đại diện. *Địa chỉ e-mail:* hungnv4@huce.edu.vn (Hùng, N. V.)

trục thanh chống, làm suy giảm khả năng chịu lực và tuổi thọ công trình. Bài toán đã được nghiên cứu kỹ trong vùng neo cáp dự ứng lực [1] và được đề cập trong AS 3600 [2], EN 1992-1-1 [3] và ACI 318 [4], nhưng với đài cọc phức tạp hơn do hình học ba chiều với nhiều thanh chống giao nhau và tải trọng truyền qua rất lớn.

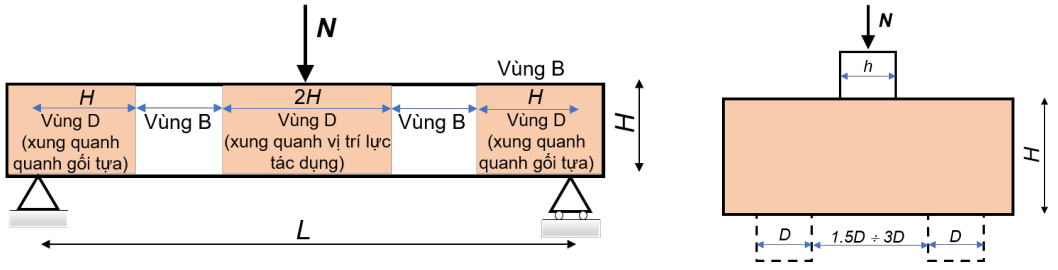
Tại Việt Nam, TCVN 10304:2025 [5] (Điều 7.1.5.1) chỉ dẫn định tính rằng việc tính toán theo sự hình thành và mở rộng vết nứt thực hiện phù hợp với TCVN 5574:2018 [6]. Bên cạnh đó, tiêu chuẩn chưa đưa ra mô hình định lượng để xác định lực kéo ngang T theo mô hình giàn ảo (Strut-and-Tie Model, STM), cũng không có khái niệm bề rộng hữu hiệu b_{ef} hay ngưỡng bỏ qua cốt thép chống nứt tách. Thực hành thiết kế vì vậy chủ yếu dựa vào kinh nghiệm cấu tạo, dẫn đến nguy cơ bỏ sót vết nứt dọc sâu trong đài cọc chịu tải trọng lớn (nhà cao tầng, trụ cầu, móng tua-bin gió), nhất là khi dùng cọc khoan nhồi đường kính lớn có sức chịu tải dọc trục tới hàng chục nghìn kN [7].

Mô hình STM đã bắt đầu được nghiên cứu tại Việt Nam, nhưng các công bố về đài cọc [8–10] mới tập trung vào nội lực tổng thể của hệ giàn ảo và cốt thép lớp dưới đài; các nghiên cứu về vùng D [11–13] cũng chưa định lượng lực nứt tách trong đài móng cọc. Nhằm lấp đầy khoảng trống đó, nghiên cứu này hướng tới ba mục tiêu: (1) đối chiếu định lượng quy định về nứt tách giữa AS 3600, EN 1992-1-1 và ACI 318; (2) đề xuất quy trình thiết kế ba bước phù hợp quy tắc cấu tạo đài cọc tại Việt Nam, minh họa qua hai ví dụ đài một cọc và ba cọc rồi mở rộng cho đài hai, bốn và nhiều cọc hơn; (3) kiến nghị nội dung bổ sung cho các lần soát xét tới của TCVN 10304. Nghiên cứu giới hạn ở đài BTCT thường và chỉ tính cốt thép chống nứt tách lòng, áp dụng STM ở cả hai trạng thái giới hạn cực hạn (ULS) và sử dụng (SLS).

2. Cơ sở lý thuyết: vùng D và mô hình giàn ảo trong đài móng cọc

2.1. Nguyên lý vùng B – vùng D

Theo nguyên lý Saint-Venant, ứng suất do lực tập trung hoặc gián đoạn hình học trở lại gần như tuyến tính ở khoảng cách xấp xỉ một lần chiều cao tiết diện (H) kể từ vị trí nhiễu loạn: phần ngoài phạm vi này, nơi giả thiết tiết diện phẳng còn nghiệm đúng, là vùng B; phần gần vị trí gia tải hoặc gián đoạn hình học là vùng D. Với cấu kiện dạng thanh thông thường ($L > 4H$, Hình 1(a)), theo Schlaich và cs. [14], fib Model Code [15] và [16]), hai vùng tồn tại song song; với dầm cao ($L \le 4H$), các vùng D chồng lấn và toàn bộ cấu kiện trở thành một vùng D.



(a) Vùng B và vùng D trong dầm chịu lực tập trung (dầm dài $L > 4H$)

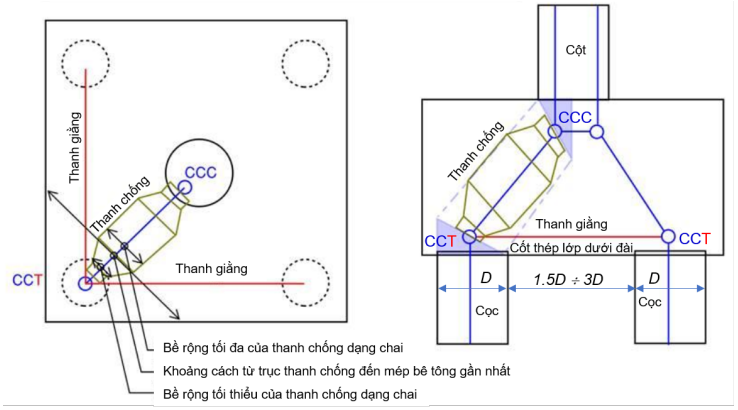
(b) Vùng D bao trùm phần lớn chiều cao đài móng

Hình 1. Vùng B và vùng D trong cấu kiện bê tông cốt thép

Đài móng cọc có đặc thù tương tự: khoảng cách tim cọc thường từ 2,5 đến 4 lần đường kính/cạnh cọc trong khi chiều cao đài lớn hơn kích thước cọc, nên phần lớn chiều cao đài – đặc biệt là vùng truyền lực từ chân cột xuống đầu cọc – nằm trong vùng D (Hình 1(b)). Mô hình giàn ảo vì vậy phù hợp hơn mô hình dầm cổ điển, theo cách tiếp cận vùng D tại Điều 6.5 của EN 1992-1-1 [3].

2.2. *Mô hình giàn ảo (Strut-and-Tie Model)*

Mô hình giàn ảo lý tưởng hoá dòng truyền lực trong vùng D thành hệ giàn gồm ba thành phần: thanh chống (strut) đại diện trường ứng suất nén, dạng lăng trụ, hình quạt hoặc hình chai; thanh giằng (tie) đại diện cốt thép chịu kéo; và nút giàn (node), phân loại theo tổ hợp lực tại nút: CCC (nén-nén-nén), CCT (nén-nén-kéo), CTT (nén-kéo-kéo). Trong đài cọc, nút CCC hình thành dưới chân cột và các nút CCT tại đầu mỗi cọc; thành phần ngang của các thanh chống xiên do cốt thép lớp dưới đài cân bằng (Hình 2) [17, 18].



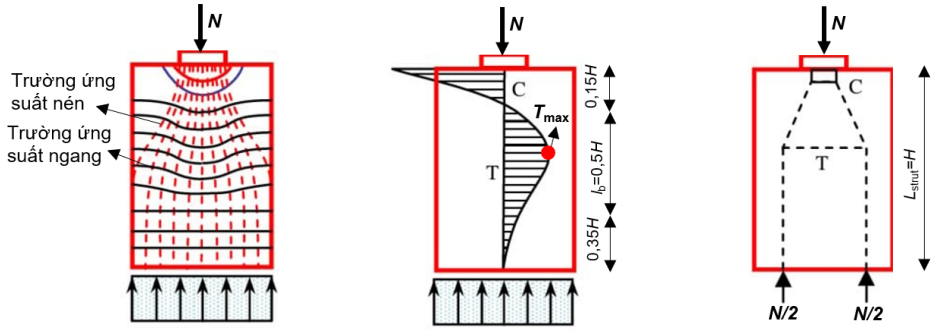
Hình 2. Các thành phần mô hình giàn ảo: thanh chống bê tông, thanh giằng thép và vùng nút – minh họa cho trường hợp đài bốn cọc

2.3. *Cơ chế hình thành lực nứt tách trong thanh chống dạng chai*

Hình 3 minh họa cơ chế truyền lực trong đài hai cọc chịu tải tập trung từ chân cột: do vùng gia tải tại cột và đầu cọc nhỏ hơn vùng bê tông mà dòng ứng suất đi qua, ứng suất nén lan toả rồi hội tụ, tạo thành thanh chống dạng chai (bottle-shaped strut) (Hình 3(a), (c)). Sự phân kỳ này phát sinh ứng suất kéo ngang vuông góc với trục thanh chống, hợp lực của chúng là lực nứt tách (bursting force, T). Theo lời giải đàn hồi của bài toán nén cục bộ (Guyon [1]; [19]), ứng suất ngang chuyển từ nén gần mặt gia tải sang kéo và phát triển đáng kể trong phần giữa thanh chống (Hình 3(b)), thay vì ngay tại bề mặt gia tải. EN 1992-1-1 [3] xác định vùng bố trí cốt thép dựa trên phân bố ứng suất, còn AS 3600 [2] dựa trên hình học thanh chống. Với đài cọc ba chiều, bài báo sử dụng quy tắc đơn giản hoá: cốt thép chống nứt tách được phân bố từ $0{,}15L_{\text{strut}}$ đến $0{,}65L_{\text{strut}}$ kể từ mặt gia tải, tức $l_b = 0{,}5L_{\text{strut}}$ (L_{strut} là chiều dài thanh chống). Đây là đề xuất của tác giả, không phải quy định trực tiếp của EN 1992-1-1 hoặc AS 3600; giả thiết này cần được tiếp tục kiểm chứng bằng phân tích số ba chiều.

Cần phân biệt nứt tách lòng với hai dạng nứt khác: (i) nứt tách lòng (bursting – đối tượng của bài báo) khởi phát sâu bên trong khối bê tông, ở vùng giữa thanh chống, do sự phân kỳ của dòng ứng suất nén; dạng nứt này khó phát hiện trực quan và được khống chế bằng cốt thép vuông góc với trục thanh chống trong dải l_b; (ii) tách vỡ bề mặt (spalling) khởi phát tại mép và góc tự do của mặt gia tải, được khống chế bằng cốt thép mặt và cốt thép góc đài; (iii) nứt bửa (splitting) khởi phát từ lớp bê tông bảo vệ do khoảng cách mép nhỏ hoặc áp lực hướng tâm của cốt thép neo, được khống chế bằng lớp bảo vệ, khoảng cách mép và cốt thép ngang vùng neo.

Các công thức ở những mục sau chỉ áp dụng cho lực nứt tách lòng T. Cốt thép chống nứt tách đóng vai trò thanh giằng chủ động chịu trực tiếp T (Hình 3(c)), khác với hiệu ứng bó bị động vốn chỉ phát huy sau khi bê tông đã nứt.



(a) Quỹ đạo ứng suất (b) Ứng suất phương ngang (c) Đường truyền lực

Hình 3. Ứng xử ứng suất và đường truyền lực khi nén cục bộ (chế bản lại từ [19])

3. Tổng hợp quy định trong các tiêu chuẩn quốc tế

Mô hình giàn ảo được chấp nhận rộng rãi cho vùng D, nhưng cách tiếp cận định lượng của các tiêu chuẩn vẫn khác nhau về triết lý. Mục này tổng hợp quy định của Eurocode 2, ACI 318 và AS 3600 [2–4].

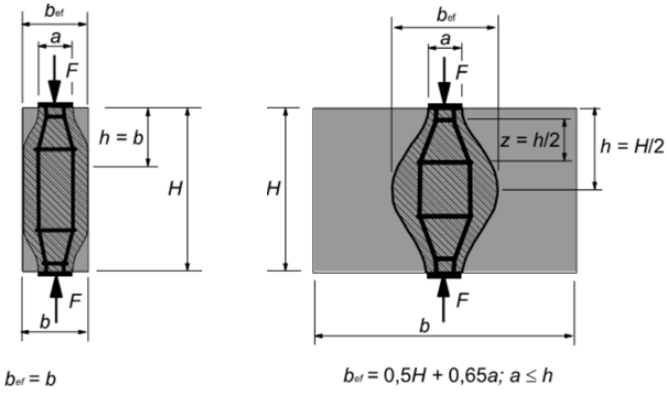
3.1. Tiêu chuẩn Châu Âu (Eurocode 2 – EN 1992-1-1:2004)

Eurocode 2 kiểm soát vùng D theo quy trình kép: giảm cường độ nén giới hạn của bê tông và bắt buộc tính cốt thép kháng kéo tại thanh chống hình chai, theo hướng dẫn của Narayanan và Beeby [20].

a. Kiểm soát ứng suất giới hạn trong thanh chống và nút giàn

Cường độ nén hữu hiệu tại nút và thân thanh chống được định biên qua hệ số giảm $\nu' = 1 - f_{ck}/250$ (f_{ck}: cường độ nén đặc trưng; f_{cd}: cường độ nén tính toán): thanh chống trong vùng nén không nứt có $\sigma_{Rd,max} = 1{,}0\nu' f_{cd}$, thanh chống dạng chai trong vùng có nứt ngang lấy $0{,}6\nu' f_{cd}$; nút CCC lấy $1{,}0\nu' f_{cd}$, nút CCT $0{,}85\nu' f_{cd}$ và nút CTT/TTT $0{,}75\nu' f_{cd}$.

b. Xác định lực nứt tách và cốt thép chống nứt tách



(a) Gián đoạn cục bộ (b) Gián đoạn toàn phần

Hình 4. Các thông số để xác định lực nứt tách trong trường ứng suất nén có cốt thép phân bố đều (chế bản lại theo Hình 6.25, EN 1992-1-1)

Tại Điều 6.5.3, Eurocode 2 quy định trường ứng suất lan toả trong thanh chống hình chai phải được mô hình hoá bằng các thanh chống phụ nghiêng, và lực nứt tách tổng hợp T được tính trực tiếp theo hình học vùng gián đoạn (Hình 4):

Gián đoạn cục bộ ($b \le L_{\text{strut}}/2$):

$$T = \frac{1}{4}\left[1 - \frac{a}{b}\right]F \quad \text{với } b_{\text{ef}} = b \tag{1}$$

Gián đoạn toàn phần ($b > L_{\text{strut}}/2$):

$$T = \frac{1}{4}\left[1 - 0{,}7\frac{a}{L_{\text{strut}}}\right]F \quad \text{với } b_{\text{ef}} = 0{,}5L_{\text{strut}} + 0{,}65a \tag{2}$$

trong đó F là lực tập trung tại đầu thanh chống; a là bề rộng vùng gia tải (bề rộng cột hoặc cọc theo phương xét); b là bề rộng thực của cấu kiện tại tiết diện xét theo phương đang xét; b_{ef} là bề rộng hữu hiệu, xác định theo (1) hoặc (2) tuỳ gián đoạn cục bộ hay toàn phần; L_{strut} là chiều dài thanh chống, đồng thời là chiều dài vùng gián đoạn dùng để phân định gián đoạn cục bộ hay toàn phần (tương ứng ký hiệu H trong Hình 6.25 của EN 1992-1-1; trong bài báo này H dành riêng cho chiều cao đài). Lưu ý rằng, EN 1992-1-1:2004 [3] in biểu thức (6.59) với h ở mẫu số, trong khi Hình 6.25 định nghĩa $h = H/2$; đây là lỗi in đã được BSI nhận diện năm 2010 [21], biểu thức đúng sử dụng H (chiều dài vùng gián đoạn) như trong hướng dẫn của The Concrete Centre [22]. Bài báo dùng dạng hiệu chỉnh này với H được quy đổi thành L_{strut} (công thức (2)).

Diện tích cốt thép chống nứt tách bắt buộc bố trí để chịu toàn bộ lực kéo T xác định ở trên được tính theo công thức (3):

$$A_{\text{s}} = T/(f_{\text{yk}}/1{,}15) \tag{3}$$

trong đó A_{s} là diện tích cốt thép chống nứt tách; T là lực nứt tách xác định theo công thức (1) hoặc (2); f_{yk} là cường độ chảy đặc trưng của cốt thép; $\gamma_{\text{s}} = 1{,}15$ là hệ số an toàn vật liệu thép theo EN 1992-1-1.

3.2. Tiêu chuẩn Hoa Kỳ (ACI 318)

ACI 318-25 [4] kiểm soát lực nứt tách gián tiếp qua hệ số hiệu quả β_{s} của thân thanh chống kết hợp cốt thép phân bố tối thiểu. Cường độ chịu nén giới hạn của thanh chống là $f_{\text{ce}} = 0{,}85\beta_{\text{c}}\beta_{\text{s}}f'_{\text{c}}$, với f'_{c} là cường độ nén trụ (mẫu 150 × 300 mm), lấy gần đúng $f'_{\text{c}} \approx f_{\text{ck}}$; với cấp độ bền B của TCVN 5574, bài báo dùng quan hệ quy đổi gần đúng $f'_{\text{c}} \approx 0{,}8B$ (không phải quan hệ quy định trong TCVN 5574). Hệ số bó β_{c} lấy bằng 1,0 (thiên về an toàn); $\beta_{\text{s}} = 1{,}0$ cho thanh chống có tiết diện không đổi, 0,75 cho thanh chống dạng chai có cốt thép phân bố tối thiểu theo công thức (4) và 0,40 khi không có cốt thép này hoặc thanh chống nằm trong vùng kéo (Chương 23).

Hàm lượng cốt thép phân bố tối thiểu cắt qua trục thanh chống (góc nghiêng $\gamma_i \ge 40^\circ$) theo công thức (4):

$$\rho_i = A_{\text{s}i}/(b_{\text{s}i}s_i) \ge 0{,}0025 \quad \text{(mỗi phương trực giao)} \tag{4}$$

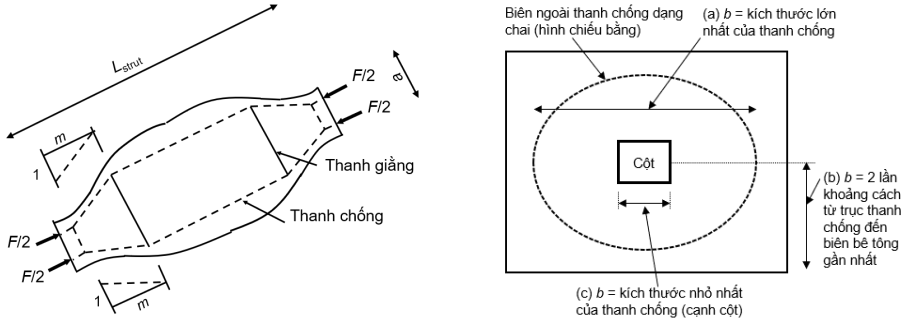
(trường hợp chỉ bố trí cốt thép theo một phương, điều kiện trở thành $\rho_i \ge 0{,}0025/\sin^2\gamma_i$)
trong đó $A_{\text{s}i}$, $b_{\text{s}i}$ và s_i là diện tích cốt thép cắt qua trục thanh chống, bề rộng thân thanh chống và khoảng cách cốt thép theo phương i. Hệ số cường độ hữu hiệu tại nút theo EN 1992-1-1 và ACI 318 lần lượt là: nút CCC 1,00 và 1,00; nút CCT 0,85 và 0,80; nút CTT 0,75 và 0,60.

Các hệ số β_{s} và hàm lượng tối thiểu được phát triển từ thí nghiệm dầm cao và thanh chống dạng chai, được Brown và Bayrak [23] kiểm chứng trên 596 mẫu; các thí nghiệm đài cọc [24–26] cho thấy phá hoại chủ yếu do nứt tách dọc thanh chống, với hiệu ứng bó của bê tông xung quanh quyết định khả năng chịu lực. So với ACI 318-11 [27] ($\beta_{\text{s}} = 0{,}60\lambda$, hàm lượng tối thiểu 0,003), ACI 318-19 và ACI 318-25 [4] thắt chặt các giá trị này về 0,40 và 0,0025.

3.3. Tiêu chuẩn Úc (AS 3600)

AS 3600 [2] tường minh hoá cả cơ chế lan toả ứng suất qua phương pháp góc phân kỳ lẫn khả năng chịu nứt tách của bê tông trước khi cần cốt thép gia cường, và dùng một hệ số giảm tổng hợp φ_{st} cho thanh chống.

a. Phương pháp góc phân kỳ hình học



(a) Mô hình giàn ảo với góc phân kỳ 1 : m trong thanh chống dạng chai

(b) Ba cách hiểu bề rộng b khi áp dụng cho bài toán đài cọc ba chiều

Hình 5. Cơ chế truyền lực của thanh chống dạng chai và quy đổi bề rộng làm việc trong đài cọc theo AS 3600

AS 3600 giả định lực tập trung F tác dụng vào bề rộng a, trường ứng suất nén lan toả ra hai bên với góc phân kỳ ổn định θ_d so với trục đối xứng, tạo nên mô hình giàn ảo phụ cục bộ bên trong thân thanh chống hình chai (Hình 5(a)). Từ cân bằng tĩnh học của hệ thanh chống phụ nghiêng, lực nứt tách tổng hợp T_b^* (tương đương T của Eurocode 2) được tính theo công thức (5):

$$T_b^* = \frac{F}{2}\tan\theta_d\left(1-\frac{a}{b}\right) \tag{5}$$

trong đó T_b^* là lực nứt tách tính toán trong thân thanh chống; F là lực tập trung tác dụng lên bề rộng gia tải a; b là bề rộng thực của cấu kiện tại tiết diện xét; θ_d là góc phân kỳ của trường ứng suất nén trong thanh chống dạng chai.

Với $\theta_d = 26{,}6^\circ$ ($\tan 26{,}6^\circ \approx 0{,}5$), công thức (5) trở thành $T_b^* = (1/4)(1 - a/b)F$ – trùng khớp lời giải hai chiều của Eurocode 2 (công thức (1)), cho thấy sự gặp nhau về bản chất cơ học giữa phương pháp góc phân kỳ và lời giải giải tích đàn hồi kinh điển. AS 3600 (Điều 7.2.4) quy định độ dốc lan toả tối thiểu 1:2 khi kiểm tra trạng thái giới hạn sử dụng và 1:5 khi kiểm tra cường độ; bài báo dùng thống nhất $\theta_d = 26{,}6^\circ$ (độ dốc 1:2) cho cả hai trạng thái vì cho lực nứt tách lớn hơn, thiên về an toàn.

b. Khả năng chịu lực nứt tách của bê tông và cốt thép gia cường

Tại Điều 7.2.4, khả năng chịu nứt tách của riêng bê tông được xác định theo công thức (6), phù hợp hướng dẫn của Concrete Institute of Australia [28]:

$$T_{b,cr} = 0{,}7 b l_b f'_{ct} \tag{6}$$

trong đó b là bề rộng tiết diện chịu lực; l_b là chiều dài vùng nứt tách theo hình học; $f'_{ct} = 0{,}36\sqrt{f'_c}$ là cường độ chịu kéo đặc trưng của bê tông theo AS 3600. Với bài toán ba chiều (đài cọc), AS 3600 không quy định rõ cách lấy b, dẫn đến ba cách hiểu (Hình 5(b)): (a) kích thước lớn nhất của thanh chống dạng chai – thiên an toàn, tương đương b_{ef} của Eurocode 2; (b) hai lần khoảng cách đến biên

bê tông gần nhất – có thể không an toàn khi đài lớn theo cả hai phương; (c) kích thước nhỏ nhất của thanh chống – quá thận trọng. Do $T_{b,cr}$ tỉ lệ thuận với b, bài báo chọn phương án (a) – giả thiết quy đổi do bài báo đề xuất cho bài toán ba chiều, không phải quy định của AS 3600.

Nếu $T_b^* > 0{,}5T_{b,cr}$, cốt thép bắt buộc bố trí thoả mãn đồng thời công thức (7) và (8):

$$\text{ULS:} \quad \varphi_{st} \sum A_{si} f_{sy} \sin\gamma_i \geqslant T_b^* \quad \text{với } \varphi_{st} = 0{,}8 \tag{7}$$

$$\text{SLS:} \quad \sum A_{si} f_{si} \sin\gamma_i \geqslant \max(T_{b,s}^*; T_{b,cr}) \tag{8}$$

trong đó A_{si} là diện tích cốt thép chống nứt tách theo phương i; T_b^* và $T_{b,s}^*$ là lực nứt tách ứng với tải trọng ULS và SLS (công thức (5), lấy $F = F_{ULS}$ và F_{SLS}); $T_{b,cr}$ theo công thức (6); f_{sy} là cường độ chảy của cốt thép; f_{si} là ứng suất thép giới hạn ở SLS lấy theo mức kiểm soát nứt tại Điều 12.7 của AS 3600; $\varphi_{st} = 0{,}8$ là hệ số giảm cường độ áp dụng cho cốt thép chống nứt tách; γ_i là góc giữa cốt thép và trục thanh chống.

Ngưỡng sàng lọc $0{,}5T_{b,cr}$ tạo dự trữ chống phá hoại giòn trước sự phân tán lớn của cường độ chịu kéo f'_{ct} và ảnh hưởng bất lợi từ co ngót, nhiệt thuỷ hoá. Khi lực tách vượt ngưỡng này, công thức (8) buộc cốt thép phải gánh giá trị lớn hơn giữa $T_{b,s}^*$ và $T_{b,cr}$ để thay thế hoàn toàn bê tông ngay sau khi nứt. Điều 12.7 của AS 3600 giới hạn ứng suất cốt thép ở SLS theo mức độ kiểm soát nứt (250, 200 và 150 MPa); bài báo chọn $f_{si} = 250$ MPa – với thép CB500-V đúng bằng $0{,}5f_{sy}$ – áp dụng cho mức kiểm soát nứt nhỏ (minor degree of control) trong đài móng. Lưu ý rằng, việc xác định bề rộng vết nứt w_k vẫn cần thực hiện theo TCVN 5574:2018 [6].

3.4. Bảng so sánh tổng hợp

Bảng 1. So sánh cách tiếp cận thiết kế cốt thép chống nứt tách theo các tiêu chuẩn

Tiêu chí	EN 1992-1-1:2004	ACI 318	AS 3600-2009
Triết lý tiếp cận	Tính lực kéo ngang T theo công thức hình học (a/L_{strut}); bố trí thép chịu toàn bộ T, không xét khả năng chịu kéo bê tông riêng.	Gián tiếp qua hệ số hiệu quả β_s của thanh chống; yêu cầu hàm lượng thép tối thiểu cắt qua thanh chống.	Tính trực tiếp T_b^* và khả năng chịu kéo $T_{b,cr}$ của bê tông; so sánh và bố trí thép nếu cần.
Công thức khả năng bê tông	Không xác định riêng; ẩn trong hệ số an toàn tổng thể	Không xác định riêng; thể hiện qua β_s tuỳ có/không thép tối thiểu	$T_{b,cr} = 0{,}7bl_b f'_{ct}$ (Điều 7.2.4); với đài cọc, bài báo đề xuất lấy $b = b_{ef}$ của EN 1992-1-1
Điều kiện bỏ qua thép	Không có; luôn yêu cầu cốt thép để chịu lực nứt tách	Không có ngưỡng bỏ qua; cốt thép phân bố tối thiểu 0,0025 là điều kiện để thanh chống dạng chai đạt $\beta_s = 0{,}75$ (Mục 23.5)	$T_b^* \leq 0{,}5T_{b,cr}$ – điều kiện tường minh, có công thức cụ thể
Kiểm tra SLS riêng	Không quy định	Không quy định	Có – cốt thép chịu $\max(T_{b,s}^*; T_{b,cr})$; f_{si} xác định theo yêu cầu kiểm soát nứt

Bảng 1 đối chiếu tổng hợp ba cách tiếp cận. Trong phạm vi khảo sát, AS 3600 là tiêu chuẩn duy nhất cho phép bỏ qua cốt thép chống nứt tách bằng một điều kiện tường minh ($T_{\mathrm{b}}^{*} \le 0{,}5T_{\mathrm{b,cr}}$); EN 1992-1-1 yêu cầu thép chịu toàn bộ T mà không so sánh với khả năng chịu kéo của bê tông, còn ACI 318 quy định cốt thép phân bố tối thiểu 0,0025 để thanh chống dạng chai được dùng hệ số hiệu quả β_{s} cao hơn (Mục 23.5).

4. Đề xuất quy trình thiết kế áp dụng tại Việt Nam

Do TCVN 10304:2025 [5] và TCVN 5574:2018 [6] mới chỉ dừng ở chỉ dẫn định tính, bài báo đề xuất quy trình ba bước kết hợp ngưỡng sàng lọc của AS 3600 với công thức bề rộng hữu hiệu b_{ef} của EN 1992-1-1, thực hiện độc lập cho từng thanh chống theo hai phương trực giao. Quy trình chỉ đề cập cốt thép chống nứt tách lòng; cốt thép thanh giằng và thép chịu cắt/chọc thủng tuân theo các tiêu chuẩn hiện hành.

Về ký hiệu: từ Mục 4 trở đi, lực nứt tách tính toán được ký hiệu T_{ULS} và T_{SLS} thay cho T_{b}^{*} và $T_{\mathrm{b,s}}^{*}$ của AS 3600 (Mục 3.3); θ là góc nghiêng thanh chống so với phương ngang, phân biệt với góc phân kỳ θ_{d} trong thân thanh chống dạng chai; H chỉ chiều cao đài, còn chiều dài thanh chống ký hiệu L_{strut}.

4.1. Bước 1 – Xác định lực dọc trục trong thanh chống (F)

a. Trường hợp tải trọng đúng tâm (mô men M_x, $M_y = 0$)

Lực dọc trục trong thanh chống F được xác định theo công thức (9):

$$F = \frac{N}{n \sin\theta} \tag{9}$$

trong đó F là lực dọc trục trong thanh chống; N là lực dọc tính toán tại chân cột (N_{ULS} ở ULS, N_{SLS} ở SLS); n là số cọc trong đài; θ là góc nghiêng giữa thanh chống so với phương ngang. Với đài một cọc, thanh chống thẳng đứng nên $\theta = 90^{\circ}$ và $F = N$.

b. Trường hợp tải trọng lệch tâm (chân cột chịu lực dọc N và mô men M_x, M_y)

Đối với đài nhiều cọc ($n \ge 2$): Mô men uốn làm thay đổi phản lực đầu cọc, do đó, phản lực tại cọc thứ j (R_j) được xác định theo nguyên lý cơ học kết cấu:

$$R_j = \frac{N}{n} \pm \frac{M_x y_j}{\sum y_k^2} \pm \frac{M_y x_j}{\sum x_k^2} \tag{9a}$$

trong đó N là lực dọc tại chân cột; M_x, M_y là mô men tại chân cột lần lượt quanh trục x và trục y; x_j, y_j là toạ độ tim cọc thứ j trong hệ trục x–y; x_k, y_k là toạ độ tim cọc thứ k, tổng Σ lấy cho toàn bộ n cọc ($k = 1, \ldots, n$); dấu (+) lấy cho cọc nằm về phía bị nén thêm do mô men, dấu (−) cho cọc nằm về phía được giảm tải.

Lực dọc trục F_j trong thanh chống nối nút dưới chân cột với đầu cọc thứ j được xác định theo công thức (9b) với θ_j là góc nghiêng của thanh chống đó so với phương ngang. Lưu ý rằng, công thức (9b) chỉ áp dụng cho cọc chịu nén ($R_j > 0$). Lực nứt tách T_j được tính toán riêng cho từng cọc tương ứng với F_j; cọc chịu phản lực $R_{j,\max}$ lớn nhất sẽ sinh ra lực thanh chống lớn nhất và khống chế thiết kế.

$$F_j = \frac{R_j}{\sin\theta_j} \tag{9b}$$

Đối với đài 1 cọc: Mô men truyền trực tiếp xuống cọc nên $F = N$, nhưng ứng suất trên mặt gia tải phân bố không đều. Ảnh hưởng của mô men được xét gần đúng thông qua việc thu hẹp bề rộng gia tải hữu hiệu $a' = a - 2e_{\mathrm{o}}$ (với độ lệch tâm $e_{\mathrm{o}} = M/N$).

Các ví dụ tại Mục 5 xét tải trọng đúng tâm.

4.2. Bước 2 – Kiểm tra và tính thép ở Trạng thái giới hạn cực hạn (ULS)

Xác định lực nứt tách T_{ULS} (lấy $F = F_{\mathrm{ULS}}$) theo công thức (1) hoặc (2) tại Mục 3.1; điều kiện gián đoạn toàn phần ($b > L_{\mathrm{strut}}/2$) hay cục bộ ($b \le L_{\mathrm{strut}}/2$) phải được kiểm tra riêng cho từng phương trực giao.

So sánh T_{ULS} với một nửa khả năng chịu kéo của bê tông theo AS 3600, xác định theo công thức (10):

$$0{,}5T_{\mathrm{b,cr}} = 0{,}5 \times 0{,}7 b_{\mathrm{ef}} l_{\mathrm{b}} f'_{\mathrm{ct}} \tag{10}$$

trong đó b_{ef} là bề rộng hữu hiệu của vùng D dùng để tính lực nứt tách; l_{b} là chiều dài vùng nứt tách theo phương truyền lực, lấy $l_{\mathrm{b}} = 0{,}5L_{\mathrm{strut}}$ theo quy tắc đề xuất tại Mục 2.3 và đo dọc trục thanh chống trong khoảng từ $0{,}15L_{\mathrm{strut}}$ đến $0{,}65L_{\mathrm{strut}}$ kể từ mặt tiếp xúc gia tải; f'_{ct} là cường độ chịu kéo của bê tông, lấy thống nhất theo AS 3600: $f'_{\mathrm{ct}} = 0{,}36\sqrt{f'_{\mathrm{c}}}$ (các cường độ theo TCVN 5574 [6] tại Bảng 2 chỉ để tham khảo, không dùng trong tính toán).

Nếu $T_{\mathrm{ULS}} \le 0{,}5T_{\mathrm{b,cr}}$: bê tông đủ khả năng chịu lực nứt tách, dừng quy trình. Nếu $T_{\mathrm{ULS}} > 0{,}5T_{\mathrm{b,cr}}$: tính diện tích cốt thép dựa trên điều kiện cường độ ULS với ứng suất thép lấy đến giới hạn chảy, theo công thức (11):

$$A_{\mathrm{s}i,\mathrm{ULS}} = \frac{T_{\mathrm{ULS}}}{\varphi_{\mathrm{st}} f_{\mathrm{sy}} \sin\gamma_i} \quad (\varphi_{\mathrm{st}} = 0{,}8) \tag{11}$$

trong đó $A_{\mathrm{s}i,\mathrm{ULS}}$ là diện tích cốt thép chống nứt tách yêu cầu theo phương i ở ULS; T_{ULS} là lực nứt tách tính toán ở ULS; $\varphi_{\mathrm{st}} = 0{,}8$ là hệ số giảm cường độ áp dụng cho cốt thép chống nứt tách theo AS 3600; f_{sy} là cường độ chảy của cốt thép; γ_i là góc giữa cốt thép và trục thanh chống (khi cốt thép vuông góc trục thanh chống thì $\gamma_i = 90^\circ$ và $\sin\gamma_i = 1$).

4.3. Bước 3 – Kiểm tra Trạng thái giới hạn sử dụng (SLS)

Khi Bước 2 cho thấy cần cốt thép, điều kiện SLS theo công thức (8) của AS 3600 phải được thoả mãn đồng thời. Tính T_{SLS} theo công thức (1) hoặc (2) với $F = F_{\mathrm{SLS}}$, rồi tính diện tích cốt thép theo công thức (12); do vế phải không nhỏ hơn $T_{\mathrm{b,cr}}$, cốt thép vẫn phải chịu được $T_{\mathrm{b,cr}}$ ngay cả khi $T_{\mathrm{SLS}} \le 0{,}5T_{\mathrm{b,cr}}$:

$$A_{\mathrm{s}i,\mathrm{SLS}} = \max(T_{\mathrm{SLS}}; T_{\mathrm{b,cr}})/(f_{\mathrm{s}i} \sin\gamma_i) \tag{12}$$

trong đó $A_{\mathrm{s}i,\mathrm{SLS}}$ là diện tích cốt thép chống nứt tách yêu cầu theo phương i ở SLS; T_{SLS} là lực nứt tách tính toán ở SLS; $T_{\mathrm{b,cr}}$ là lực gây nứt của bê tông theo công thức (10); $f_{\mathrm{s}i}$ là ứng suất thép giới hạn ở SLS (bài báo chọn 250 MPa); γ_i là góc giữa cốt thép và trục thanh chống.

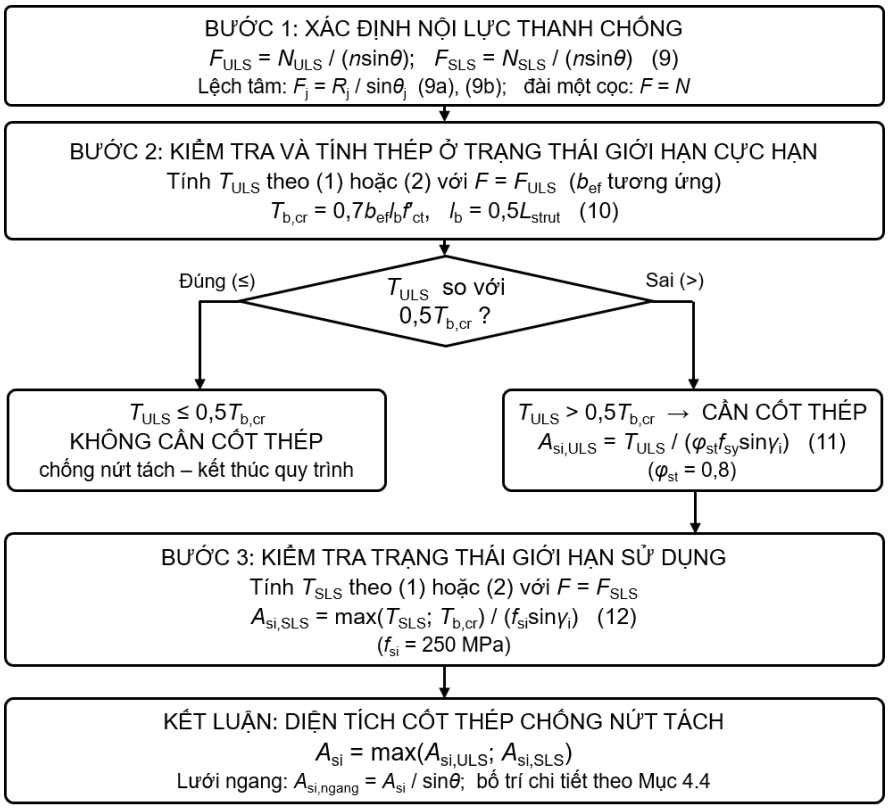
Khi cần bố trí cốt thép, diện tích tính toán lấy theo giá trị lớn hơn giữa ULS (Bước 2) và SLS (Bước 3). Với $f_{\mathrm{s}i} = 250$ MPa và $\varphi_{\mathrm{st}} f_{\mathrm{sy}} = 400$ MPa, tỷ số giữa hai diện tích là $A_{\mathrm{s}i,\mathrm{SLS}}/A_{\mathrm{s}i,\mathrm{ULS}} = 1{,}6\max(T_{\mathrm{SLS}}; T_{\mathrm{b,cr}})/T_{\mathrm{ULS}} \ge 1{,}6T_{\mathrm{SLS}}/T_{\mathrm{ULS}} = 1{,}6N_{\mathrm{SLS}}/N_{\mathrm{ULS}}$ (do T tỉ lệ thuận với N khi hình học không đổi). Do đó, trong phạm vi các giả thiết của quy trình ($f_{\mathrm{s}i} = 250$ MPa, $\varphi_{\mathrm{st}} f_{\mathrm{sy}} = 400$ MPa và cùng hình học thanh chống ở ULS và SLS) và khi $N_{\mathrm{ULS}}/N_{\mathrm{SLS}} < 1{,}6$ – bao gồm khoảng 1,3–1,4 phổ biến tại Việt Nam – điều kiện SLS có xu hướng khống chế diện tích cốt thép. Đây là hệ quả của mô hình đang sử dụng, không phải một quy luật tổng quát; trong hai ví dụ có yêu cầu cốt thép tại Mục 5, điều kiện SLS khống chế diện tích cốt thép cuối cùng.

Về tính tương thích giữa các tiêu chuẩn: về tác động dùng công thức (1)–(2) của EN 1992-1-1 – quan hệ cân bằng thuần tuý hình học, không chứa hệ số an toàn, nên dùng được với cả tải trọng tính toán và tải trọng tiêu chuẩn theo tiêu chuẩn Việt Nam; về kháng lực lấy đồng bộ từ AS 3600 ($T_{\mathrm{b,cr}}$, ngưỡng 0,5; $\varphi_{\mathrm{st}} = 0{,}8$; $f_{\mathrm{s}i}$); b_{ef} và $l_{\mathrm{b}} = 0{,}5L_{\mathrm{strut}}$ cũng chỉ là đại lượng hình học. Vì vậy hệ số an toàn của hai hệ tiêu chuẩn không bị sử dụng chồng lấn. Lực nứt tách được lấy theo EN 1992-1-1 thay vì

công thức (5) của AS 3600 với $b = b_{ef}$ vì công thức (5) cho T nhỏ hơn khoảng 20–50% trong các ví dụ tại Mục 5; lựa chọn này thiên về an toàn.

Về bài toán ba chiều: các công thức của EN 1992-1-1 và AS 3600 được xây dựng cho bài toán phẳng, nên việc quy đổi nở hông không gian trong đài cọc về mặt phẳng chứa trục thanh chống (qua a_{strut} và b_{ef}) là một đơn giản hoá; trong thực tế hợp lực kéo ngang phân bố trên bề rộng lớn hơn b_{ef} và hiệu ứng bó làm tăng khả năng chịu ép mặt [25]. Do chưa đủ dữ liệu thực nghiệm, bài báo chưa đề xuất hệ số điều chỉnh ba chiều (lấy bằng 1,0).

Quy trình tính toán được tóm tắt trên Hình 6.



Hình 6. Quy trình thiết kế đề xuất cho cốt thép chống nứt tách trong đài móng cọc

Bảng 2. Đặc trưng cường độ bê tông sử dụng trong bài báo (AS 3600) và giá trị tham khảo theo TCVN 5574:2018

Cấp độ bền B	Sử dụng trong tính toán (AS 3600)		TCVN 5574:2018 – tham khảo, không dùng trong tính toán			
	$f'_c \approx 0{,}8B$ (MPa)	$f'_{ct} = 0{,}36\sqrt{f'_c}$ (MPa)	R_b (MPa)	R_{bt} (MPa)	$R_{b,ser}$ (MPa)	$R_{bt,ser}$ (MPa)
B35	28,0	1,90	19,5	1,30	25,5	1,95
B40	32,0	2,04	22,0	1,40	29,0	2,10
B45	36,0	2,16	25,0	1,50	32,0	2,25

Bảng 2 tách riêng các đại lượng dùng trong tính toán ($f'_c \approx 0{,}8B$ và $f'_{ct} = 0{,}36\sqrt{f'_c}$ theo AS 3600) và các cường độ theo TCVN 5574:2018 [6] chỉ để tham khảo; hai nhóm này không tương đương vật

lý và không được thay thế cho nhau (chẳng hạn f'_{ct} không thay bằng $R_{bt,ser}$ hay R_{bt}). Với cốt thép CB500-V: $f_{sy} = f_{yk} = R_{s,n} = 500$ MPa, $R_s = 435$ MPa.

4.4. Cấu tạo chi tiết cốt thép chống nứt tách

a. Quy cách: (i) Bố trí đúng lý thuyết: lưới thép hai phương hoặc đai kín (móc 135°) đặt vuông góc với trục thanh chống – hiệu quả nhất về chịu lực, nhưng với đài nhiều cọc, đai phải đặt theo nhiều hướng, chồng chéo quanh nút cột và khó thi công (Hình 8(b)); (ii) Bố trí thực hành cho đài nhiều cọc: lưới thép ngang hai phương đặt tập trung trong dải dày xấp xỉ l_b tại khoảng giữa chiều cao H; nhờ đối xứng, dải này bao trùm vùng nứt tách của mọi thanh chống (Hình 9). Diện tích thép mỗi phương quy đổi theo $A_{si,\text{ngang}} = A_{si}/\sin\theta \geq A_{si}$, nên cần chọn chiều cao đài hợp lý (Mục 5.4).

b. Vị trí: cốt thép tập trung trong dải $l_b = 0{,}5L_{strut}$ (Mục 2.3), đo dọc trục thanh chống từ $0{,}15L_{strut}$ đến $0{,}65L_{strut}$ kể từ mặt dưới cột – tương ứng vùng ứng suất kéo ngang lớn nhất (Hình 3(b)) – chứ không rải đều theo chiều cao đài.

c. Chiều dài neo: neo đủ chiều dài neo cơ bản $l_{0,an}$ theo TCVN 5574:2018 [6] tại hai đầu.

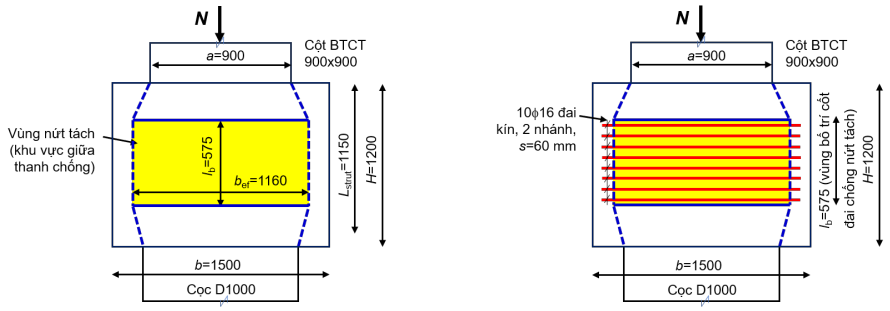
d. Khoảng cách: $s_{st} \leq \min(200\text{ mm}; b_{ef}/4)$ – quy tắc cấu tạo do bài báo đề xuất nhằm khống chế bề rộng vết nứt.

5. Ví dụ tính toán minh họa

Hai ví dụ dưới đây minh họa quy trình tại Mục 4 cho đài một cọc và đài ba cọc, mỗi ví dụ gồm hai trường hợp đối chứng (A: cần cốt thép; B: không cần). Kích thước đài, cọc và tiết diện cột được chọn theo thông lệ thiết kế tại Việt Nam. Vật liệu: bê tông $f'_c = 35$ MPa, $f'_{ct} = 2{,}13$ MPa; cốt thép CB500-V ($f_{sy} = 500$ MPa). Các ví dụ minh họa phương pháp luận, không thay thế kiểm tra chọc thủng, cắt hay lún.

5.1. Ví dụ 1 – Đài một cọc

a. Số liệu đầu vào và mô hình giàn ảo (Hình 7(a))



(a) Sơ đồ giàn ảo: Thanh chống đứng chịu nén dạng chai giữa chân cột và đỉnh cọc

(b) Bố trí đai kín Φ16 trong phạm vi l_b ở đoạn giữa thanh chống (TH A)

Hình 7. Sơ đồ giàn ảo và bố trí cốt thép chống nứt tách cho đài một cọc

Đài kích thước 1500 × 1500 mm, chiều cao $H = 1200$ mm. Cột BTCT có tiết diện vuông 900 × 900 mm ($a = 900$ mm; diện tích tiết diện cột $A_{col} = 810\,000$ mm^2), truyền tải xuống một cọc khoan nhồi đường kính $D = 1000$ mm đặt đúng tâm. Kích thước đài được lựa chọn nhằm bảo đảm khoảng cách tối thiểu 250 mm từ mép cọc đến mép đài theo yêu cầu cấu tạo, đáp ứng dung sai thi công định vị cọc khoan nhồi và bảo đảm không gian neo cốt thép chờ cột.

Mô hình giàn ảo với một thanh chống đứng ($\theta = 90°$) có chiều dài $L_{strut} = H - 50 = 1150$ mm; gián đoạn toàn phần do bề rộng đài $b = 1500\text{ mm} > L_{strut}/2 = 575$ mm, do đó $b_{ef} = 0{,}5L_{strut} + 0{,}65a = 1160$ mm; $l_b = 0{,}5L_{strut} = 575$ mm.

b. Trường hợp A: $N_{\mathrm{ULS}} = 8800$ kN, $N_{\mathrm{SLS}} = 6600$ kN

Kiểm tra ứng suất tại nút CCC dưới chân cột: $\sigma_{\mathrm{b}} = N_{\mathrm{ULS}}/A_{\mathrm{col}} \approx 10{,}9$ MPa $\leq \sigma_{\mathrm{Rd,max}} = 1{,}0\nu' f_{\mathrm{cd}} \approx 20{,}1$ MPa (EN 1992-1-1; $\nu' = 1 - f_{\mathrm{ck}}/250 = 0{,}86$; $f_{\mathrm{cd}} = f_{\mathrm{ck}}/\gamma_{\mathrm{c}} = 23{,}3$ MPa với $f_{\mathrm{ck}} \approx f'_{\mathrm{c}} = 35$ MPa, $\gamma_{\mathrm{c}} = 1{,}5$) → đạt.

- Bước 1: Lực tác dụng trên thanh chống ở các trạng thái lần lượt là $F_{\mathrm{ULS}} = N_{\mathrm{ULS}} = 8800$ kN và $F_{\mathrm{SLS}} = N_{\mathrm{SLS}} = 6600$ kN.

- Bước 2 (ULS): Lực nứt tách T_{ULS} và sức kháng nứt tách của bê tông $T_{\mathrm{b,cr}}$ được xác định lần lượt theo công thức (2) và công thức (6):

$$T_{\mathrm{ULS}} = \tfrac{1}{4}(1 - 0{,}7a/L_{\mathrm{strut}})F_{\mathrm{ULS}} \approx 994{,}8 \text{ kN}$$
$$T_{\mathrm{b,cr}} = 0{,}7 b_{\mathrm{ef}} l_{\mathrm{b}} f'_{\mathrm{ct}} \approx 994{,}5 \text{ kN}$$

Do T_{ULS} (994,8 kN) $> 0{,}5T_{\mathrm{b,cr}}$ (497,25 kN) → cần cốt thép; diện tích cốt thép yêu cầu tính theo công thức (11):

$$A_{si,\mathrm{ULS}} = T_{\mathrm{ULS}}/(\varphi_{\mathrm{st}} f_{\mathrm{sy}} \sin\gamma_i) \approx 2487{,}0 \text{ mm}^2/\text{phương}$$

- Bước 3 (SLS): Lực nứt tách T_{SLS} tính theo công thức (2) với $F = F_{\mathrm{SLS}}$:

$$T_{\mathrm{SLS}} = \tfrac{1}{4}(1 - 0{,}7a/L_{\mathrm{strut}})F_{\mathrm{SLS}} \approx 746{,}1 \text{ kN}$$

Do Bước 2 đã yêu cầu cốt thép nên phải thoả mãn đồng thời điều kiện SLS; theo công thức (12), diện tích cốt thép ở SLS được tính với $\max(T_{\mathrm{SLS}}; T_{\mathrm{b,cr}}) = T_{\mathrm{b,cr}} = 994{,}5$ kN:

$$A_{si,\mathrm{SLS}} = \max(T_{\mathrm{SLS}}; T_{\mathrm{b,cr}})/(f_{si} \sin\gamma_i) = 3978{,}0 \text{ mm}^2/\text{phương}$$

- Diện tích cốt thép thiết kế: $A_{si} = \max(A_{si,\mathrm{ULS}}; A_{si,\mathrm{SLS}}) = 3978{,}0$ mm^2/phương. Chọn 10 đai kín Φ16 hai nhánh ($A_{\mathrm{s}} = 402$ mm^2/đai), khoảng cách $s_{\mathrm{st}} = 60$ mm $\leq \min(200 \text{ mm}; b_{\mathrm{ef}}/4 = 290 \text{ mm})$ trong phạm vi $l_{\mathrm{b}} = 575$ mm (tổng chiều dài bố trí 540 mm, đối xứng quanh giữa dải): $A_{\mathrm{s,bố\ trí}} = 4020$ mm^2 $> 3978{,}0$ mm^2 (đạt). Mặt cắt bố trí thép minh họa trên Hình 7(b).

c. Trường hợp B: $N_{\mathrm{ULS}} = 4000$ kN, $N_{\mathrm{SLS}} = 3000$ kN

- Bước 1: $F_{\mathrm{ULS}} = N_{\mathrm{ULS}} = 4000$ kN; $F_{\mathrm{SLS}} = N_{\mathrm{SLS}} = 3000$ kN.

- Bước 2: $T_{\mathrm{ULS}} = \tfrac{1}{4}(1 - 0{,}7a/L_{\mathrm{strut}})F_{\mathrm{ULS}} \approx 452{,}2$ kN $< 0{,}5T_{\mathrm{b,cr}} = 497{,}25$ kN → không cần cốt thép.

Kết luận: không cần bố trí cốt thép chống nứt tách.

d. Thảo luận

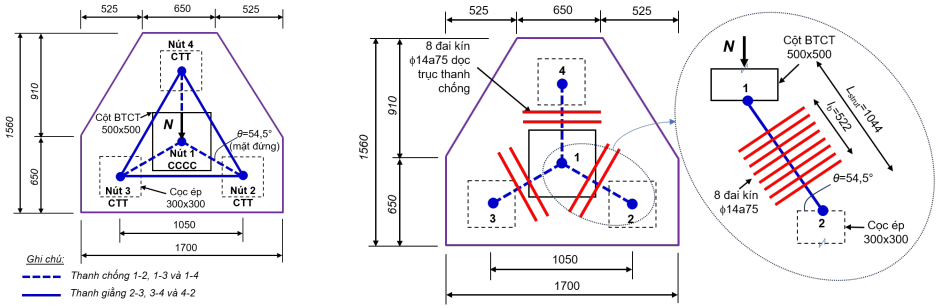
Bản chất lực nứt tách T ở đài cọc xuất phát từ hiện tượng truyền ứng suất nén tập trung từ tiết diện nhỏ (900 × 900 mm) sang khối bê tông lớn hơn (1500 × 1500 mm). Bài toán này tương đồng hoàn toàn với vị trí thu nhỏ tiết diện cột theo chiều cao trong nhà cao tầng khi lực dọc truyền từ đoạn cột trên xuống đoạn cột dưới lớn hơn.

Trong thực tế, khi bước giật tiết diện nhỏ, lực T thường được gánh chịu bởi hệ đai cột sẵn có tại vùng nối chồng cốt thép cột. Tuy nhiên, với các cột chịu tải lớn hoặc thu nhỏ tiết diện đột ngột, việc tính toán theo mô hình giàn ảo như Ví dụ 5.1 là rất cần thiết để chủ động kiểm tra và kiểm soát nứt tách.

5.2. Ví dụ 2 – Đài ba cọc

a. Số liệu đầu vào và mô hình giàn ảo (Hình 8(a))

Đài tam giác vát góc nội tiếp, kích thước hình bao 1700 × 1560 mm, cao $H = 900$ mm. Cột vuông 500 × 500 mm ($a = 500$ mm; $A_{\mathrm{col}} = 250\,000$ mm^2); 3 cọc ép vuông 350 × 350 mm bố trí theo tam giác đều, khoảng cách tim cọc $s = 1050$ mm (Hình 8).



(a) Sơ đồ giàn ảo ba chiều (b) Bố trí thép chống nút theo lý thuyết

Hình 8. Sơ đồ giàn ảo và bố trí cốt thép chống nứt tách cho đài ba cọc

Mô hình giàn ảo với ba thanh chống: hình chiếu bằng của thanh chống $r = s/\sqrt{3} \approx 606{,}2$ mm; hình chiếu đứng $v = 850$ mm; chiều dài thanh chống $L_{\text{strut}} = \sqrt{r^2 + v^2} \approx 1044$ mm; góc nghiêng $\theta = \arctan(v/r) \approx 54{,}5°$. Do bề rộng đài 1560 mm $> L_{\text{strut}}/2 = 522$ mm, đây là trường hợp gián đoạn toàn phần theo cả ba phương thanh chống; ba thanh chống cách nhau 120° nên $a_{\text{strut}} = a/\sqrt{3} \approx 288{,}7$ mm; $b_{\text{ef}} = 0{,}5L_{\text{strut}} + 0{,}65a_{\text{strut}} \approx 709{,}7$ mm; $l_{\text{b}} \approx 522$ mm.

b. Trường hợp A (TH A): $N_{\text{ULS}} = 5000$ kN, $N_{\text{SLS}} = 3750$ kN

Ứng suất nén cột: $\sigma_{\text{b}} = N_{\text{ULS}}/A_{\text{col}} = 20{,}0$ MPa ≤ giới hạn $\sigma_{\text{Rd,max}} \approx 20{,}1$ MPa của nút CCC theo EN 1992-1-1.

- Bước 1: Với $\sin\theta = v/L_{\text{strut}} = 0{,}8142$, lực tác dụng trên thanh chống theo công thức (9) ở các trạng thái lần lượt là $F_{\text{ULS}} = N_{\text{ULS}}/(n\sin\theta) \approx 2047{,}0$ kN; $F_{\text{SLS}} = N_{\text{SLS}}/(n\sin\theta) \approx 1535{,}3$ kN.

- Bước 2 (ULS): Lực nứt tách xác định theo công thức (2):

$$T_{\text{ULS}} = \tfrac{1}{4}(1 - 0{,}7a_{\text{strut}}/L_{\text{strut}})F_{\text{ULS}} \approx 412{,}7 \text{ kN}$$

Sức kháng nứt tách của bê tông theo công thức (6): $T_{\text{b,cr}} = 0{,}7b_{\text{ef}}l_{\text{b}}f'_{\text{ct}} \approx 552{,}4$ kN $\rightarrow 0{,}5T_{\text{b,cr}} \approx 276{,}2$ kN.

Do T_{ULS} (412,7 kN) $> 0{,}5T_{\text{b,cr}}$ (276,2 kN) → cần cốt thép; diện tích cốt thép yêu cầu tính theo công thức (11): $A_{si,\text{ULS}} = T_{\text{ULS}}/(\varphi_{\text{st}}f_{\text{sy}}\sin\gamma_i) \approx 1031{,}8$ mm^2/thanh chống.

- Bước 3 (SLS): Lực nứt tách xác định theo công thức (2) với $F = F_{\text{SLS}}$:

$$T_{\text{SLS}} = \tfrac{1}{4}(1 - 0{,}7a_{\text{strut}}/L_{\text{strut}})F_{\text{SLS}} \approx 309{,}5 \text{ kN}$$

Do Bước 2 đã yêu cầu cốt thép nên phải thoả mãn đồng thời điều kiện SLS; diện tích cốt thép yêu cầu tính theo công thức (12): $A_{si,\text{SLS}} = \max(T_{\text{SLS}}; T_{\text{b,cr}})/(f_{si}\sin\gamma_i) \approx 2209{,}4$ mm^2/thanh chống, lớn hơn $A_{si,\text{ULS}}$ → điều kiện SLS khống chế.

Diện tích cốt thép thiết kế: $A_{si} = \max(A_{si,\text{ULS}}; A_{si,\text{SLS}}) \approx 2209{,}4$ mm^2/thanh chống. Chọn 8 đai kín Φ14 hai nhánh (308 mm^2/đai): $A_{\text{s,bố trí}} = 2464$ mm^2 $> 2209{,}4$ mm^2 (đạt), bố trí đồng đều ($s_{\text{st}} = 70$ mm ≤ min(200 mm; $b_{\text{ef}}/4 = 177$ mm), tổng chiều dài bố trí 490 mm ≤ $l_{\text{b}} = 522$ mm) cho cả 3 nhánh thanh chống đối xứng.

c. Trường hợp B: $N_{\text{ULS}} = 3200$ kN, $N_{\text{SLS}} = 2400$ kN

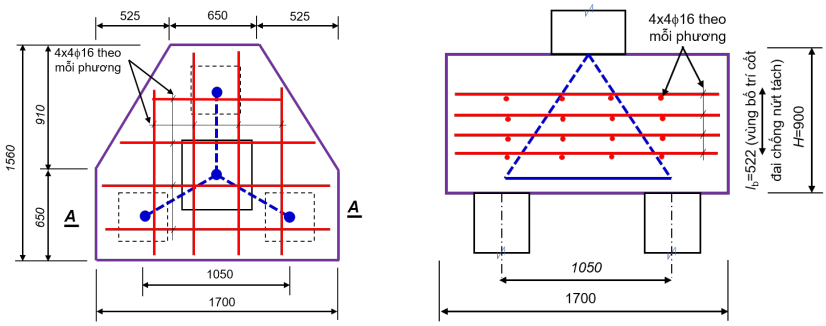
- Bước 1: $F_{\text{ULS}} = N_{\text{ULS}}/(n\sin\theta) \approx 1310{,}2$ kN; $F_{\text{SLS}} = N_{\text{SLS}}/(n\sin\theta) \approx 982{,}6$ kN.

- Bước 2 (ULS): $T_{\text{ULS}} = \tfrac{1}{4}(1 - 0{,}7a_{\text{strut}}/L_{\text{strut}})F_{\text{ULS}} \approx 264{,}1$ kN $< 0{,}5T_{\text{b,cr}} = 276{,}2$ kN → không cần cốt thép.

Kết luận: không cần bố trí cốt thép chống nứt tách.

d. Đề xuất bố trí thực hành (Hình 9)

Khác với đài một cọc, đài ba cọc có thanh chống trong không gian: đặt đai kín vuông góc từng thanh chống (Hình 8(b)) đúng bản chất lực học nhưng ba hướng đai chồng chéo quanh nút cột, khó thi công. Theo phương án thực hành tại Mục 4.4a(ii): $A_{si,\text{ngang}} = A_{si}/\sin\theta \approx 2713{,}4$ mm^2/phương. Chọn 16 thanh Φ16 mỗi phương ($A_s = 3217$ mm^2, đạt), bố trí 4 lớp × 4 thanh, khoảng cách lớp 174 mm ≤ min(200 mm; $b_{ef}/4 = 177$ mm), khoảng cách từ tim lớp đầu đến tim lớp cuối là 522 mm phủ đúng dải l_b, tức từ $0{,}15L_{strut} \approx 157$ mm đến $0{,}65L_{strut} \approx 679$ mm kể từ mặt dưới cột (Hình 9).



(a) Mặt bằng (b) Mặt cắt A-A

Hình 9. Đề xuất bố trí cốt thép chống nứt tách thực hành (lưới thép ngang hai phương) cho đài ba cọc (Ví dụ 2, TH A)

5.3. Mở rộng nguyên lý cho đài hai cọc, bốn cọc và nhiều cọc

Mục này là phần mở rộng mang tính minh họa, không có vai trò tương đương hai ví dụ chính tại Mục 5.1 và 5.2. Với đài hai, bốn cọc hay nhiều cọc hơn, trình tự tại Mục 4 giữ nguyên; chỉ cần xác định lại F, θ và a_{strut}.

a. Lực thanh chống và bề rộng gia tải quy đổi.

Theo công thức (9): $F = N/(n\sin\theta)$, với $\theta = \arctan(v/r)$ và $r = s/2$, $s/\sqrt{3}$, $s/\sqrt{2}$ cho đài hai, ba, bốn cọc (s là khoảng cách tim cọc); khi n tăng, F giảm nhưng θ cũng giảm nên ảnh hưởng của số cọc không đơn điệu. Bề rộng gia tải quy đổi lấy $a_{strut} = a/\sqrt{n}$ (đài hai cọc: $a/2$ trong mặt phẳng hai thanh chống, giữ nguyên a theo phương vuông góc), với a lấy ở đầu khống chế của thanh chống (thường là đầu cột; lấy kích thước đầu cọc nếu nhỏ hơn). Đây là quy tắc gần đúng do bài báo đề xuất, không phải hệ quả trực tiếp của mô hình giàn ảo: diện tích chân cột a^2 được chia đều cho n thanh chống, phù hợp giả thiết nút thuỷ tĩnh của nút CCC [14, 16]. Quy tắc chỉ áp dụng khi tải trọng đúng tâm, cọc bố trí đối xứng với phản lực bằng nhau và các thanh chống tương đương; ngoài phạm vi này, lực thanh chống xác định riêng cho từng cọc theo công thức (9a)–(9b).

Kiểm tra độ nhạy (Ví dụ 2, TH A): với $a_{strut} = a/3$, $a/2$, $a/\sqrt{3}$ và a, tỷ số $T_{ULS}/(0{,}5T_{b,cr})$ lần lượt bằng 1,85; 1,60; 1,49 và 1,03 – kết luận cần cốt thép không đổi – và diện tích cốt thép yêu cầu thay đổi từ −11% đến +19% so với phương án $a/\sqrt{3}$ (1962 đến 2637 mm^2/thanh chống). Kết quả chỉ nhạy vừa phải với giả thiết này, song khi T_{ULS} xấp xỉ $0{,}5T_{b,cr}$ thì kết luận sàng lọc có thể phụ thuộc vào cách lấy a_{strut}.

b. Kiểm tra theo từng phương.

Với đài bốn cọc trở lên, Bước 2 và Bước 3 được lặp lại cho từng phương trực giao (mức độ gián đoạn và b_{ef} có thể khác nhau) và lấy kết quả bất lợi hơn. Khi vùng nứt tách của các thanh chống lân cận chồng lấn đáng kể (sát nút cột), không cộng trực tiếp diện tích thép của từng thanh chống mà kiểm tra lưới thép chung theo hợp lực nứt tách.

c. Chiều cao đài.

Điều kiện $\theta \geq 45^\circ$ tương đương $H \gtrsim 0{,}5s$ (hai cọc), $0{,}58s$ (ba cọc) và $0{,}71s$ (bốn cọc) – cao hơn đáng kể quy tắc cấu tạo tối thiểu $H \geq 0{,}4s$ thường dùng, vốn chỉ là yêu cầu tối thiểu về chọc thủng và độ cứng.

5.4. Thảo luận: ảnh hưởng của góc nghiêng thanh chống (ví dụ đài bốn cọc)

Xét một ví dụ thảo luận (không phải ví dụ thiết kế chính): đài bốn cọc, cột 900×900 mm ($a_{\text{strut}} = a/2 = 450$ mm), $s = 2400$ mm, $N_{\text{ULS}} = 15000$ kN, $N_{\text{SLS}} = 11250$ kN, vật liệu như Mục 5, với hai chiều cao đài $H = 1800$ mm và 900 mm ($v = H - 50$ mm).

Với $H = 1800$ mm: $\theta = 45{,}9^\circ$, $L_{\text{strut}} = 2437{,}7$ mm, $F_{\text{ULS}} = 5223{,}7$ kN, $b_{\text{ef}} = 1511{,}4$ mm, $T_{\text{ULS}} \approx 1137{,}2$ kN $< 0{,}5T_{\text{b,cr}} = 1373{,}3$ kN $\rightarrow$ không cần cốt thép chống nứt tách. Với $H = 900$ mm: $\theta = 26{,}6^\circ$, $L_{\text{strut}} = 1898{,}0$ mm, $F_{\text{ULS}} = 8373{,}6$ kN, $b_{\text{ef}} = 1241{,}5$ mm, $T_{\text{ULS}} \approx 1746{,}0$ kN $> 0{,}5T_{\text{b,cr}} = 878{,}4$ kN; điều kiện SLS khống chế với $A_{si} = \max(T_{\text{SLS}}; T_{\text{b,cr}})/f_{si} = 7027$ mm^2/thanh chống, quy đổi ra lưới ngang $A_{si,\text{ngang}} = A_{si}/\sin\theta \approx 15\,691$ mm^2/phương ($\approx 50\Phi20$ mỗi phương) – lượng thép rất lớn và khó khả thi về mặt cấu tạo.

Khi chiều cao đài giảm một nửa, góc θ giảm từ $45{,}9^\circ$ xuống $26{,}6^\circ$: lực dọc thanh chống tăng khoảng 60% và lực nứt tách tăng khoảng 54%, trong khi khả năng chịu nứt tách $T_{\text{b,cr}}$ giảm khoảng 36% do L_{strut} và b_{ef} giảm; tỷ số $T_{\text{ULS}}/(0{,}5T_{\text{b,cr}})$ tăng từ 0,83 lên 1,99, và diện tích lưới ngang còn tăng thêm theo $1/\sin\theta$. Như vậy, khi góc thanh chống quá nhỏ, lực dọc thanh chống và lực nứt tách tăng nhanh; do đó, điều chỉnh hình học đài để cải thiện góc thanh chống (giữ θ trong khoảng 45°–60°) có thể hiệu quả hơn việc tăng cốt thép chống nứt tách.

5.5. Cơ sở thực nghiệm và giới hạn kiểm chứng

Các thành phần của quy trình kế thừa cơ sở lý thuyết và thực nghiệm của các tiêu chuẩn gốc: công thức lực nứt tách của EN 1992-1-1 dựa trên lời giải đàn hồi kinh điển và thí nghiệm vùng neo [1, 20]; ngưỡng $T_{\text{b,cr}}$ và các điều kiện cốt thép của AS 3600 dựa trên cơ sở thực nghiệm của tiêu chuẩn Úc [2, 28]; các thí nghiệm đài cọc [24–26] cung cấp bằng chứng thực nghiệm về sự hình thành và phát triển nứt tách dọc thanh chống, song với hình học và tải trọng khác và không kiểm chứng trực tiếp giá trị lực nứt tách theo quy trình đề xuất. Toàn bộ phép tính trong các ví dụ đã được lập trình lại độc lập để kiểm tra, nhưng bản thân quy trình chưa được kiểm chứng thực nghiệm trực tiếp; việc này – thí nghiệm đài cọc chịu tải lớn với trường biến dạng và vết nứt được theo dõi bằng kỹ thuật tương quan ảnh số (DIC), vốn đã cho thấy hiệu quả với kết cấu BTCT lắp ghép [29, 30], kết hợp mô phỏng phần tử hữu hạn phi tuyến ba chiều – sẽ được thực hiện trong các nghiên cứu tiếp theo.

6. Kết luận

Bài báo đã hệ thống hoá cơ sở vùng D – mô hình giàn ảo cho đài móng cọc, đối chiếu quy định về cốt thép chống nứt tách của AS 3600, EN 1992-1-1 và ACI 318, đề xuất quy trình thiết kế ba bước kèm quy tắc cấu tạo và minh họa qua các ví dụ tính toán. Những kết luận chính như sau:

(1) Nứt tách lòng (bursting) là một cơ chế nứt cục bộ cần được xem xét riêng trong vùng D của đài cọc, bên cạnh các kiểm tra về uốn, cắt và chọc thủng, và cần phân biệt với tách vỡ bề mặt (spalling). Trong ba tiêu chuẩn khảo sát, chỉ AS 3600 có ngưỡng sàng lọc tường minh $T_{\text{ULS}} \leq 0{,}5T_{\text{b,cr}}$, còn EN 1992-1-1 cho công thức bề rộng hữu hiệu b_{ef} rõ ràng nhất; quy trình đề xuất kết hợp hai ưu điểm này kèm kiểm tra ở trạng thái giới hạn sử dụng.

(2) Trong các trường hợp minh họa, đài ít cọc chịu tải lớn cho lực nứt tách và tỷ số $T/(0{,}5T_{\text{b,cr}})$ lớn hơn: lực nứt tách vượt ngưỡng $0{,}5T_{\text{b,cr}}$ từ khoảng 49% (đài ba cọc) đến 100% (đài một cọc). Ở ví dụ thảo luận đài bốn cọc (Mục 5.4), khi giảm một nửa chiều cao đài, lực nứt tách chuyển từ dưới ngưỡng (0,83) lên vượt ngưỡng khoảng 99%. Trong phạm vi các giả thiết của quy trình và khi

$N_{ULS}/N_{SLS} < 1{,}6$, điều kiện SLS – với yêu cầu cốt thép chịu được $\max(T_{SLS}; T_{b,cr})$ theo AS 3600 – có xu hướng khống chế diện tích cốt thép; điều này đúng với cả hai ví dụ có yêu cầu cốt thép.

(3) Góc nghiêng thanh chống θ là tham số hình học quan trọng: θ càng nhỏ thì lực dọc thanh chống và lực nứt tách càng lớn (Mục 5.4), và diện tích lưới thép ngang quy đổi tăng theo $1/\sin\theta$. Điều kiện $\theta \geq 45^\circ$ đòi hỏi $H \gtrsim 0{,}5s$, $0{,}58s$ và $0{,}71s$ lần lượt cho đài hai, ba và bốn cọc – cao hơn quy tắc cấu tạo tối thiểu $H \geq 0{,}4s$; cốt thép tập trung trong dải $l_b = 0{,}5L_{strut}$, từ $0{,}15L_{strut}$ đến $0{,}65L_{strut}$.

(4) Kiến nghị bổ sung cho các lần soát xét tới của TCVN 10304: công thức xác định lực nứt tách và bề rộng hữu hiệu b_{ef}; ngưỡng cho phép bỏ qua cốt thép chống nứt tách; và quy định cấu tạo về vị trí, phạm vi và khoảng cách của cốt thép chống nứt tách.

Lời cảm ơn

Nhóm tác giả xin cảm ơn sự hỗ trợ của Trường Đại học Xây dựng Hà Nội thông qua đề tài nghiên cứu khoa học sinh viên năm 2026 mã số XD-2026-25.

Tuyên bố về việc sử dụng trí tuệ nhân tạo tạo sinh và các công nghệ hỗ trợ bởi AI

Trong quá trình chuẩn bị bản thảo, các tác giả đã sử dụng ChatGPT để cải thiện ngôn ngữ hoặc khả năng diễn đạt của bản thảo. Các tác giả đã kiểm tra và chỉnh sửa nội dung và chịu hoàn toàn trách nhiệm về tính chính xác, tính nguyên bản và tính toàn vẹn của bài báo.

Tài liệu tham khảo

[1] Guyon, Y. (1953). *Prestressed concrete*. Contractor's Record, London, UK.
[2] AS 3600-2009. *Concrete structures*. Standards Australia, Sydney, Australia.
[3] EN 1992-1-1:2004. *Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization, Brussels, Belgium.
[4] ACI 318-25. *Building code requirements for structural concrete and commentary*. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA.
[5] TCVN 10304:2025. *Móng cọc – Tiêu chuẩn thiết kế (Điều 7.1.5.1)*. Bộ Khoa học và Công nghệ / Bộ Xây dựng, Hà Nội, Việt Nam.
[6] TCVN 5574:2018. *Thiết kế kết cấu bê tông và bê tông cốt thép*. Bộ Xây dựng, Hà Nội, Việt Nam.
[7] Liu, T.-Y., Lee, C.-A., Wang, C.-P., Ho, S.-P., Tzou, H.-K. (2026). Verification of large-diameter bored pile performance using full-scale static loading tests: A case study of the Anhsin bridge foundation of the Taipei MRT. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE) - HUCE*, 20(1):1–9.
[8] Nhung, T. H., Công, N. T. (2022). Phân tích phương pháp thiết kế đài móng cọc bê tông cốt thép theo mô hình giàn ảo phẳng, mô hình giàn ảo không gian và mô hình dầm công xôn cho bài toán lý thuyết và thực tế. *Tạp chí Công Thương – Các kết quả nghiên cứu khoa học và ứng dụng công nghệ*, 1(3):1–6.
[9] Tuấn, N. H. A., Hằng, N. T. T. (2022). Mở rộng mô hình giàn ảo cho đài cọc bê tông cốt thép chịu tải trọng lệch tâm và có cọc chịu kéo. *Tạp chí Vật liệu & Xây dựng - Bộ Xây dựng*, 12(01):83–88.
[10] Dũng, N. Q., Phương, N. C. (2020). Nghiên cứu nguyên nhân của vết nứt thẳng đứng xuất hiện trên các trụ cầu bê tông cốt thép dạng rẻ quạt. *Journal of Science and Technology - IUH*, 43(01).
[11] Hiếu, N. T., Hưng, Đ. V., Tuấn, N. A. (2023). Nghiên cứu thực nghiệm ứng xử cắt của dầm bê tông cốt thép có lỗ mở hình tròn và hình chữ nhật trong nhịp chịu cắt. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (TCKHCNXD) - ĐHXDHN*, 17(4V):91–99.
[12] Vinh, B. Đ., Phương, L. N., Vinh, C. T. H., Nhân, L. V. P., Hải, N. T. (2022). Mô phỏng ứng xử cục bộ tại vị trí góc khấc của dầm super-T trong giai đoạn sản xuất. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (TCKHCNXD) - ĐHXDHN*, 16(3V):100–115.
[13] Do-Dai, T., Tran, D. T., Nguyen-Minh, L. (2021). Effect of fiber amount and stirrup ratio on shear resistance of steel fiber reinforced concrete deep beams. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE) - HUCE*, 15(2):1–13.
[14] Schlaich, J., Schäfer, K., Jennewein, M. (1987). Toward a consistent design of structural concrete. *PCI Journal*, 32(3):74–150.

[15] fib – International Federation for Structural Concrete (2013). *fib Model Code for concrete structures 2010*. Ernst & Sohn, Berlin, Germany.

[16] Warner, R. F., Foster, S. J., Kilpatrick, A. E. (2010). *Reinforced concrete basics: Analysis and design of reinforced concrete structures*. 2nd edition, Pearson Australia, Sydney, Australia.

[17] Nanyang Technological University, Tài liệu nội bộ (2020). *Bài giảng thiết kế kết cấu bê tông theo mô hình Strut-and-Tie theo EN 1992-1-1*. NTU, Singapore.

[18] Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng – IBST (2023). *Tài liệu hướng dẫn áp dụng TCVN 10304 và các tiêu chuẩn liên quan trong thiết kế móng cọc*. IBST, Hà Nội, Việt Nam.

[19] Robinson, B., Tawfiq, K. S., Yazdani, N. (2009). Using steel fiber reinforced concrete in post-tensioned anchorage zones. *Structures Congress 2009*, Austin, Texas, USA, ASCE, 1–10.

[20] Narayanan, R. S., Beeby, A. W. (2005). *Designers' guide to EN 1992-1-1 and EN 1992-1-2 – Eurocode 2: Design of concrete structures*. Thomas Telford Publishing, London, UK.

[21] British Standards Institution. *BSI Committee paper B525/2 11 0034 (Private)*. BSI, London, UK.

[22] Goodchild, C. H., Morrison, J., Vollum, R. L. (2014). *Strut-and-tie models: How to design concrete members using strut-and-tie models in accordance with Eurocode 2*. MPA The Concrete Centre, Camberley, UK. CCIP-057. ISBN 978-1-908257-08-6.

[23] Brown, M. D., Bayrak, O. (2008). Design of deep beams using strut-and-tie models – Part II: Design recommendations. *ACI Structural Journal*, 105(4):405–413.

[24] Blévot, J., Frémy, R. (1967). Semelles sur pieux. *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*, 20(230):223–295.

[25] Adebar, P., Kuchma, D., Collins, M. P. (1990). Strut-and-tie models for the design of pile caps: An experimental study. *ACI Structural Journal*, 87(1):81–92.

[26] Adebar, P., Zhou, L. (1996). Design of deep pile caps by strut-and-tie models. *ACI Structural Journal*, 93 (4):437–448.

[27] ACI 318-11. *Building code requirements for structural concrete and commentary*. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA.

[28] Concrete Institute of Australia (2008). *Notes on structures – Struts and ties: Anchorage of reinforcement over supports and strut strength*. Concrete Institute of Australia, Sydney, Australia.

[29] Hùng, N. V., Huy, N. Q., Chương, V. T. (2026). Phân tích trường biến dạng và chuyển vị, cùng sự phát triển vết nứt trong kết cấu bê tông cốt thép lắp ghép bằng kỹ thuật tương quan ảnh số. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (TCKHCNXD) - ĐHXDHN*, 20(1V):82–95.

[30] Nguyen, V. H., Tran, M. H., Tan, K. H. (2024). Enhancing crack detection and progressive collapse assessment of earthquake-damaged precast concrete joints using digital image correlation. *International Conference on Engineering Structures (ICES 2024)*, Springer Nature Singapore, 876–885.