Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, ĐHXDHN, 2026, 20 (4V): 113–123

PHÂN TÍCH BIẾN DẠNG CỤC BỘ TRONG ĐỊA VẬT LIỆU SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ RỜI RẠC

Nguyễn Trung Kiên[a], Vũ Anh Tuấn[a,*], Võ Thành Trung[b], Nguyễn Đức Anh[c]

[a]*Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, 55 Giải Phóng, phường Bạch Mai, Hà Nội, Việt Nam*
[b]*Khoa Xây dựng, Trường Đại học Kiến trúc Đà Nẵng, 566 Núi Thành, phường Hòa Cường, Đà Nẵng, Việt Nam*
[c]*Công ty Cổ phần Investcorp Kiến Tạo, Tòa nhà Investcorp, Lô A15–16, Khu Đấu giá quyền sử dụng đất Vạn Phúc, phường Hà Đông, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 07/8/2026, Sửa xong 14/9/2026, Chấp nhận đăng 14/9/2026

Tóm tắt

Biến dạng cục bộ là cơ chế chi phối sức kháng và sự phá hoại của địa vật liệu. Khi biến dạng cục bộ xảy ra dưới dạng hình thành các dải trượt, biến dạng không còn phân bố đồng đều mà tập trung trong một vùng hẹp có cấu trúc rỗng, mức độ liên kết và động học rất khác biệt rõ rệt so với phần vật liệu còn lại. Nghiên cứu này sử dụng phương pháp phần tử rời rạc để phân tích đồng thời ứng xử vĩ mô và các cơ chế vi mô trong mẫu địa vật liệu chịu nén hai trục. Mẫu được nén đẳng hướng trước khi tiến hành nén hai trục với áp lực hông không đổi, trong điều kiện tựa tĩnh. Mô hình tiếp xúc xét đến tương tác pháp tuyến, ma sát tiếp tuyến và sức kháng lăn. Kết quả mô phỏng tái hiện tốt độ cứng trước đỉnh, giá trị và vị trí ứng suất đỉnh của thí nghiệm tham chiếu cũng như giai đoạn mềm hóa sau đỉnh. Trường cường độ biến dạng cắt cho thấy dải trượt bắt đầu nhận diện rõ ở khoảng 3% biến dạng dọc trục (ứng với đỉnh ứng suất) và tiếp tục phát triển cho đến khi thí nghiệm kết thúc. Sự phát triển của dải trượt đi kèm với gia tăng góc xoay của hạt và hệ số rỗng, đồng thời mức độ tương tác giảm đáng kể bên trong dải trượt.

Từ khoá: phương pháp phần tử rời rạc; địa vật liệu; biến dạng cục bộ; dải trượt; góc xoay của hạt; hệ số rỗng; mức độ tương tác.

ANALYSIS OF STRAIN LOCALIZATION IN GEOMATERIAL BY A DISCRETE ELEMENT MODEL

Abstract

Strain localization is a key mechanism governing the strength and failure of geomaterials. When localization develops in the form of shear bands, deformation is no longer uniformly distributed throughout the specimen but becomes concentrated within narrow zones whose void structure, contact connectivity, and particle kinematics differ markedly from those of the surrounding material. This study employs the discrete element method (DEM) to investigate both the macroscopic response and the underlying micromechanical mechanisms of a geomaterial specimen subjected to biaxial compression. The specimen is first isotropically compressed and is subsequently loaded biaxially under constant lateral pressure while maintaining quasi-static conditions. The contact model accounts for normal interaction, tangential friction, and rolling resistance. The numerical results reproduce correctly the pre-peak stiffness, the magnitude and corresponding strain of the peak stress observed in the reference experiment, as well as the subsequent post-peak softening response. The shear-strain-intensity field indicates that a distinct shear band becomes identifiable at approximately 3% axial strain, close to the peak stress state, and continues to develop until the end of the test. The evolution of the shear band is accompanied by increased particle rotation and void ratio, together with a pronounced reduction in contact connectivity within the localized zone.

Keywords: discrete element method; granular geomaterial; strain localization; shear band; particle rotation; void ratio; coordination number.

https://doi.org/10.31814/stce.huce2026-20(4V)-09 © 2026 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Địa vật liệu đất, đá, bê tông… có ứng xử tổng thể (vĩ mô – macro) bắt nguồn từ ứng xử ở tỷ lệ nhỏ hơn (vi mô) bao gồm chuyển động tương đối và tương tác tiếp xúc giữa các hạt. Trong giai đoạn

*Tác giả đại diện. *Địa chỉ e-mail:* tuanva@huce.edu.vn (Tuấn, V. A.)

đầu của quá trình làm việc chịu tải trọng, phân bố biến dạng có thể được xem gần như đồng nhất. Tuy nhiên, khi trạng thái ứng suất tiến gần sức kháng tối đa, trường biến dạng thường mất tính đồng nhất và tập trung vào một hoặc một số vùng hẹp. Hiện tượng này được gọi là biến dạng cục bộ (strain localization), còn vùng tập trung biến dạng cắt thường được gọi là dải trượt (shear band – SB). Dải trượt có ý nghĩa đặc biệt trong xây dựng, địa kỹ thuật vì sức kháng và khả năng biến dạng của kết cấu, mái dốc hoặc vùng tiếp tương tác với kết cấu thường bị chi phối bởi ứng xử vật liệu bên trong khu vực chịu biến dạng cục bộ thay vì giá trị trung bình của toàn miền.

Các nghiên cứu thực nghiệm về biến dạng cục bộ trong địa vật liệu cho thấy quá trình phát triển biến dạng cục bộ thành các dải trượt hình thành theo giai đoạn. Bắt đầu từ sự xuất hiện sự không đồng nhất, đến dấu vết xuất hiện tạm thời, các giai đoạn trung gian và cuối cùng là các dải trượt rõ ràng, phân tách mẫu địa vật liệu thành các phần với ứng xử hoàn toàn khác biệt [1–3]. Ở cấp độ vi mô (micro), dải trượt không đơn thuần là vùng có biến dạng cắt lớn mà còn đặc trưng bởi sự thay đổi các đặc trưng như cấu trúc rỗng, động học các phần tử, mạng lưới tương tác tiếp xúc... Trong vùng này, do xu hướng hình thành cấu trúc rỗng, mạng lưới lực tương tác bị tái định hướng làm suy yếu cơ chế truyền lực, nguyên nhân chính dẫn đến giai đoạn mềm hóa sau đỉnh của địa vật liệu. Đồng thời nó còn liên quan đến việc sắp xếp lại các hạt, chuyển động tương đối thay vì một hiện tượng vi mô đơn thuần [4, 5].

Có nhiều cách tiếp cận khác nhau khi mô phỏng ứng xử của địa vật liệu có xét đến biến dạng cục bộ. Cách tiếp cận thông qua các phương pháp liên tục gặp khó khăn trong việc mô tả ứng xử rời rạc, không liên tục, không phản ánh được các cơ chế chi phối do tỷ lệ vi mô (xét đến tương tác của các phần tử) mang lại. Trong khi đó phương pháp phần tử rời rạc (Discrete Element Method – DEM) [6, 7] cho phép mô phỏng ứng xử của địa vật liệu như là kết quả của quá trình vận động và tương tác giữa các phần tử. Khác với mô hình liên tục cổ điển, DEM có thể tái hiện ứng xử, sự hình thành dải trượt một cách tự nhiên, kể đến ứng xử không liên tục và rời rạc của các hạt cốt liệu. Không những vậy, phương pháp này còn cho phép truy xuất, nghiên cứu biến thiên của nhiều đại lượng khó quan sát trong phòng thí nghiệm như liên kết, tương tác giữa các hạt, mức độ tương tác (tỷ số giữa tổng số liên kết trên số hạt trong mẫu), hay hệ số rỗng. Các nghiên cứu gần đây đã chứng minh hiệu quả của các mô hình DEM trong dự báo ứng xử khi phá hoại của địa vật liệu, liên kết được sự phát triển của chuỗi lực (force chains) và hình dạng hạt đến cơ chế phá hoại [8, 9].

Mặc dù nhiều nghiên cứu DEM đã tái hiện được đường cong ứng suất-biến dạng và hình thái dải trượt, việc liên hệ định lượng giữa suy giảm sức kháng vĩ mô với sự biến đổi đồng thời của trường biến dạng, góc xoay hạt, hệ số rỗng và mức độ tương tác vẫn cần được làm rõ. Mỗi chỉ tiêu riêng lẻ chỉ phản ánh một khía cạnh của quá trình ứng xử cục bộ. Sự kết hợp các đại lượng này có thể cung cấp mô tả đầy đủ hơn về quá trình mất ổn định và tái cấu trúc vi mô của địa vật liệu. Trên cơ sở đó, nghiên cứu này xây dựng mô hình DEM hai chiều cho mẫu địa vật liệu hạt không dính kết chịu nén hai trục. Mô hình được kiểm chứng bằng kết quả thí nghiệm trên cát Hostun, sau đó được sử dụng để phân tích đồng thời ứng xử vĩ mô và các cơ chế vi mô. Từ đó, nghiên cứu nhằm làm rõ mối liên hệ giữa sự hình thành dải trượt với sự phát triển của cường độ biến dạng cắt, góc xoay của hạt, hệ số rỗng và mức độ tương tác bên trong và bên ngoài vùng tập trung biến dạng cục bộ.

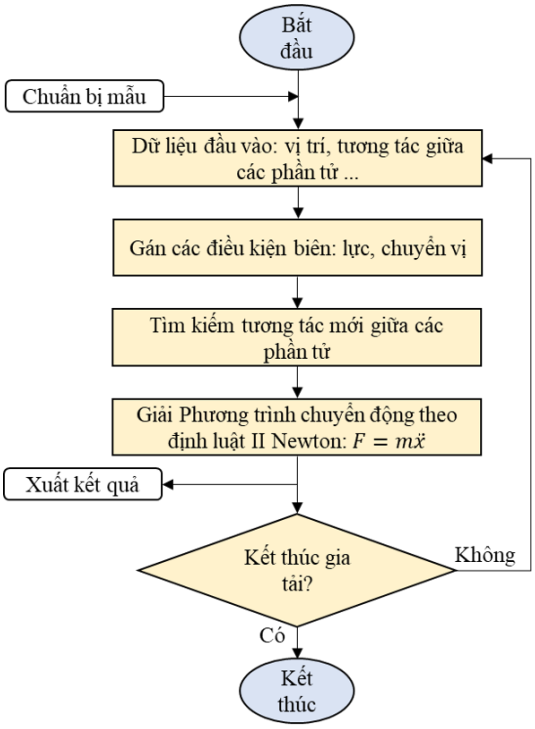
2. Mô hình số

2.1. Nguyên lý tính toán

Trong phân tích sử dụng phương pháp phần tử rời rạc (DEM), vật liệu được biểu diễn bởi tập hợp các hạt rời rạc [10]. Tại mỗi bước thời gian, thuật toán xác định danh sách tiếp xúc, tính lực và mô men tương tác, sau đó tích phân phương trình chuyển động để cập nhật vị trí và góc xoay của từng

hạt. Chu trình này được lặp đến khi đạt biến dạng hoặc thời gian tính toán yêu cầu. Các bước chính khi phân tích bằng phương pháp phần tử rời rạc như sau (Hình 1):

- Bước 1: Chuẩn bị mẫu. Quá trình chuẩn bị mẫu được thực hiện nhằm thu được mẫu vật liệu có các đặc trưng về cơ, lý, hình học… phù hợp nhất với mẫu vật liệu cần mô phỏng hoặc phù hợp mục tiêu nghiên cứu.
- Bước 2: Xác định chính xác danh sách, kích thước các phần tử, vị trí của các phần tử và tương tác giữa chúng tại trạng thái ban đầu sau khi chuẩn bị mẫu.
- Bước 3: Gán các điều kiện biên về lực và chuyển vị theo yêu cầu cần mô phỏng.
- Bước 4: Khi gán các điều kiện biên, các phần tử bắt đầu di chuyển, thay đổi vị trí. Cần xác định tương tác mới giữa các phần tử.
- Bước 5: Giải phương trình chuyển động của cả hệ theo định luật II Newton để tìm vị trí mới của các phần tử.
- Bước 6: Xuất kết quả theo từng bước và kiểm tra điều kiện kết thúc.



Hình 1. Quy trình tính toán theo phương pháp phần tử rời rạc (DEM)

Quá trình chuyển động tịnh tiến và xoay và tương tác giữa các phần tử được xác định theo định luật II Newton:

$$m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = \sum f_{ij} + f_i^{\text{ext}} \tag{1}$$

$$I_i \frac{d^2 \theta_i}{dt^2} = \sum M_{ij} + M_i^{\text{ext}} \tag{2}$$

trong đó m_i và I_i lần lượt là khối lượng và mô men quán tính của hạt i; x_i và θ_i là vị trí tâm và góc xoay của hạt i đang xét; f_{ij} và M_{ij} là lực và mô men do tiếp xúc giữa hạt i với hạt j; f_i^{ext} và M_i^{ext} là các tác động do ngoại lực.

Ứng suất của mẫu (σ_{kl}) được xác định thông qua lực tương tác và các vector nối tâm các hạt có tiếp xúc với nhau:

$$\sigma_{kl} = \frac{1}{V} \sum_{(i,j)\epsilon C} f^{\frac{i}{j}} \otimes r^{ij} \tag{3}$$

với C: tập hợp các tương tác giữa cặp hai phần tử trong mẫu; (i, j): tương tác giữa phần tử i và phần tử j; V: thể tích của mẫu; $f^{\frac{i}{j}}$ và r^{ij} lần lượt là lực tương tác và vec-tơ nối tâm hai phần tử (i, j) có tương tác với nhau.

2.2. Mô hình tương tác giữa các phần tử (hạt)

Mô hình tương tác giữa các phần tử trong nghiên cứu này bao gồm các lực tương tác pháp tuyến, tiếp tuyến và sức kháng lăn khi kể đến bề rộng vùng tương tác. Mô hình này được minh họa trên Hình 2(c).

Khi tương tác, các hạt được giả thiết tồn tại độ cứng hữu hạn, đồng thời cho phép chồng lấn nhỏ tại vị trí tiếp xúc giữa hai hạt, để xác định biến dạng đàn hồi. Lực pháp tuyến (f_n) được tính theo quan hệ tuyến tính:

$$f_n = k_n \delta \tag{4}$$

với δ là độ chồng lấn (overlap) và k_n là độ cứng pháp tuyến. Lực tiếp tuyến (f_t) được cập nhật từ chuyển vị tiếp tuyến tương đối (Δu_t) và bị giới hạn bởi điều kiện ma sát Coulomb:

$$f_t^i = \min\left(f_t^{(i-1)} + k_t \Delta u_t, \mu f_n\right) \tag{5}$$

Nhằm kể đến ảnh hưởng của hình dạng hạt, sức kháng lăn của tương tác được thể hiện thông qua mô hình xét đến mô men kháng lăn:

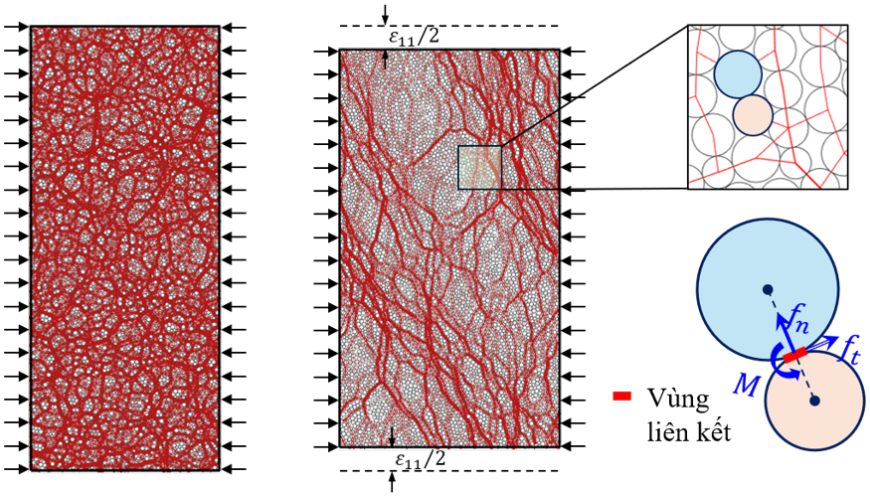
$$M^i = \min\left(M^{(i-1)} + k_r \Delta\theta, \mu_r f_n\right) \tag{6}$$

trong đó k_t là độ cứng tiếp tuyến, μ là hệ số ma sát trượt, k_r và μ_r lần lượt là độ cứng chống xoay và hệ số ma sát lăn của liên kết. $\Delta\theta$ là góc xoay tương đối giữa hai hạt tương tác với nhau trong liên kết. Độ cứng chống xoay và hệ số ma sát lăn được liên hệ với độ cứng pháp tuyến, hệ số ma sát và bề rộng tương tác l theo công thức [11, 12]:

$$k_r = k_n l^2; \quad \mu_r = \mu l \tag{7}$$

2.3. Xây dựng mô hình phần tử rời rạc

Mô hình trong nghiên cứu này được xây dựng nhằm so sánh với kết quả thí nghiệm nén hai trục trên mẫu địa vật liệu rời rạc dạng cát Hostun. Quy trình thực hiện việc chuẩn bị mẫu được mô tả trong [10]. Số phần tử trong mô hình gồm 7200 hạt tròn. Đường kính các hạt tuân theo cấp phối của mẫu thí nghiệm [1, 13]. Thí nghiệm nén hai trục được thực hiện theo hai bước: (1) mẫu được tạo và nén đến trạng thái ứng suất nén đẳng hướng σ_0. Tại bước này ma sát giữa các hạt được lấy bằng 0 nhằm đạt được mẫu ở trạng thái chặt; (2) Sau đó gia tải chuyển vị theo phương đứng trong khi áp lực ngang được giữ không đổi bằng với σ_0. Tốc độ gia tải được kiểm soát thông qua chỉ số quán tính I. Trong nghiên cứu này $I = 10^{-4}$ để đảm bảo ứng xử trong chế độ tựa tĩnh [7]. Các điều kiện khác được chuẩn bị theo các dữ liệu thực nghiệm và khuyến cáo trong [1]. Hình ảnh của mẫu tại trạng thái ứng suất đẳng hướng (a) và sau khi kết thúc thí nghiệm nén hai trục (b) được giới thiệu trên Hình 2. Nghiên cứu này sử dụng code phần tử rời rạc có tên PBC2D, được phát triển bởi tác giả và các cộng sự. Code tính toán có độ tin cậy, đã có nhiều bài báo công bố trên tạp chí quốc tế và trong nước sử dụng PBC2D [14–16].



Hình 2. Mẫu thí nghiệm ở trạng thái ban đầu, khi kết thúc mô phỏng và mô hình tương tác giữa các hạt. Tại hình (a) và (b) các nét màu đỏ nối tâm hai hạt có tương tác với nhau, độ dày nét tỷ lệ với lực pháp tuyến f_n

Kết quả ứng xử tổng thể của mô hình cũng như biến dạng cục bộ được đánh giá thông qua tỷ số ứng suất t/s với $t = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ và $s = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$. Trong đó σ_1, σ_3 là các ứng suất chính lớn nhất và nhỏ nhất. Trường biến dạng của mẫu được xác định thông qua chia lưới Delaunay từ chuyển vị của tâm các hạt. Cường độ biến dạng cắt được xác định $\varepsilon_s = (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)/2$ với $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ là các biến dạng chính lớn nhất và nhỏ nhất. Giá trị cường độ biến dạng cắt cũng có thể được biểu diễn thông qua tensor biến dạng phẳng như sau: $\varepsilon_s = \sqrt{\left[((\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})/2)^2 + \varepsilon_{12}^2\right]}$ với ε_{11}, ε_{22} và ε_{12} lần lượt là các biến dạng dọc trục và biến dạng trượt. Các tham số của mô hình được tóm tắt trong Bảng 1.

Bảng 1. Giá trị các tham số của mô hình

TT	Tham số	Giá trị
1	Số lượng hạt	7200
2	Hệ số độ cứng $\kappa = \dfrac{k_n}{\sigma_0(2\bar{r})}$	1000
3	Tỷ số độ cứng k_n/k_t	1
4	Hệ số ma sát μ	0,6
5	Bề rộng liên kết $\lambda_r = \dfrac{l}{(2\bar{r})}$	0,4

$\bar{r}$ là bán kính trung bình của các hạt trong mẫu

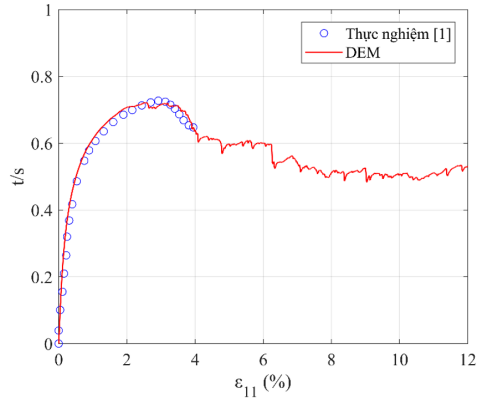
3. Kết quả và thảo luận

3.1. Ứng xử tổng thể (macro) và kiểm chứng mô hình

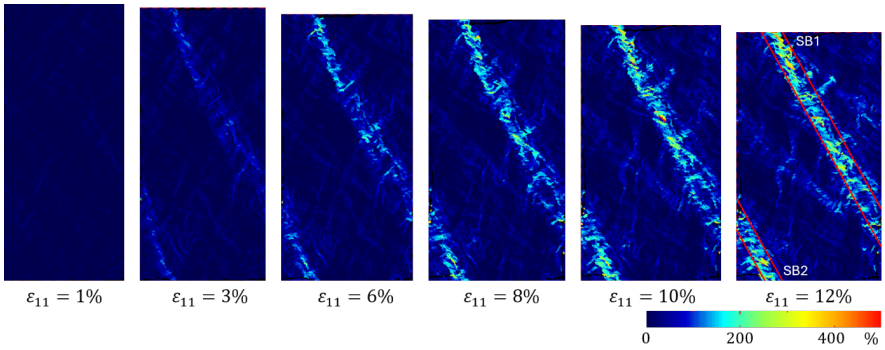
Hình 3 so sánh biến thiên tỷ số ứng suất t/s theo biến dạng dọc trục giữa kết quả mô phỏng và thí nghiệm nén hai trục trên mẫu cát Hostun [1]. Đường cong ứng suất – biến dạng của mẫu mô phỏng cũng như kết quả thực nghiệm rất điển hình cho mẫu cát chặt, với giai đoạn đầu sức kháng tăng nhanh, đạt đỉnh sau đó suy giảm. Đường mô phỏng bám sát thí nghiệm trong toàn bộ giai đoạn đầu, đạt đỉnh ứng với sức kháng cắt sau đó chuyển sang giai đoạn mềm hóa. Tỷ số ứng suất tại đỉnh xấp xỉ 0,72 ứng với thời điểm biến dạng dọc trục đạt khoảng 3%, phù hợp với dữ liệu thực nghiệm. Kết quả này cho thấy bộ tham số được lựa chọn cho phép mô hình tái hiện hợp lý cả mức sức kháng cực đại và biến

dạng tương ứng tại đỉnh, là hai đại lượng quan trọng khi đánh giá khả năng mô phỏng ứng xử tổng thể của địa vật liệu có dạng hạt.

Một đặc điểm đáng chú ý khác là tính phi tuyến của đường cong xuất hiện từ mức biến dạng rất nhỏ, khoảng 0,2% biến dạng dọc trục. Trong giai đoạn này, mặc dù mẫu chưa xuất hiện vùng biến dạng cục bộ rõ ràng, sự tái sắp xếp ban đầu của các hạt, thay đổi mạng tiếp xúc, trượt cục bộ tại một số tiếp xúc và sự huy động dần ma sát đã làm quan hệ ứng suất–biến dạng lệch khỏi dạng tuyến tính. Mô hình phần tử rời rạc có thể tái hiện trực tiếp đặc trưng này thông qua sự tiến triển của các tương tác hạt mà không cần áp đặt trước một quy luật phi tuyến vĩ mô. Đây là một ưu điểm đáng kể của DEM khi nghiên cứu địa vật liệu hạt, đặc biệt trong các giai đoạn chuyển tiếp từ trạng thái gần đàn hồi sang huy động ma sát và sau đó đến cục bộ hóa.



Hình 3. So sánh mô phỏng bằng DEM và thực nghiệm



Hình 4. Biến dạng cục bộ hình thành dạng dải trượt: chỉ tiêu cường độ chịu cắt tích lũy (so sánh giữa trạng thái ban đầu và trạng thái đang xét)

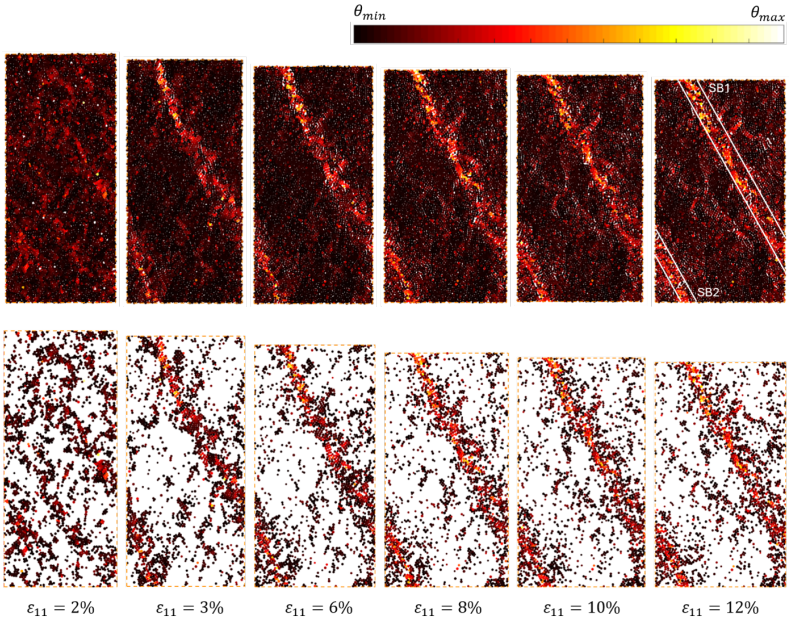
Hình 4 trình bày trường biến dạng cắt tích lũy (ε_s) tại các mức biến dạng dọc trục từ 2% cho đến 12%. Tại 2% trường biến dạng tương đối đồng nhất, chưa xuất hiện một khu vực tập trung biến dạng cục bộ. Tuy nhiên, đến khoảng (ε_{11} = 3%), một vùng biến dạng cắt lớn bắt đầu hình thành theo phương chéo của mẫu và nhanh chóng phát triển thành dải trượt. Thời điểm xuất hiện dải này gần trùng với thời điểm tỷ số ứng suất đạt giá trị cực đại trên Hình 3. Sự tương ứng này cho thấy đỉnh sức kháng vĩ mô không chỉ là một đặc trưng của đường cong ứng suất-biến dạng, mà đồng thời đánh dấu sự chuyển đổi trong cơ chế biến dạng của mẫu, từ trạng thái tương đối đồng nhất sang trạng thái bị chi phối bởi biến dạng cục bộ. Kết quả này phù hợp với các quan sát thực nghiệm và mô phỏng trước đây, trong đó quá trình cục bộ hóa thường khởi phát gần đỉnh ứng suất nhưng cần thêm một khoảng biến dạng để dải trượt phát triển liên tục và trở thành cơ chế biến dạng chi phối trên toàn mẫu [5, 17–19].

Từ khoảng 6% đến 12% biến dạng dọc trục, dải trượt trở nên rõ ràng và liên tục hơn, đồng thời vùng có cường độ biến dạng lớn tập trung ngày càng mạnh dọc theo một dải có bề rộng hữu hạn. Điều này phản ánh quá trình tập trung của biến dạng: thay vì tiếp tục phân bố trong toàn mẫu, phần lớn biến dạng gia tăng sau đỉnh được hấp thụ trong vùng dải trượt, trong khi phần vật liệu bên ngoài vẫn tiếp tục biến dạng nhưng với mức nhỏ hơn đáng kể. Sự phân hóa này là đặc trưng của trạng thái hậu

cục bộ hóa (post localization), khi hai phần vật liệu hai bên dải có xu hướng chuyển động tương đối như các khối gần cứng và biến dạng chủ yếu tập trung trong vùng trượt. Đồng thời, cường độ biến dạng trong dải tiếp tục tăng theo mức tải, cho thấy sau khi dải đã hình thành, cơ chế trượt nội bộ vẫn tiếp tục phát triển thay vì đạt ngay một trạng thái ổn định. Đây cũng là cơ sở để liên hệ với các kết quả vi mô ở phần sau, nơi vùng dải trượt đồng thời thể hiện mức độ xoay của hạt lớn hơn, hệ số rỗng cao hơn và mức độ tương tác thấp hơn so với phần vật liệu còn lại.

Góc nghiêng của dải trượt thu được trong mô phỏng vào khoảng 60°, tương đối phù hợp với các quan sát thực nghiệm trên cát Hostun [1]. Sự phù hợp về cả thời điểm xuất hiện, hướng phát triển và đặc trưng tập trung biến dạng cho thấy mô hình không chỉ tái hiện được đáp ứng ứng suất-biến dạng ở cấp độ vĩ mô mà còn mô tả hợp lý cơ chế hình thành biến dạng cục bộ.

3.2. Ứng xử cục bộ



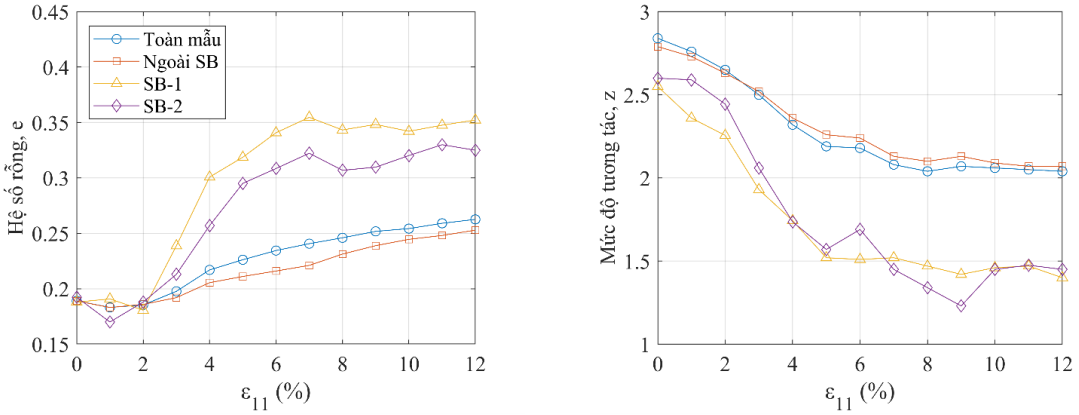
Hình 5. Trường góc xoay của hạt: hình trên – góc xoay các hạt trong toàn bộ mẫu; hình dưới – hiển thị các hạt có góc xoay lớn hơn góc xoay trung bình ($\theta_i > \bar{\theta}$)

Hình 5 (hàng trên) thể hiện trường góc xoay của hạt thông qua giá trị góc xoay tích lũy. Để thể hiện trường góc xoay rõ ràng hơn, trong từng hình giá trị phổ màu tương ứng với góc xoay nhỏ nhất ($\theta_{\min}$) và lớn nhất ($\theta_{\max}$) ứng với từng thời điểm. Tại thời điểm 2%, phân bố trường góc xoay vẫn còn phân tán, chưa hình thành cấu trúc rõ ràng. Tuy nhiên, khi biến dạng đạt khoảng 3%, tương ứng với thời điểm tỷ số ứng suất đạt gần giá trị cực đại, hai khu vực có mức độ xoay lớn bắt đầu hình thành theo phương chéo của mẫu. Các vùng này trùng khớp với những khu vực có cường độ biến dạng cắt lớn quan sát được trên Hình 4. Khi biến dạng tiếp tục tăng đến 12%, sự phân bố góc xoay ngày càng tập trung hơn, hình thành các dải liên tục bám theo vùng biến dạng cục bộ. Xu hướng này được thể hiện rõ hơn ở Hình 5 (hàng dưới), trong đó chỉ giữ lại các hạt có giá trị góc xoay lớn hơn góc xoay trung bình của toàn mẫu tại cùng thời điểm. Cách biểu diễn này cho phép nhận diện trực quan sự chuyển đổi từ trạng thái quay phân tán sang trạng thái quay có tổ chức, tập trung dọc theo dải trượt.

Quan sát này chỉ ra rằng tại các dải tập trung biến dạng cắt cũng là nơi mà góc xoay của hạt đạt giá trị lớn nhất. Đây cũng là khu vực "mất ổn định" nhất của mẫu, với nhiều cơ chế phức tạp, tồn tại đồng thời và cũng là nơi mà các ứng xử đặc trưng chi phối ứng xử của toàn hệ. Chỉ tiêu theo góc xoay

trung bình cũng có thể xem xét để xác định ra bề rộng của dải trượt. Kết quả cho thấy mức độ xoay của hạt không chỉ là hệ quả kèm theo mà là một thành phần cơ bản của cơ chế cục bộ hóa. Trong vùng ngoài dải trượt, chuyển động tương đối bị hạn chế bởi mạng tiếp xúc còn ổn định. Trong dải trượt, sự trượt, xoay đồng thời thúc đẩy quá trình tái sắp xếp và hình thành lỗ rỗng. Các kết quả này cũng phù hợp với mô hình DEM có kể đến sức kháng lăn của Iwashita và Oda [20].

Một điểm đáng chú ý là sự gia tăng góc xoay không đơn thuần là hệ quả thứ cấp của quá trình trượt, mà có thể tham gia trực tiếp vào cơ chế giãn nở và suy giảm khả năng truyền lực của mạng tiếp xúc. Khi các hạt xoay mạnh trong một vùng hẹp, cấu trúc hình học ban đầu của mạng tiếp xúc bị phá vỡ, các hạt cần tái sắp xếp để tiếp tục truyền lực, đồng thời tạo ra các khoảng rỗng lớn hơn. Nhằm đánh giá rõ hơn về các đặc trưng của ứng xử vi mô trong dải trượt, Hình 6 so sánh hệ số rỗng và mức độ tương tác của toàn mẫu, trong các dải trượt (SB1 và SB2), và ngoài dải trượt. Hệ số rỗng (e) được tính thông qua tỷ số giữa thể tích lỗ rỗng (V_v) và thể tích các hạt (V_s) trong khu vực xem xét ($e = V_v/V_s$). Trong khi đó mức độ tương tác của các hạt trong mẫu được đánh giá thông qua tỷ số giữa số lượng tương tác ($ncont$) và số lượng hạt (npa) trong khu vực xem xét $z = 2ncont/npa$. Có thể thấy rằng ở trạng thái ban đầu các giá trị hệ số rỗng tương đối gần nhau ($e \approx 0{,}19$) trong khi mức độ tương tác ($z \approx 2{,}7 \pm 0{,}1$), điều này khẳng định lại rằng tại thời điểm ban đầu mẫu ở trạng thái tương đối đồng nhất.



Hình 6. Biến thiên hệ số rỗng (a) và mức độ tương tác (coordination number) (b) toàn mẫu, trong và ngoài dải trượt

Trong giai đoạn biến dạng nhỏ, hệ số rỗng giảm nhẹ do quá trình tái sắp xếp và giảm thể tích ban đầu. Sau khoảng 3% biến dạng, cùng với các dấu hiệu ban đầu sự xuất hiện của các dải trượt, hệ số rỗng tại các SB1, SB2 tăng nhanh, đạt đến 0,3–0,35 khi các dải trượt hình thành rõ ràng. Trong khi đó, giá trị toàn mẫu và khu vực bên ngoài các dải trượt tăng chậm, đạt đến giá trị khoảng 0,24–0,25. Điều này chỉ ra rằng bên trong dải trượt, do sự xoay, tương tác giữa các phần tử, sự sắp xếp lại cấu trúc hạt do suy yếu về sức kháng dẫn đến việc hình thành lỗ rỗng. Ghi nhận này cũng thống nhất với các quan sát bằng thực nghiệm đã tiến hành [21]. Đây là nguyên nhân trực tiếp dẫn đến giai đoạn mềm hóa (suy giảm cường độ) sau khi đạt sức kháng tới hạn.

Xu hướng biến thiên của mức độ tương tác bổ sung cho kết luận trên. Giá trị z ban đầu vào khoảng 2,6–2,8 rồi giảm theo mức tăng biến dạng ở toàn bộ các vùng. Tuy nhiên, z trong SB-1 và SB-2 giảm nhanh hơn nhiều, xuống khoảng 1,3–1,5, trong khi toàn mẫu và phần ngoài dải duy trì quanh 2,0–2,2. Sự mất tiếp xúc tập trung trong dải phản ánh quá trình phá vỡ mạng truyền lực và chuyển từ cấu trúc

liên kết dày, chặt sang trạng thái "lỏng lẻo" hơn. Mức giảm z diễn ra cùng thời điểm với sự tăng hệ số rỗng và tăng góc xoay, cho thấy ba đại lượng này không độc lập mà là các biểu hiện bổ sung của cùng quá trình tái cấu trúc vi mô. So sánh giữa hai dải trượt trong mẫu nhận thấy, trong SB-1 và SB-2 các xu hướng diễn ra tương tự nhau nhưng với cường độ khác nhau.

3.3. Thảo luận: Liên hệ giữa ứng xử vĩ mô và cơ chế vi mô

Căn cứ kết quả phân tích ứng xử vĩ mô-vi mô của mẫu địa vật liệu trong thí nghiệm nén hai trục có thể thấy quá trình làm việc của vật liệu trong trường hợp này có thể chia thành ba giai đoạn làm việc rõ ràng: (1) Trong giai đoạn ban đầu, sức kháng cắt tăng nhanh. Mẫu vẫn giữ được cấu trúc ban đầu của mạng liên kết và sự làm việc có hiệu quả do ma sát và kháng lăn. Trường biến dạng và góc xoay của hạt trong giai đoạn này còn tương đối phân tán; (2) Sau giai đoạn tăng ban đầu, sức kháng đạt đỉnh về cường độ, cùng với đó là sự xuất hiện của một vùng tập trung biến dạng cục bộ. Trong vùng này hệ số rỗng tăng nhanh còn mức độ tương tác bắt đầu giảm mạnh; (3) Đi qua đỉnh, ứng xử tổng thể của mẫu chuyển sang giai đoạn mềm hóa với sự hình thành rõ ràng của các dải trượt. Dải này chi phối sức bền kháng cắt của mẫu. Trong các dải này, hệ số rỗng tăng nhanh, dần đạt ổn định. Tương ứng với nó là sự giảm mức độ tương tác.

Một điểm đáng chú ý là sự chuyển tiếp giữa ba giai đoạn nêu trên không diễn ra tức thời mà mang tính tiến triển. Xung quanh thời điểm tỷ số ứng suất đạt cực đại, dải trượt mới bắt đầu hình thành và chưa phát triển hoàn toàn xuyên qua mẫu. Trong giai đoạn ngay sau đỉnh, mặc dù sức kháng vĩ mô đã bắt đầu suy giảm, trường biến dạng cắt, góc xoay của hạt, hệ số rỗng và mức độ tương tác vẫn tiếp tục biến đổi mạnh trước khi đạt đến một cấu trúc cục bộ ổn định hơn. Điều này cho thấy quá trình mềm hóa sau đỉnh không chỉ liên quan đến sự suy giảm ma sát huy động mà còn phản ánh sự tái cấu trúc liên tục của mạng tiếp xúc bên trong dải trượt. Các hạt trong vùng cục bộ hóa tăng cường chuyển động trượt và xoay tương đối, làm giảm số lượng tiếp xúc, đồng thời tạo điều kiện cho giãn nở và hình thành các khoảng rỗng lớn hơn. Ngược lại, phần vật liệu ngoài dải vẫn duy trì được mạng tiếp xúc tương đối ổn định và tiếp tục tham gia truyền lực. Sự phân hóa ngày càng rõ giữa hai vùng này giải thích vì sao sau khi cục bộ hóa phát triển, ứng xử vĩ mô của toàn mẫu ngày càng bị chi phối bởi một vùng có kích thước nhỏ so với toàn miền.

Các kết quả này đồng thời cho thấy giá trị của mô hình DEM không chỉ nằm ở khả năng tái hiện đường cong ứng suất-biến dạng và hình thái dải trượt, mà còn ở việc truy xuất trực tiếp các đặc trưng vi mô bên trong vùng tập trung biến dạng cục bộ. So với các mô hình liên tục, sự hình thành dải trượt trong DEM xuất phát trực tiếp từ quá trình tái sắp xếp hạt, trượt tiếp xúc, mức độ xoay của hạt và biến đổi mạng tiếp xúc, thay vì phải mô tả gián tiếp thông qua một quy luật ứng xử của vật liệu ở cấp độ vĩ mô. Các nghiên cứu DEM gần đây cũng cho thấy sự phát triển của biến dạng cục bộ có liên hệ với sự thay đổi của cấu trúc tiếp xúc, hệ số rỗng, góc xoay của vật liệu [5, 22, 23]. Tuy nhiên, nhiều nghiên cứu thường tập trung vào từng chỉ tiêu riêng biệt hoặc chỉ đánh giá trạng thái bên trong dải trượt sau khi biến dạng cục bộ đã hình thành. Trong nghiên cứu này, cường độ biến dạng cắt, góc xoay hạt, hệ số rỗng và mức độ tương tác được xem xét đồng thời và được đối chiếu trực tiếp giữa các vùng SB1, SB2 và phần vật liệu ngoài dải trượt trong suốt quá trình gia tải.

Điểm nổi bật của cách tiếp cận này là cho phép xây dựng một liên hệ trực tiếp giữa các giai đoạn ứng xử vĩ mô và sự tiến triển của các cơ chế vi mô. Ở giai đoạn trước đỉnh, trường biến dạng và góc xoay của hạt còn phân tán, trong khi mạng tiếp xúc vẫn tương đối ổn định. Khi đạt gần sức kháng cực đại, sự tập trung biến dạng cắt xuất hiện đồng thời với sự gia tăng góc xoay, tăng hệ số rỗng và suy giảm mức độ tương tác trong vùng biến dạng cục bộ. Sau đỉnh, các xu hướng này tiếp tục phát triển và trở thành cơ chế chi phối quá trình mềm hóa của toàn mẫu. Qua đó nghiên cứu không chỉ nhận diện sự xuất hiện của dải trượt, mà còn làm rõ sự biến thiên đồng thời và tương quan giữa bốn nhóm

chỉ tiêu vĩ mô–vi mô trong quá trình hình thành và phát triển của vùng tập trung biến dạng. Đây cũng là nhóm thông tin mà thí nghiệm vật lý khó có thể xác định đầy đủ, đặc biệt đối với sự thay đổi mạng tiếp xúc và mức độ tương tác của các hạt bên trong dải trượt nói riêng và trong mẫu nói chung. Mặc dù các kỹ thuật hiện đại như X-ray đã cho phép quan sát chuyển động hạt và cấu trúc dải trượt ở cấp độ ngày càng chi tiết, việc xác định đồng thời toàn bộ trạng thái tiếp xúc, lực tương tác và lịch sử biến đổi vi cấu trúc trong quá trình gia tải vẫn còn hạn chế [5].

Mối liên hệ chặt chẽ nêu trên khẳng định rằng chỉ mình đường cong ứng suất-biến dạng không đủ để đánh giá chất lượng của quá trình mô phỏng biến dạng cục bộ. Sự phù hợp về đỉnh ứng suất, chưa đảm bảo được nếu các dải trượt không hình thành, phát triển với bề rộng không hợp lý, hoặc độ rỗng không phù hợp. Dựa trên kết quả trong nghiên cứu này, có thể mở rộng phân tích theo hướng đánh giá các đặc trưng vi mô theo hướng vuông góc với dải trượt, từ đó giúp định lượng bề rộng dải trượt theo tiêu chí đặc trưng vi mô. Ngoài ra, việc phân tích hướng ưu tiên của mạng lưới liên kết, tính các tensor đặc trưng (fabric) có thể giúp đánh giá tốt hơn mức độ định hướng của mạng liên kết khi hình thành dải trượt, cũng như ảnh hưởng đến việc truyền lực trong mẫu khi xuất hiện biến dạng cục bộ.

4. Kết luận

Dựa trên phương pháp phần tử rời rạc (DEM), bài báo đã xây dựng mô hình hai chiều mẫu địa vật liệu rời rạc và nghiên cứu, phân tích ứng xử vĩ mô, vi mô của mẫu có xét đến sự xuất hiện của biến dạng cục bộ. Trong mô hình tương tác, bên cạnh lực pháp tuyến và tiếp tuyến, sức kháng lăn được xét đến nhằm mô tả ảnh hưởng của hình dạng hạt đến ứng xử. Dựa trên kết quả thu được, một số kết luận chính được rút ra như sau:

Mô hình đã được kiểm chứng tốt với thí nghiệm nén hai trục trên mẫu cát Hostun, trong giai đoạn làm việc cứng hóa, đạt đỉnh và mềm hóa sau đỉnh. Trường biến dạng cho thấy sự xuất hiện của biến dạng cục bộ trong các dải trượt, phù hợp với quan sát từ thực nghiệm.

Dải trượt bắt đầu được ghi nhận xung quanh đỉnh sức kháng cắt và sau đó nhanh chóng phát triển thành các dải trượt. Các dải trượt sau đó chi phối toàn bộ ứng xử của mẫu địa vật liệu. Toàn bộ mẫu mất đi sự đồng nhất chia thành các vùng phân tách nhau bởi các dải trượt

Phân tích vào đặc trưng vi mô của các dải trượt cho thấy sự hình thành dải trượt có liên hệ chặt chẽ với sự tăng nhanh của hệ số rỗng, giảm mức độ tương tác và góc xoay của hạt tăng nhanh. Các tiêu chí này có thể được dùng để đánh giá sự hình thành và phát triển của dải trượt. Cụ thể trong bài báo, tiêu chí góc xoay trung bình đã được sử dụng để định lượng hình dạng, bề rộng của dải trượt.

Trên cơ sở đó, các nghiên cứu tiếp theo có thể tập trung định lượng bề rộng dải trượt theo phân bố góc xoay, hệ số rỗng hoặc mức độ tương tác theo phương vuông góc với dải, đồng thời phân tích thêm tensor đặc trưng (fabric tensor) và mạng truyền lực để làm rõ hơn mối liên hệ giữa mất ổn định vi cấu trúc và suy giảm sức kháng vĩ mô của địa vật liệu.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Bộ Giáo dục và Đào tạo trong đề tài mã số B2026-XDA-03.

Tuyên bố về việc sử dụng trí tuệ nhân tạo tạo sinh và công nghệ hỗ trợ bởi AI

Các tác giả xác nhận không sử dụng bất kỳ công cụ trí tuệ nhân tạo tạo sinh hoặc công nghệ hỗ trợ bởi AI nào trong quá trình chuẩn bị và hoàn thiện bản thảo.

Tài liệu tham khảo

[1] Desrues, J., Viggiani, G. (2004). Strain localization in sand: An overview of the experimental results obtained in Grenoble using stereophotogrammetry. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(4):278–321.

[2] Kuhn, M. R. (1999). Structured deformation in granular materials. *Mechanics of Materials*, 31(6):407–429.
[3] Bésuelle, P., Rudnicki, J. W. (2004). Localization: Shear bands and compaction bands. *International Geophysics Series*, 89:219–321.
[4] Kruyt, N. P., Rothenburg, L. (2016). A micromechanical study of dilatancy of granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 95:411–427.
[5] Desrues, J., Andò, E. (2015). Strain localisation in granular media. *Comptes Rendus Physique*, 16(1): 26–36.
[6] Cundall, P. A., Strack, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1):47–65.
[7] Radjai, F., Dubois, F. (2011). *Discrete-element modeling of granular materials*. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, USA.
[8] Kawamoto, R., Andò, E., Viggiani, G., Andrade, J. E. (2018). All you need is shape: Predicting shear banding in sand with LS-DEM. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 111:375–392.
[9] Zhou, W., Yang, L., Ma, G., Xu, K., Lai, Z., Chang, X. (2017). DEM modeling of shear bands in crushable and irregularly shaped granular materials. *Granular Matter*, 19(2):25.
[10] Nguyen, T.-K., Vo, T.-T. (2023). Effects of intergranular friction and grain size distributions on the initial void ratio of granular sample. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE)*, 17(2): 110–119.
[11] Gilabert, F. A., Roux, J.-N., Castellanos, A. (2007). Computer simulation of model cohesive powders: Influence of assembling procedure and contact laws on low consolidation states. *Physical Review E*, 75 (1):011303.
[12] Kiên, N. T., Trung, V. T. (2023). Nghiên cứu ảnh hưởng của bề rộng liên kết đến ứng xử chịu cắt của đất rời rạc mô phỏng bằng phương pháp phần tử rời rạc. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCNXD) - ĐHXDHN*, 17(4V):114–122.
[13] Mokni, M., Desrues, J. (1999). Strain localisation measurements in undrained plane-strain biaxial tests on Hostun sand. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 4(5):419–441.
[14] Vo, T.-T., Nguyen, T.-K. (2023). Linking dynamics between anchors and granular materials. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 1289(1):012090.
[15] Nguyen, T. K., Desrues, J., Combe, G., Nguyen, D. H. (2020). A numerical homogenized law using discrete element method for continuum modelling of boundary value problems. *Lecture Notes in Civil Engineering*, 54:1221–1231.
[16] Nguyen, T. K., Vo, T. T., Nguyen, N. H. T., Combe, G. (2024). Variability and loss of uniqueness of numerical solutions in FEM×DEM modeling with second gradient enhancement. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 48(9):2381–2407.
[17] Hall, S. A., Bornert, M., Desrues, J., Pannier, Y., Lenoir, N., Viggiani, G., Bésuelle, P. (2010). Discrete and continuum analysis of localised deformation in sand using X-ray μCT and volumetric digital image correlation. *Géotechnique*, 60(5):315–322.
[18] Bésuelle, P. (2001). Compacting and dilating shear bands in porous rock: Theoretical and experimental conditions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 106(B7):13435–13442.
[19] Ma, G., Regueiro, R. A., Zhou, W., Wang, Q., Liu, J. (2018). Role of particle crushing on particle kinematics and shear banding in granular materials. *Acta Geotechnica*, 13(3):601–618.
[20] Iwashita, K., Oda, M. (1998). Rolling resistance at contacts in simulation of shear band. *Journal of Engineering Mechanics*, 124(3):285–292.
[21] Desrues, J., Chambon, R., Mokni, M., Mazerolle, F. (1996). Void ratio evolution inside shear bands in triaxial sand specimens studied by computed tomography. *Géotechnique*, 46(3):529–546.
[22] Phan, Q. T., Bui, H. H., Nguyen, G. D., Nicot, F. (2024). Strain localization in the standard triaxial tests of granular materials: Insights into meso- and macro-scale behaviours. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 48(5):1345–1371.
[23] Zhao, C.-F., Kruyt, N. P. (2021). Particle and continuum rotations of granular materials: Discrete-element method simulations and experiment. *Journal of Engineering Mechanics*, 147(11):04021090.