Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, ĐHXDHN, 2026, 20 (3V): 23–32

NGHIÊN CỨU GIẢM DAO ĐỘNG ĐẦU DỤNG CỤ KHI PHAY ROBOT BẰNG BỘ GIẢM CHẤN TỪ BIẾN

Lê Hồng Chương[a,*], Ngô Thanh Long[a], Tống Đức Năng[a], Nguyễn Quốc Dũng[a], Đỗ Văn Nhất[a], Nguyễn Hoàng Giang[a], Tạ Công Vụ[a]

[a]*Khoa Cơ khí, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, 55 đường Giải Phóng, phường Bạch Mai, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 17/7/2026, Sửa xong 10/8/2026, Chấp nhận đăng 17/8/2026

Tóm tắt

Robot công nghiệp có ưu điểm về tính linh hoạt, vùng làm việc lớn và chi phí đầu tư thấp, nên ngày càng được quan tâm cho các nguyên công gia công vật liệu có hình dạng phức tạp. Tuy nhiên, độ cứng kết cấu và độ cứng động lực học của tay robot thường thấp hơn đáng kể so với máy công cụ chuyên dụng, làm cho đầu dụng cụ dễ phát sinh dao động trong quá trình phay. Bài báo này trình bày một khung nghiên cứu theo hướng đề xuất bộ hấp thụ dao động từ biến sử dụng vật liệu đàn hồi từ biến để giảm biên độ dao động tại đầu dụng cụ khi phay robot. Nội dung bài báo được tổ chức theo logic nghiên cứu gồm: xác định vấn đề dao động trong phay robot, thiết lập mô hình động lực học tương đương của hệ robot-dụng cụ-bộ hấp thụ, mô tả đặc tính điều chỉnh được của phần tử từ biến, đề xuất quy trình mô phỏng và thí nghiệm, đồng thời xây dựng các chỉ tiêu đánh giá hiệu quả giảm dao động. Kết quả kỳ vọng của nghiên cứu là giảm biên độ dao động tại tần số cộng hưởng chi phối, cải thiện đáp ứng tần số và tạo cơ sở để nâng cao chất lượng bề mặt gia công.

Từ khoá: bộ hấp thụ từ biến; vật liệu đàn hồi từ biến; phay robot; giảm dao động; độ cứng động lực học.

VIBRATION SUPPRESSION OF THE TOOL TIP IN ROBOTIC MILLING USING A MAGNETORHEOLOGICAL ABSORBER

Abstract

Industrial robots offer advantages such as high flexibility, a large workspace, and low investment costs, leading to their increasing adoption for machining operations on complex geometric components. However, the structural and dynamic stiffness of robot arms is significantly lower than that of dedicated machine tools, making the tool tip highly susceptible to forced vibration and chatter during the milling process. This paper presents a research framework that proposes a magnetorheological vibration absorber utilizing magnetorheological elastomers to attenuate tool-tip vibration in robotic milling. The manuscript is structured logically, namely: identification of the vibration problem, establishment of an equivalent dynamic model of the robot-tool-absorber system, description of the field-dependent mechanical properties of the magnetorheological element, proposal of numerical and experimental procedures, and development of performance indices for vibration suppression. The expected outcomes of this research are the reduction of vibration amplitude around the dominant resonance frequency, improvement of the system's frequency response, and establishment of a foundation for enhancing machined surface quality.

Keywords: magnetorheological absorber; magnetorheological elastomer; robotic milling; vibration suppression; dynamic stiffness.

https://doi.org/10.31814/stce.huce2026-20(3V)-03 © 2026 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Gia công phay bằng robot là một hướng tiếp cận có nhiều tiềm năng trong sản xuất linh hoạt, đặc biệt đối với các chi tiết có kích thước lớn, bề mặt hình học phức tạp hoặc yêu cầu thay đổi nhanh chương trình gia công. So với trung tâm gia công CNC, robot công nghiệp có ưu điểm về vùng làm việc rộng, khả năng tiếp cận chi tiết theo nhiều tư thế và chi phí đầu tư tương đối thấp. Tuy nhiên, hạn chế chủ yếu của robot khi thực hiện các nguyên công cắt gọt là độ cứng kết cấu thấp, biến đổi theo tư thế và khả năng chống dao động còn hạn chế. Dưới tác dụng của lực cắt biến thiên theo thời gian,

[*]Tác giả đại diện. *Địa chỉ e-mail:* chuonglh@huce.edu.vn (Chương, L. H.)

hệ robot có thể xuất hiện dao động cưỡng bức hoặc dao động tự kích thích, làm sai lệch quỹ đạo đầu dụng cụ, tăng độ nhám bề mặt và giảm tuổi thọ của dụng cụ cắt [1–4].

Trong quá trình phay bằng robot, đặc tính dao động không chỉ phụ thuộc vào chế độ cắt mà còn chịu ảnh hưởng của cấu hình hình học, độ cứng khớp, độ cứng hệ truyền động, khối lượng cụm trục chính và tương tác giữa robot với chi tiết và đồ gá. Các nghiên cứu về mô hình hóa độ cứng và đặc tính động lực học của robot cho thấy tần số riêng, dạng dao động và hướng có độ cứng thấp của hệ có thể thay đổi đáng kể khi robot di chuyển trong không gian làm việc [5–7]. Vì vậy, giải pháp giảm dao động cần có khả năng thích nghi với sự thay đổi của tần số dao động trội hoặc phải được điều chỉnh phù hợp với từng cấu hình và trạng thái làm việc cụ thể của robot.

Bên cạnh các nghiên cứu về vật liệu và thiết bị từ biến, Chen và Zhao [8] nghiên cứu bộ giảm chấn dòng điện xoáy nhằm giảm dao động trong quá trình phay bằng robot. Mặc dù bộ giảm chấn dòng điện xoáy và bộ hấp thụ từ biến làm việc theo các nguyên lý vật lý khác nhau, kết quả thực nghiệm trong nghiên cứu [8] vẫn cung cấp một số thông số cơ học có giá trị tham khảo, như khối lượng tương đương, độ cứng, hệ số cản và điều kiện kích thích của hệ robot–dụng cụ. Các thông số này có thể được sử dụng để xây dựng trường hợp khảo sát và đối chiếu hiệu quả giảm dao động của giải pháp được đề xuất. Tuy nhiên, các thông số đặc trưng của vật liệu từ biến, cơ cấu tạo từ trường, độ cứng và hệ số cản của bộ hấp thụ từ biến cần được xác định riêng, không thể kế thừa trực tiếp từ bộ giảm chấn dòng điện xoáy.

Mục tiêu của bài báo là đề xuất một khung nghiên cứu giảm dao động đầu dụng cụ trong quá trình phay bằng robot bằng bộ hấp thụ dao động từ biến, ký hiệu là MRE-VA. Trên cơ sở mô hình bộ hấp thụ dao động cổ điển [9], nghiên cứu xây dựng phương pháp lý thuyết cho phép xác định các tham số tối ưu của bộ hấp thụ, qua đó hỗ trợ việc lựa chọn các thông số vật lý trong giai đoạn thiết kế và thực nghiệm. Các thông số cơ học của hệ robot–dụng cụ được tham khảo có chọn lọc từ nghiên cứu thực nghiệm như trong các nghiên cứu của Chen và Zhao, trong khi mô hình và đặc tính của MRE-VA được xây dựng trên cơ sở các nghiên cứu về vật liệu đàn hồi từ biến như được đề cập trong các nghiên cứu [10–16].

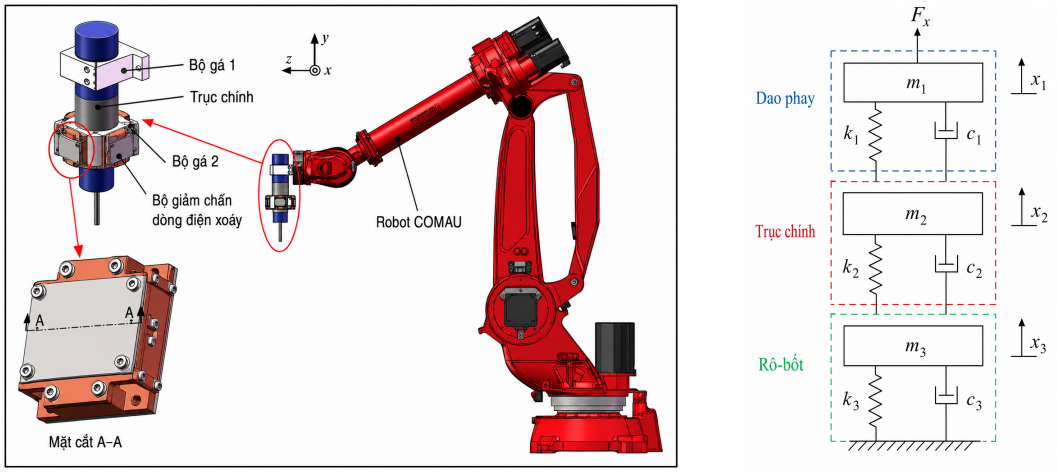
Nội dung nghiên cứu tập trung vào ba vấn đề chính: thứ nhất, thiết lập mô hình động lực học tương đương của hệ robot–dụng cụ–MRE-VA; thứ hai, mô tả ảnh hưởng của đặc tính từ biến đến độ cứng và hệ số cản tương đương của bộ hấp thụ; thứ ba, xây dựng quy trình xác định tham số và đánh giá hiệu quả giảm dao động thông qua đáp ứng trong miền tần số và miền thời gian. Kết quả nghiên cứu là cơ sở lý thuyết cho việc thiết kế, chế tạo và đánh giá thực nghiệm bộ hấp thụ từ biến ứng dụng trong gia công phay bằng robot.

2. Cơ sở lý thuyết và mô hình giảm dao động trong phay robot

2.1. Dao động trong quá trình phay bằng robot

Trong quá trình phay, lực cắt thay đổi tuần hoàn theo số răng dao, tốc độ quay trục chính, chiều sâu cắt, lượng chạy dao và trạng thái tiếp xúc giữa dao với phôi. Đối với robot công nghiệp, độ cứng hữu hạn của khớp và thanh nối làm cho lực cắt gây ra chuyển vị tương đối giữa dụng cụ và phôi. Nếu tần số kích thích gần tần số riêng của hệ robot-trục chính-dụng cụ, biên độ dao động có thể tăng mạnh và gây mất ổn định gia công (Hình 1).

Về bản chất, dao động phay có thể được chia thành dao động cưỡng bức do lực cắt tuần hoàn và dao động tự kích thích do cơ chế tái sinh phoi. Dao động cưỡng bức thường biểu hiện rõ tại tần số răng dao hoặc bội số của tần số quay, trong khi dao động tự kích thích liên quan đến sự biến thiên chiều dày phoi theo vết dao ở lượt cắt trước. Trong phạm vi này, bài báo có thể bắt đầu từ mô hình dao động tuyến tính tương đương, sau đó mở rộng sang mô hình có trễ nếu cần phân tích ổn định phay chi tiết.



(a) Phương pháp giảm rung cho robot gia công (b) Mô hình hóa hệ cơ học robot

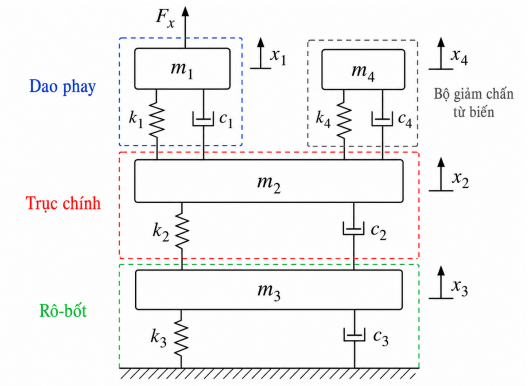
Hình 1. Sơ đồ hệ phay robot có lắp bộ hấp thụ dao động từ biến

2.2. *Mô hình động lực học tương đương của hệ robot-dụng cụ*

Trong một tư thế gia công xác định, hệ robot-trục chính-dụng cụ có thể được quy đổi về một mô hình nhiều bậc tự do hoặc một mô hình một bậc tự do theo phương dao động chi phối (Hình 2). Với mô hình nhiều bậc tự do, phương trình chuyển động tổng quát có thể viết dưới dạng ma trận như sau:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \tag{1}$$

trong đó M, C và K lần lượt là ma trận khối lượng, cản và độ cứng tương đương của hệ; x là véc tơ chuyển vị tổng quát; F là lực cắt trong quá trình phay; Khi chỉ xét phương dao động chi phối tại đầu dụng cụ, mô hình có thể rút gọn thành mô hình khối lượng tập trung bốn bậc tự do như sau:



Hình 2. Mô hình khối lượng tập trung mô tả hệ giảm chấn từ biến gắn trên robot

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) = F_x(t) \\ m_2\ddot{x}_2 + c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1(x_2 - x_1) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k_2(x_2 - x_3) \\ \quad + c_4(\dot{x}_2 - \dot{x}_4) + k_4(x_2 - x_4) = 0 \\ m_3\ddot{x}_3 + c_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_2(x_3 - x_2) + c_3\dot{x}_3 + k_3x_3 = 0 \\ m_4\ddot{x}_4 + c_4(\dot{x}_4 - \dot{x}_2) + k_4(x_4 - x_2) = 0 \end{cases} \tag{2}$$

trong đó m_1, m_2, m_3, m_4 lần lượt là khối lượng của dụng cụ gia công, khối lượng của phần trục chính, khối lượng của robot và khối lượng của bộ giảm chấn từ biến; k_1, k_2, k_3, k_4 là độ cứng của lò xo tương ứng với các khối lượng; c_1, c_2, c_3, c_4 là hệ số cản tương ứng với các khối lượng. $F_x(t)$ là lực kích động ngoài tác dụng lên dụng cụ cắt, thông thường là lực cắt do quá trình gia công sinh ra, một cách gần đúng:

$$F_x(t) = F_0 \cos \omega t \tag{3}$$

Đây là mô hình cơ sở để khảo sát ảnh hưởng của tỷ số khối lượng, tỷ số tần số và cản hấp thụ đối với đáp ứng dao động. Đặt:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}};\ \mu_2 = \frac{m_2}{m_1};\ \mu_3 = \frac{m_3}{m_1};\ \mu_4 = \frac{m_4}{m_1};\ \alpha_2 = \frac{k_2}{k_1};\ \alpha_3 = \frac{k_3}{k_1};\ \alpha_4 = \frac{k_4}{k_1};\ \tau = \omega_1 t \tag{4}$$

$$u_1 = \frac{x_1}{x_0};\quad \dot{x}_1 = x_0\omega_1\dot{u}_1;\quad \ddot{x}_1 = x_0\omega_1^2\ddot{u}_1;\quad \gamma_1 = \frac{c_1\omega_1}{k_1} \tag{5}$$

$$u_2 = \frac{x_2}{x_0};\quad \dot{x}_2 = x_0\omega_1\dot{u}_2;\quad \ddot{x}_2 = x_0\omega_1^2\ddot{u}_2;\quad \gamma_2 = \frac{c_2\omega_1}{k_1} \tag{6}$$

$$u_3 = \frac{x_3}{x_0};\quad \dot{x}_3 = x_0\omega_1\dot{u}_3;\quad \ddot{x}_3 = x_0\omega_1^2\ddot{u}_3;\quad \gamma_3 = \frac{c_3\omega_1}{k_1} \tag{7}$$

$$u_4 = \frac{x_4}{x_0};\quad \dot{x}_4 = x_0\omega_1\dot{u}_4;\quad \ddot{x}_4 = x_0\omega_1^2\ddot{u}_4;\quad \gamma_4 = \frac{c_4\omega_1}{k_1} \tag{8}$$

Lực kích động được đưa về dạng không thứ nguyên với:

$$f(\tau) = \frac{F_x(t)}{k_1 x_0} \tag{9}$$

thay (4)–(9) vào (2) ta thu được hệ phương trình không thứ nguyên:

$$\begin{cases} \ddot{u}_1 + \gamma_1(\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + (u_1 - u_2) = f(\tau) \\ \mu_2\ddot{u}_2 + \gamma_1(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + (u_2 - u_1) + \gamma_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_3) \\ \quad + \alpha_2(u_2 - u_3) + \gamma_4(\dot{u}_2 - \dot{u}_4) + \alpha_4(u_2 - u_4) = 0 \\ \mu_3\ddot{u}_3 + \gamma_2(\dot{u}_3 - \dot{u}_2) + \alpha_2(u_3 - u_2) + \gamma_3\dot{u}_3 + \alpha_3 u_3 = 0 \\ \mu_4\ddot{u}_4 + \gamma_4(\dot{u}_4 - \dot{u}_2) + \alpha_4(u_4 - u_2) = 0 \end{cases} \tag{10}$$

2.3. Đặc tính điều chỉnh của bộ hấp thụ từ biến

Bộ hấp thụ dao động từ biến được giả thiết gồm khối lượng phụ, phần tử đàn hồi chế tạo từ vật liệu đàn hồi từ biến, kết cấu dẫn hướng và gá lắp, cùng cụm tạo từ trường gồm cuộn dây điện từ và mạch dẫn từ. Vật liệu đàn hồi từ biến là vật liệu composite có các hạt sắt từ phân bố trong nền polymer đàn hồi; khi chịu tác dụng của từ trường ngoài, sự tương tác giữa các hạt từ làm thay đổi đặc tính cơ học của vật liệu, đặc biệt là mô đun đàn hồi và hệ số tổn hao [8, 11, 15]. Do đó, khi thay đổi dòng điện cấp cho cuộn dây, cường độ từ trường tác dụng lên lớp vật liệu từ biến thay đổi, kéo theo sự biến thiên của độ cứng và hệ số cản tương đương của bộ hấp thụ. Ngoài ra, sự tái cấu trúc vi mô của các hạt từ dưới tác dụng của từ trường cũng có ảnh hưởng đáng kể đến đặc tính đàn hồi của vật liệu. Khả năng điều chỉnh độ cứng này cho phép dịch chuyển tần số riêng của bộ hấp thụ đến gần tần số dao động trội của hệ robot–dụng cụ, trong khi sự thay đổi của hệ số tổn hao góp phần tăng khả năng tiêu tán năng lượng dao động. Nguyên lý này đã được ứng dụng trong các bộ hấp thụ dao động điều chỉnh và hệ cách ly sử dụng vật liệu đàn hồi từ biến, cho thấy hiệu quả trong việc thay đổi đặc tính động lực học của hệ theo mức kích từ. Vì vậy, bằng cách điều chỉnh dòng điện kích từ phù hợp với từng cấu hình và trạng thái làm việc của robot, bộ hấp thụ có thể duy trì điều kiện làm việc gần trạng thái điều chỉnh tối ưu, qua đó hạn chế biên độ dao động của đầu dụng cụ trong quá trình phay.Trong giai đoạn mô hình hóa sơ bộ, có thể biểu diễn độ cứng và hệ số cản tương đương của phần tử từ biến bằng quan hệ thực nghiệm theo mật độ từ cảm B hoặc dòng điện kích từ I. Dạng biểu thức đơn giản thường được dùng trong bước khảo sát tham số là:

$$k_{a(B)} = k_0 + \alpha B^2;\quad c_{a(B)} = c_0 + \beta B \tag{11}$$

trong đó k_0 là độ cứng; c_0 là hệ số cản khi không kích từ; α và β là hệ số nhận dạng từ thí nghiệm vật liệu hoặc từ mô phỏng phần tử hữu hạn có xét từ trường; B là đại lượng đại diện cho mức từ trường. Các hệ số này có thể được xem là tham số khảo sát để đánh giá xu hướng ảnh hưởng của mức kích từ đến hiệu quả giảm dao động.

Tần số riêng của bộ hấp thụ có thể được ước lượng theo biểu thức:

$$f_{a(B)} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{a(B)}}{m_4}} \tag{12}$$

Khi $f_{a(B)}$ tiến gần tần số dao động riêng của hệ chính, năng lượng dao động có xu hướng chuyển từ đầu dụng cụ sang khối hấp thụ. Tuy nhiên, nếu cản $c_{a(B)}$ quá nhỏ, đáp ứng có thể xuất hiện hai đỉnh cộng hưởng lớn; nếu cản $c_{a(B)}$ quá lớn, bộ hấp thụ mất khả năng tách năng lượng dao động hiệu quả. Vì vậy, nghiên cứu cần trình bày rõ cách chọn $c_{a(B)}$ hoặc mức kích từ nhằm đạt sự cân bằng giữa giảm đỉnh cộng hưởng và duy trì dải làm việc hữu ích theo các nghiên cứu trước đây [9, 12, 13].

3. Phương pháp xác định các tham số tối ưu cho hệ

3.1. Giải hệ phương trình bằng phương pháp biên độ phức

Lực kích động và các chuyển vị được viết dưới dạng biên độ phức:

$$f(\tau) = f_0 e^{i\Omega\tau} = \frac{F_0}{k_1 x_0} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
u_1(\tau) &= U_1 e^{i\Omega\tau}; \quad \dot{u}_1 = i\Omega U_1 e^{i\Omega\tau}; \quad \ddot{u}_1 = -\Omega^2 U_1 e^{i\Omega\tau}\\
u_2(\tau) &= U_2 e^{i\Omega\tau}; \quad \dot{u}_2 = i\Omega U_2 e^{i\Omega\tau}; \quad \ddot{u}_1 = -\Omega^2 U_2 e^{i\Omega\tau}\\
u_3(\tau) &= U_3 e^{i\Omega\tau}; \quad \dot{u}_3 = i\Omega U_3 e^{i\Omega\tau}; \quad \ddot{u}_3 = -\Omega^2 U_3 e^{i\Omega\tau}\\
u_4(\tau) &= U_4 e^{i\Omega\tau}; \quad \dot{u}_4 = i\Omega U_4 e^{i\Omega\tau}; \quad \ddot{u}_4 = -\Omega^2 U_4 e^{i\Omega\tau}
\end{aligned}$$

thay (13) vào (10) ta thu được hệ phương trình:

$$\begin{cases}
\left(1-\Omega^2+i\gamma_1\Omega\right)U_1 - (1+i\gamma_1\Omega)\,U_2 = 1\\
-(1+i\gamma_1\Omega)\,U_1 + \left[1+\alpha_2+\alpha_4-\mu_2\Omega^2+i\Omega\left(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_4\right)\right]U_2\\
\quad -(\alpha_2+i\gamma_2\Omega)\,U_3 - (\alpha_4+i\gamma_4\Omega)\,U_4 = 0\\
-(\alpha_2+i\gamma_2\Omega)\,U_2 + \left[\alpha_2+\alpha_3+i\Omega\left(\gamma_2+\gamma_3\right)-\mu_3\Omega^2\right]U_3 = 0\\
-(\alpha_4+i\gamma_4\Omega)\,U_2 + \left[\alpha_4+i\gamma_4\Omega-\mu_4\Omega^2\right]U_4 = 0
\end{cases} \tag{14}$$

Giải hệ phương trình (14), ta thu được nghiệm của U_1:

$$U_1 = \frac{B_1 + iB_2}{F_1 + iF_2} \tag{15}$$

Biên độ thực của chuyển vị U_1 là:

$$|U_1| = \sqrt{\frac{B_1^2+B_2^2}{F_1^2+F_2^2}} \tag{16}$$

trong đó:

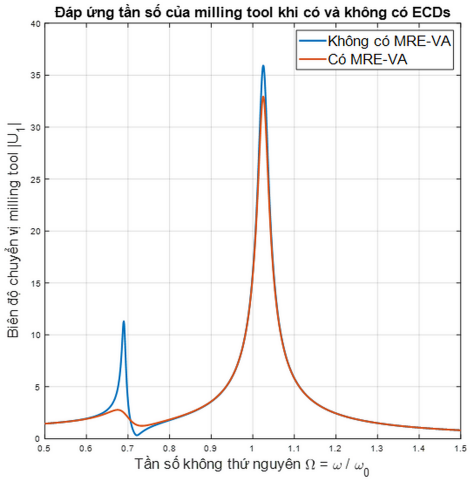
$$\begin{aligned}
&B_1 = A_0 + A_2\Omega^2 + A_4\Omega^4 + A_6\Omega^6; \quad B_2 = \Omega\left(C_0 + C_2\Omega^2 + C_4\Omega^4\right)\\
&F_1 = D_0 + D_2\Omega^2 + D_4\Omega^4 + D_6\Omega^6 + D_8\Omega^8; \quad F_2 = E_0\Omega + E_2\Omega^3 + E_4\Omega^5 + E_6\Omega^7
\end{aligned} \tag{17}$$

Các hệ số được trong công thức (17) trên được tham khảo ở phần phụ lục A.

Bảng 1. Thông số vật lý của mô hình [8]

STT	Ký hiệu	Giá trị	Đơn vị
1	m_1	0,2	kg
2	c_1	15	N · s/m
3	k_1	2×10^6	N/m
4	m_2	6	kg
5	c_2	180	N · s/m
6	k_2	1×10^7	N/m
7	m_3	10	kg
8	c_3	30	N · s/m
9	k_3	1×10^5	N/m
10	m_4	0,6	kg
11	c_4	165,6	N · s/m
12	k_4	$5{,}76 \times 10^6$	N/m

Hình 3 là đồ thị thể hiện đáp ứng biên độ chuyển vị của milling tool theo tần số không thứ nguyên $\Omega = \dfrac{\omega}{\omega_1}$ trong hai trường hợp: không có MRE-VA và có MRE-VA. Có thể thấy hệ không có MRE-VA xuất hiện hai vùng cộng hưởng rõ rệt, đặc biệt là đỉnh cộng hưởng phụ quanh $\Omega = 0{,}7$ và đỉnh cộng hưởng chính gần $\Omega = 1{,}3$. Khi bổ sung MRE-VA, biên độ dao động tại vùng cộng hưởng phụ giảm mạnh, cho thấy MRE-VA có khả năng hấp thụ và phân tán năng lượng dao động hiệu quả ở dải tần thấp hơn. Ở vùng cộng hưởng chính, đường cong có MRE-VA cũng cho biên độ nhỏ hơn so với trường hợp không có MRE-VA, mặc dù mức giảm không lớn bằng vùng cộng hưởng phụ. Nhìn chung, việc tích hợp MRE-VA giúp làm giảm biên độ dao động cực đại của milling tool, đồng thời làm đáp ứng tần số trở nên ổn định hơn trong miền khảo sát. Điều này chứng tỏ MRE-VA có tác dụng tích cực trong việc hạn chế dao động truyền từ spindle đến milling tool, qua đó có thể cải thiện độ ổn định động lực học của hệ Dao phay – trục chính – robot (Hình 3).



Hình 3. Đồ thị đáp ứng biên độ chuyển vị của dao phay

3.2. Tính toán tối ưu để tìm tỷ số cản

Để tối ưu trên toàn miền tần số,

$$\frac{\partial |U_1|^2}{\partial \Omega} = 0; \quad \frac{\partial |U_1|^2}{\partial \gamma_4} = 0 \tag{18}$$

trong đó:

$$|U_1|^2 = \frac{B_1^2 + B_2^2}{F_1^2 + F_2^2} \tag{19}$$

Từ đây ta có công thức tối ưu của tỷ số cản γ_4 trong miền tần số:

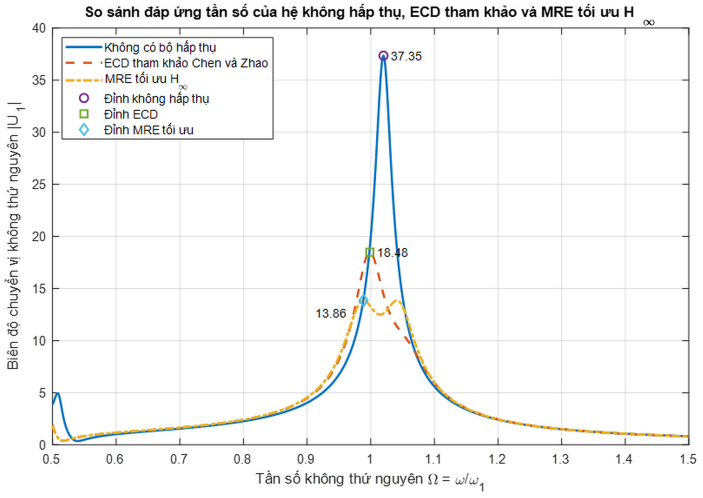
$$\gamma_{4,\text{opt}} = \frac{1}{\Omega}\frac{-C_1 + \sqrt{C_1^2 - 4C_2C_0}}{2C_2} \tag{20}$$

với:

$$C_2 = a_2b_1 - a_1b_2; \quad C_1 = 2(a_2b_0 - a_0b_2); \quad C_0 = a_1b_0 - a_0b_1 \tag{21}$$
$$a_0 = |B_1|^2; \quad a_1 = -2\,\text{Im}\left(B_2\overline{B_1}\right); \quad a_2 = |B_2|^2$$
$$b_0 = |F_1|^2; \quad b_1 = -2\,\text{Im}\left(F_2\overline{F_1}\right); \quad b_2 = |F_2|^2$$

Giá trị γ_{4opt} biểu thị hệ số cản tối ưu của nhánh hấp thụ dao động, được lựa chọn sao cho biên độ dao động của hệ chính U_1 đạt giá trị nhỏ nhất. Về bản chất, γ_4 quyết định khả năng tiêu tán năng lượng dao động truyền từ hệ chính sang bộ hấp thụ. Khi γ_4 quá nhỏ, bộ hấp thụ có thể dao động tương đối lớn nhưng năng lượng không được tiêu tán hiệu quả, làm cho dao động của hệ chính vẫn còn cao. Ngược lại, khi γ_4 quá lớn, chuyển động tương đối giữa khối phụ và hệ chính bị hạn chế, khiến bộ hấp thụ mất khả năng thu nhận năng lượng dao động. Vì vậy, γ_{4opt} là giá trị cân bằng giữa khả năng hấp thụ và khả năng tiêu tán năng lượng, giúp hệ phụ làm việc hiệu quả nhất trong việc giảm dao động của U_1. Trong bài toán tối ưu theo tần số, giá trị này có ý nghĩa đặc biệt quan trọng vì nó cho phép xác định mức cản phù hợp để giảm đỉnh cộng hưởng và cải thiện độ ổn định động lực học của toàn hệ.

Hình 4 trình bày kết quả so sánh đáp ứng của ba cấu hình dựa trên các thông số trong Bảng 1. Hệ không có bộ hấp thụ đạt biên độ cực đại 37,35. Cấu hình ECD theo Chen và Zhao [8] có biên độ giảm xuống 18,48 và sau tối ưu theo tiêu chuẩn H_∞, bộ MRE-VA đạt 13,85 đã cho thấy ảnh hưởng của hệ số cản γ_4 khi được lựa chọn một cách tối ưu, giúp hiệu quả giảm dao động tăng lên trong miền tần số rộng hơn so với các nghiên cứu trước đây.



Hình 4. So sánh đáp ứng tần số của hệ

Đối với bộ hấp thụ từ biến, kết quả tối ưu γ_4 không phải là một tham số độc lập mà phải được hiện thực hóa thông qua mức kích từ. Từ định nghĩa γ_4 và quan hệ $c_4 = c_4(B)$ hoặc $c_4 = c_4(I)$, có thể xác định ngược mức từ trường hoặc dòng điện cần thiết để đạt cản mục tiêu. Tương tự, $k_4 = k_4(B)$ hoặc $k_4 = k_4(I)$ quyết định tần số riêng của nhánh hấp thụ và phải được điều chỉnh đồng thời để duy trì

điều kiện gần cộng hưởng với tần số dao động trội. Như vậy, quy trình thiết kế hợp lý gồm hai bước: xác định cặp tham số cơ học mục tiêu (c_4, k_4) từ mô hình động lực học, sau đó ánh xạ các tham số này sang mức kích từ dựa trên dữ liệu nhận dạng của phần tử từ biến. Về ý nghĩa ứng dụng, khả năng thay đổi (c_4, k_4) là ưu điểm chính của bộ hấp thụ từ biến khi robot thay đổi tư thế hoặc chế độ cắt. Tuy nhiên, hiệu quả thực tế còn phụ thuộc vào dải điều chỉnh của vật liệu, độ trễ của mạch kích từ, nhiệt độ, giới hạn hành trình của khối lượng phụ và khối lượng bổ sung tại đầu robot. Các yếu tố này chưa được đưa vào mô hình tuyến tính hiện tại và cần được xem xét trong bước thiết kế nguyên mẫu.

4. Kết luận

Bài báo đã trình bày một mô hình động lực học rút gọn bốn bậc tự do cho hệ đầu dụng cụ-trục chính-robot có gắn bộ hấp thụ dao động từ biến. Hệ phương trình được đưa về dạng không thứ nguyên trên cơ sở sử dụng cùng một thang chuyển vị cho các tọa độ, qua đó bảo toàn tính nhất quán của các thành phần liên kết tương đối.

Phương pháp biên độ phức cho phép thiết lập hàm đáp ứng của đầu dụng cụ trong miền tần số. Từ hàm đáp ứng này, điều kiện tối ưu của hệ số cản γ_4 được xây dựng dưới dạng nghiệm giải tích theo từng tần số kích động. Bài báo cũng làm rõ rằng công thức $\gamma_{4,opt}$ không đồng nhất với nghiệm tối ưu H_∞ trên toàn miền tần số; bài toán H_∞ cần kết hợp thêm điều kiện cân bằng đỉnh cộng hưởng hoặc tối ưu số trên dải tần khảo sát.

Kết quả mô phỏng minh họa cho thấy việc bổ sung bộ hấp thụ từ biến có thể làm giảm biên độ cộng hưởng của đầu dụng cụ và cải thiện đáp ứng động lực học của hệ phay robot. Hướng nghiên cứu tiếp theo là nhận dạng thực nghiệm kiểm chứng mô hình bằng thí nghiệm phay và mở rộng mô hình sang bài toán ổn định có trễ của quá trình phay.

Tài liệu tham khảo

[1] Altintas, Y. (2012). *Manufacturing automation: Metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*. Cambridge University Press, Cambridge.

[2] Altintaş, Y., Budak, E. (1995). Analytical prediction of stability lobes in milling. *CIRP Annals*, 44(1): 357–362.

[3] Tobias, S. A. (1965). *Machine-tool vibration*. Blackie, London.

[4] Quintana, G., Ciurana, J. (2011). Chatter in machining processes: A review. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 51(5):363–376.

[5] Klimchik, A., Wu, Y., Caro, S., Furet, B., Pashkevich, A. (2014). Accuracy improvement of robot-based milling using an enhanced manipulator model. *arXiv preprint*, arXiv:1409.6234.

[6] K'Nevez, J.-Y., Cherif, M., Zapciu, M., Gérard, A. (2012). Experimental characterization of robot arm rigidity in order to be used in machining operation. *arXiv preprint*, arXiv:1201.4445.

[7] Goebels, M., Baumgärtner, J., Fuchs, T., Mühlbeier, E., Puchta, A., Fleischer, J. (2024). Milling using two mechatronically coupled robots. *arXiv preprint*, arXiv:2404.11271.

[8] Chen, F., Zhao, H. (2018). Design of eddy current dampers for vibration suppression in robotic milling. *Advances in Mechanical Engineering*, 10(11):1687814018814075.

[9] Den Hartog, J. P. (1956). *Mechanical vibrations*. 4th edition, McGraw-Hill, New York.

[10] Jolly, M. R., Carlson, J. D., Muñoz, B. C. (1996). A model of the behaviour of magnetorheological materials. *Smart Materials and Structures*, 5(5):607–614.

[11] Carlson, J. D., Jolly, M. R. (2000). MR fluid, foam and elastomer devices. *Mechatronics*, 10(4-5):555–569.

[12] Deng, H. X., Gong, X. L., Wang, L. H. (2006). Development of an adaptive tuned vibration absorber with magnetorheological elastomer. *Smart Materials and Structures*, 15(5):N111–N116.

[13] Behrooz, M., Wang, X., Gordaninejad, F. (2014). Performance of a new magnetorheological elastomer isolation system. *Smart Materials and Structures*, 23(4):045014.

[14] Snarskii, A., Shamonin, M., Yuskevich, P. (2020). Effect of magnetic-field-induced restructuring on the elastic properties of magnetoactive elastomers. *arXiv preprint*, arXiv:2002.11762.

[15] Wereley, N. M. (2014). *Magnetorheology: Advances and applications*. Royal Society of Chemistry, Cambridge.

[16] Spencer, B. F., Dyke, S. J., Sain, M. K., Carlson, J. D. (1997). Phenomenological model for magnetorheological dampers. *Journal of Engineering Mechanics*, 123(3):230–238.

Phụ lục A.

$$
\begin{aligned}
A_0 &= \alpha_2\alpha_3\left(\alpha_3+\alpha_4+1\right)+\alpha_3^2\left(\alpha_4+1\right)-\alpha_4^2\left(\alpha_2+\alpha_3\right)\\
A_2 &= -\alpha_2\alpha_3\mu_2-\alpha_2\alpha_3\mu_3-\alpha_2\alpha_3\mu_4-\alpha_2\alpha_4\mu_4-\alpha_2\mu_4-\alpha_3^2\mu_2-\alpha_3\alpha_4\mu_3-\alpha_3\alpha_4\mu_4-\alpha_3\mu_3\\
&\quad-\alpha_3\mu_4+\alpha_4^2\mu_3-\alpha_2\gamma_1\gamma_4-\alpha_2\gamma_3\gamma_4-\alpha_3\gamma_1\gamma_2-\alpha_3\gamma_1\gamma_3-\alpha_3\gamma_1\gamma_4-\alpha_3\gamma_2\gamma_3-2\alpha_3\gamma_2\gamma_4-\alpha_3\gamma_3\gamma_4\\
&\quad+\alpha_4\gamma_2\gamma_4+\alpha_4\gamma_3\gamma_4-\gamma_2\gamma_4-\gamma_3\gamma_4\\
A_4 &= \mu_3\mu_4+\alpha_2\mu_2\mu_4+\alpha_2\mu_3\mu_4+\alpha_3\mu_2\mu_3+\alpha_3\mu_2\mu_4+\alpha_4\mu_3\mu_4+\gamma_1\gamma_2\mu_4+\gamma_1\gamma_3\mu_4+\gamma_1\gamma_4\mu_3\\
&\quad+\gamma_2\gamma_3\mu_4+\gamma_2\gamma_4\mu_2+\gamma_2\gamma_4\mu_3+\gamma_2\gamma_4\mu_4+\gamma_3\gamma_4\mu_2+\gamma_3\gamma_4\mu_4\\
A_6 &= -\mu_2\mu_3\mu_4\\
C_0 &= \alpha_2\gamma_4+\alpha_3\gamma_2+\alpha_3\gamma_3+\alpha_3\gamma_4+\alpha_3^2\gamma_1+\alpha_3^2\gamma_2+\alpha_3^2\gamma_4-\alpha_4^2\gamma_2-\alpha_4^2\gamma_3+\alpha_2\alpha_3\gamma_1+\alpha_2\alpha_3\gamma_3\\
&\quad+2\alpha_2\alpha_3\gamma_4+\alpha_3\alpha_4\gamma_2+\alpha_3\alpha_4\gamma_3-\alpha_3\alpha_4\gamma_4-\alpha_2\alpha_4\gamma_4\\
C_2 &= -\gamma_2\mu_4-\gamma_3\mu_4-\gamma_4\mu_3-\gamma_1\gamma_2\gamma_4-\gamma_1\gamma_3\gamma_4-\gamma_2\gamma_3\gamma_4-\alpha_2\gamma_1\mu_4-\alpha_2\gamma_3\mu_4-\alpha_2\gamma_4\mu_2-\alpha_2\gamma_4\mu_3\\
&\quad-\alpha_2\gamma_4\mu_4-\alpha_3\gamma_1\mu_3-\alpha_3\gamma_1\mu_4-\alpha_3\gamma_2\mu_2-\alpha_3\gamma_2\mu_3-\alpha_3\gamma_2\mu_4-\alpha_3\gamma_3\mu_2-\alpha_3\gamma_4\mu_2-\alpha_3\gamma_4\mu_3\\
&\quad-\alpha_3\gamma_4\mu_4-\alpha_4\gamma_2\mu_4-\alpha_4\gamma_3\mu_4+\alpha_4\gamma_4\mu_3\\
C_4 &= \gamma_1\mu_3\mu_4+\gamma_2\mu_2\mu_4+\gamma_2\mu_3\mu_4+\gamma_3\mu_2\mu_4+\gamma_4\mu_2\mu_3+\gamma_4\mu_3\mu_4\\
D_0 &= \alpha_2\alpha_3^2+\alpha_2\alpha_3\alpha_4-\alpha_2\alpha_4^2+\alpha_3^2\alpha_4-\alpha_3\alpha_4^2\\
D_2 &= -\alpha_2\alpha_3^2-\alpha_2\alpha_3\alpha_4-\alpha_2\alpha_3-\alpha_2\alpha_3\mu_2-\alpha_2\alpha_3\mu_3-\alpha_2\alpha_3\mu_4-\alpha_2\alpha_3\gamma_1\gamma_3-2\alpha_2\alpha_3\gamma_1\gamma_4+\alpha_2\alpha_4^2\\
&\quad+\alpha_2\alpha_4\gamma_1\gamma_4-\alpha_2\alpha_4\mu_4-\alpha_2\gamma_3\gamma_4-\alpha_3^2\alpha_4-\alpha_3^2-\alpha_3^2\mu_2-\alpha_3^2\gamma_1\gamma_2-\alpha_3^2\gamma_1\gamma_4+\alpha_3\alpha_4^2-\alpha_3\alpha_4\mu_3\\
&\quad-\alpha_3\alpha_4\mu_4-\alpha_3\alpha_4\gamma_1\gamma_2-\alpha_3\alpha_4\gamma_1\gamma_3+\alpha_3\alpha_4\gamma_1\gamma_4-\alpha_3\gamma_2\gamma_3-2\alpha_3\gamma_2\gamma_4-\alpha_3\gamma_3\gamma_4+\alpha_4^2\mu_3\\
&\quad+\alpha_4^2\gamma_1\gamma_2+\alpha_4^2\gamma_1\gamma_3+\alpha_4\gamma_2\gamma_4+\alpha_4\gamma_3\gamma_4\\
D_4 &= \alpha_2\alpha_3\mu_2+\alpha_2\alpha_3\mu_3+\alpha_2\alpha_3\mu_4+\alpha_2\alpha_4\mu_4+\alpha_2\mu_2\mu_4+\alpha_2\mu_3\mu_4+\alpha_2\mu_4+\alpha_2\gamma_1\gamma_3\mu_4\\
&\quad+\alpha_2\gamma_1\gamma_4\mu_2+\alpha_2\gamma_1\gamma_4\mu_3+\alpha_2\gamma_1\gamma_4\mu_4+\alpha_2\gamma_1\gamma_4+\alpha_2\gamma_3\gamma_4+\alpha_3^2\mu_2+\alpha_3\alpha_4\mu_3\\
&\quad+\alpha_3\alpha_4\mu_4+\alpha_3\mu_2\mu_3+\alpha_3\mu_2\mu_4+\alpha_3\mu_3+\alpha_3\mu_4+\alpha_3\gamma_1\gamma_2\mu_2+\alpha_3\gamma_1\gamma_2\mu_3+\alpha_3\gamma_1\gamma_2\mu_4\\
&\quad+\alpha_3\gamma_1\gamma_2+\alpha_3\gamma_1\gamma_3\mu_2+\alpha_3\gamma_1\gamma_3+\alpha_3\gamma_1\gamma_4\mu_2+\alpha_3\gamma_1\gamma_4\mu_3+\alpha_3\gamma_1\gamma_4\mu_4+\alpha_3\gamma_1\gamma_4+\alpha_3\gamma_2\gamma_3\\
&\quad+2\alpha_3\gamma_2\gamma_4+\alpha_3\gamma_3\gamma_4-\alpha_4^2\mu_3+\alpha_4\mu_3\mu_4+\alpha_4\gamma_1\gamma_2\mu_4+\alpha_4\gamma_1\gamma_3\mu_4-\alpha_4\gamma_1\gamma_4\mu_3\\
&\quad-\alpha_4\gamma_2\gamma_4-\alpha_4\gamma_3\gamma_4+\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4+\gamma_2\gamma_3\mu_4+\gamma_2\gamma_4\mu_2+\gamma_2\gamma_4\mu_3+\gamma_2\gamma_4\mu_4+\gamma_2\gamma_4\\
&\quad+\gamma_3\gamma_4\mu_2+\gamma_3\gamma_4\mu_4+\gamma_3\gamma_4\\
D_6 &= -\alpha_2\mu_2\mu_4-\alpha_2\mu_3\mu_4-\alpha_3\mu_2\mu_3-\alpha_3\mu_2\mu_4-\alpha_4\mu_3\mu_4-\gamma_1\gamma_2\mu_2\mu_4-\gamma_1\gamma_2\mu_3\mu_4-\gamma_1\gamma_2\mu_4\\
&\quad-\gamma_1\gamma_3\mu_2\mu_4-\gamma_1\gamma_3\mu_4-\gamma_1\gamma_4\mu_2\mu_3-\gamma_1\gamma_4\mu_3\mu_4-\gamma_1\gamma_4\mu_3-\gamma_2\gamma_3\mu_4-\gamma_2\gamma_4\mu_2\\
&\quad-\gamma_2\gamma_4\mu_3-\gamma_2\gamma_4\mu_4-\gamma_3\gamma_4\mu_2-\gamma_3\gamma_4\mu_4-\mu_2\mu_3\mu_4-\mu_3\mu_4\\
D_8 &= \mu_2\mu_3\mu_4\\
E_0 &= \alpha_2\alpha_3^2\gamma_1+\alpha_2\alpha_3\alpha_4\gamma_1+\alpha_2\alpha_3\gamma_3+2\alpha_2\alpha_3\gamma_4-\alpha_2\alpha_4^2\gamma_1-\alpha_2\alpha_4\gamma_4+\alpha_3^2\alpha_4\gamma_1\\
&\quad+\alpha_3^2\gamma_2+\alpha_3^2\gamma_4-\alpha_3\alpha_4^2\gamma_1+\alpha_3\alpha_4\gamma_2+\alpha_3\alpha_4\gamma_3-\alpha_3\alpha_4\gamma_4-\alpha_4^2\gamma_2-\alpha_4^2\gamma_3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E_2 = &-\alpha_2\alpha_3\gamma_1\mu_2 - \alpha_2\alpha_3\gamma_1\mu_3 - \alpha_2\alpha_3\gamma_1\mu_4 - \alpha_2\alpha_3\gamma_1 - \alpha_2\alpha_3\gamma_3 - 2\alpha_2\alpha_3\gamma_4 - \alpha_2\alpha_4\gamma_1\mu_4 \\
&+ \alpha_2\alpha_4\gamma_4 - \alpha_2\gamma_1\gamma_3\gamma_4 - \alpha_2\gamma_3\mu_4 - \alpha_2\gamma_4\mu_2 - \alpha_2\gamma_4\mu_3 - \alpha_2\gamma_4\mu_4 - \alpha_2\gamma_4 \\
&- \alpha_3^2\gamma_1\mu_2 - \alpha_3^2\gamma_1 - \alpha_3^2\gamma_2 - \alpha_3^2\gamma_4 - \alpha_3\alpha_4\gamma_1\mu_3 - \alpha_3\alpha_4\gamma_1\mu_4 - \alpha_3\alpha_4\gamma_2 - \alpha_3\alpha_4\gamma_3 \\
&+ \alpha_3\alpha_4\gamma_4 - \alpha_3\gamma_1\gamma_2\gamma_3 - 2\alpha_3\gamma_1\gamma_2\gamma_4 - \alpha_3\gamma_1\gamma_3\gamma_4 - \alpha_3\gamma_2\mu_2 - \alpha_3\gamma_2\mu_3 - \alpha_3\gamma_2\mu_4 \\
&- \alpha_3\gamma_2 - \alpha_3\gamma_3\mu_2 - \alpha_3\gamma_3 - \alpha_3\gamma_4\mu_2 - \alpha_3\gamma_4\mu_3 - \alpha_3\gamma_4\mu_4 - \alpha_3\gamma_4 + \alpha_4^2\gamma_1\mu_3 + \alpha_4^2\gamma_2 \\
&+ \alpha_4^2\gamma_3 + \alpha_4\gamma_1\gamma_2\gamma_4 + \alpha_4\gamma_1\gamma_3\gamma_4 - \alpha_4\gamma_2\mu_4 - \alpha_4\gamma_3\mu_4 + \alpha_4\gamma_4\mu_3 - \gamma_2\gamma_3\gamma_4 \\
E_4 = &\ \alpha_2\gamma_1\mu_2\mu_4 + \alpha_2\gamma_1\mu_3\mu_4 + \alpha_2\gamma_1\mu_4 + \alpha_2\gamma_3\mu_4 + \alpha_2\gamma_4\mu_2 + \alpha_2\gamma_4\mu_3 \\
&+ \alpha_2\gamma_4\mu_4 + \alpha_3\gamma_1\mu_2\mu_3 + \alpha_3\gamma_1\mu_2\mu_4 + \alpha_3\gamma_1\mu_3 + \alpha_3\gamma_1\mu_4 + \alpha_3\gamma_2\mu_2 + \alpha_3\gamma_2\mu_3 \\
&+ \alpha_3\gamma_2\mu_4 + \alpha_3\gamma_3\mu_2 + \alpha_3\gamma_4\mu_2 + \alpha_3\gamma_4\mu_3 + \alpha_3\gamma_4\mu_4 + \alpha_4\gamma_1\mu_3\mu_4 + \alpha_4\gamma_2\mu_4 \\
&+ \alpha_4\gamma_3\mu_4 - \alpha_4\gamma_4\mu_3 + \gamma_1\gamma_2\gamma_3\mu_4 + \gamma_1\gamma_2\gamma_4\mu_2 + \gamma_1\gamma_2\gamma_4\mu_3 + \gamma_1\gamma_2\gamma_4\mu_4 + \gamma_1\gamma_2\gamma_4 \\
&+ \gamma_1\gamma_3\gamma_4\mu_2 + \gamma_1\gamma_3\gamma_4\mu_4 + \gamma_1\gamma_3\gamma_4 + \gamma_2\gamma_3\gamma_4 + \gamma_2\mu_2\mu_4 + \gamma_2\mu_3\mu_4 \\
&+ \gamma_2\mu_4 + \gamma_3\mu_2\mu_4 + \gamma_3\mu_4 + \gamma_4\mu_2\mu_3 + \gamma_4\mu_3\mu_4 + \gamma_4\mu_3 \\
E_6 = &-\gamma_1\mu_2\mu_3\mu_4 - \gamma_1\mu_3\mu_4 - \gamma_2\mu_2\mu_4 - \gamma_2\mu_3\mu_4 - \gamma_3\mu_2\mu_4 - \gamma_4\mu_2\mu_3 - \gamma_4\mu_3\mu_4
\end{aligned}
$$