Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, ĐHXDHN, 2026, 20 (3V): 46–54

CƠ SỞ XÁC ĐỊNH LỰC CẮT VÀ NĂNG LƯỢNG PHÁ HỦY CỦA BÌA CARTON TRONG MÁY BĂM CẮT HAI TRỤC

Nguyễn Anh Ngọc[a,*], Tống Đức Năng[b]

[a]*Khoa Cơ khí, Trường Đại học Giao thông Vận tải, số 3 phố Cầu Giấy, Phường Láng, Hà Nội, Việt Nam*
[b]*Khoa Cơ khí, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, 55 đường Giải Phóng, Phường Bạch Mai, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 17/7/2026, Sửa xong 17/8/2026, Chấp nhận đăng 18/8/2026

Tóm tắt

Bài báo trình bày cơ sở để xác định lực cắt trung bình và năng lượng phá hủy của bìa carton trong máy băm cắt hai trục. Bìa carton là vật liệu nhiều lớp, có cấu trúc xơ sợi và tính dị hướng, nên quá trình phá hủy khi băm cắt không chỉ diễn ra theo cơ chế cắt thuần túy mà còn bao gồm nén dập, kéo xé, tách lớp và làm bục cục bộ. Trên cơ sở cân bằng công, năng lượng phá hủy được mô tả gần đúng bằng tổng năng lượng tạo mặt cắt mới và năng lượng xé lan trong cấu trúc bìa. Dạng năng lượng được liên hệ với dạng lực tương đương thông qua quan hệ giữa năng lượng phá hủy và hành trình tác dụng của dao. Tiếp đó, tiêu chuẩn phá hủy Tsai-Wu được sử dụng để thiết lập mối quan hệ giữa ứng suất kéo và ứng suất cắt, qua đó khảo sát ảnh hưởng của ứng suất kéo và số lớp tương đương tham gia phá hủy đến lực cắt trung bình quy đổi. Kết quả là cơ sở lý thuyết cho các bước xác định mô men cản và công suất của máy; các tham số vật liệu cần được hiệu chỉnh bằng thực nghiệm.

Từ khoá: bìa carton; máy băm cắt hai trục; lực cắt; năng lượng phá hủy; mô hình Tsai-Wu.

A BASIS FOR DETERMINING THE CUTTING FORCE AND FRACTURE ENERGY OF CARDBOARD IN A TWIN-SHAFT SHREDDER

Abstract

This paper presents a basis for determining the average cutting force and fracture energy of cardboard in a twin-shaft cardboard shredder. Cardboard is a multilayer fibrous and anisotropic material; therefore, its failure during shredding involves not only pure shearing but also local crushing, tearing, delamination, and bursting. Based on a work-energy balance, the fracture energy is approximated as the sum of the energy required to create new cut surfaces and the energy associated with tear propagation. The energy formulation is linked to an equivalent force formulation through the relationship between fracture energy and the effective cutter displacement. The Tsai-Wu failure criterion is then used to establish the tensile-shear interaction and to investigate the effects of tensile stress and the equivalent number of layers participating in failure on the normalized average cutting force. The results provide a theoretical basis for subsequent calculations of resisting torque and machine power, while the material parameters require experimental calibration.

Keywords: cardboard; twin-shaft shredder; cutting force; fracture energy; Tsai-Wu failure model.

https://doi.org/10.31814/stce.huce2026-20(3V)-05 © 2026 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Trong các hệ thống xử lý và tái chế chất thải rắn, băm cắt sơ bộ là công đoạn có vai trò quan trọng nhằm làm giảm kích thước vật liệu, tăng độ đồng đều của nguyên liệu đầu vào, tạo thuận lợi cho các quá trình vận chuyển, phân loại, ép kiện, nghiền tinh hoặc tái chế tiếp theo. Fitzgerald [1] chỉ ra rằng quá trình tiền xử lý bằng băm nhỏ có thể làm thay đổi đáng kể đặc tính hình học và khả năng xử lý của chất thải rắn đô thị, trong khi Nguyễn Văn Phước [2] nhấn mạnh rằng việc lựa chọn thiết bị giảm kích thước phải dựa trên thành phần vật liệu, độ ẩm, kích thước đầu vào, yêu cầu kích thước đầu ra và năng suất của dây chuyền. Đối với bìa carton, mặc dù vật liệu có khối lượng riêng nhỏ và độ cứng thấp hơn nhiều so với kim loại, bê tông hoặc cao su, quá trình băm cắt vẫn tương đối phức tạp vì carton là vật liệu nhiều lớp, có tính không đồng nhất, không đẳng hướng và dễ xuất hiện đồng thời các cơ chế ép, uốn, cắt, xé, bóc tách lớp và ma sát. Vì vậy, việc xác định lực cắt và năng lượng phá hủy của bìa carton

*Tác giả đại diện. *Địa chỉ e-mail:* nguyenanhngocmxd@utc.edu.vn (Ngọc, N. A.)

trong máy băm cắt hai trục không thể chỉ dựa trên một giá trị giới hạn bền đơn giản, mà cần xem xét tổng hợp đặc tính cơ học của vật liệu, kết cấu dao, khe hở cắt, chế độ chuyển động và trạng thái tương tác giữa các lớp giấy.

Máy băm cắt hai trục thường sử dụng hai trục dao quay ngược chiều nhau, trên mỗi trục bố trí nhiều đĩa dao hoặc lưỡi dao xen kẽ. Vật liệu được kéo vào vùng làm việc nhờ thành phần lực tiếp tuyến của dao, sau đó bị giữ, nén và phá hủy giữa hai cạnh cắt hoặc giữa cạnh dao và vòng đệm. Nguyên lý này tạo ra khả năng tự cấp liệu và phù hợp với các loại chất thải có kích thước, hình dạng và tính chất không đồng đều. Các nghiên cứu của Khodier và cs., Lasch và cs., cùng Vatskicheva và Grigorova [3–5] cho thấy hiệu quả của quá trình băm cắt phụ thuộc đáng kể vào hình học dụng cụ cắt, khe hở cắt, tốc độ quay và điều kiện vận hành của bộ phận băm. Trong nghiên cứu về máy băm cắt rác thải ni lông, Lê Hồng Chương và Đỗ Văn Nhất [6] cũng chỉ ra rằng các thông số kết cấu và động học của bộ phận cắt là cơ sở quan trọng để xác định lực, công suất dẫn động và khả năng làm việc ổn định của máy. Mặc dù ni lông và carton có cơ chế phá hủy khác nhau, phương pháp phân tích cân bằng lực, mômen và năng lượng của bộ phận cắt vẫn có thể được sử dụng làm nền tảng để xây dựng mô hình tính toán cho carton.

Về bản chất vật liệu, bìa carton, đặc biệt là carton sóng, thường gồm hai hoặc nhiều lớp giấy phẳng liên kết với một hoặc nhiều lớp giấy tạo sóng. Cấu trúc này làm cho tính chất cơ học theo phương máy, phương ngang máy và phương chiều dày có sự khác biệt rõ rệt. Suhling và cs. [7] đã sử dụng phương pháp phân tích cường độ dạng tensor để mô tả tính không đẳng hướng của giấy bìa, cho thấy khả năng chịu kéo, nén và cắt phụ thuộc vào phương tác dụng của tải. Park, Chang và Jung [8] tiếp tục chỉ ra rằng tính chất cơ học tương đương của carton sóng có thể được dự đoán bằng mô hình phần tử hữu hạn ba chiều, trong đó hình dạng lớp sóng, chiều dày các lớp và điều kiện liên kết ảnh hưởng trực tiếp đến độ cứng và trạng thái ứng suất của tấm. Do đó, khi xác định lực băm cắt, cần phân biệt trường hợp đường cắt song song hoặc vuông góc với hướng sợi giấy, đồng thời xem xét số lớp giấy thực tế tham gia chịu tải. Nếu lưỡi dao tác động vuông góc với hướng có độ bền cao, lực cực đại có thể lớn hơn; ngược lại, khi vết nứt phát triển thuận theo hướng sợi hoặc theo bề mặt tiếp xúc giữa các lớp, hiện tượng xé và tách lớp có thể chiếm ưu thế.

Bollen và cs. [9] khi nghiên cứu quá trình cắt màng PET đã cho thấy lực cắt không chỉ phụ thuộc vào độ bền của vật liệu mà còn chịu ảnh hưởng đáng kể của hình dạng lưỡi cắt, góc đặt dao, mức độ tập trung ứng suất tại mép cắt và quá trình hình thành vết nứt. Tương tự, Wu, McCarthy và Stachurski [10] cho thấy sức kháng xé của màng nhựa nhiều lớp phụ thuộc vào cấu trúc từng lớp, hướng phát triển vết nứt và tương tác giữa các bề mặt liên kết. Mặc dù bìa carton khác với màng polymer về cấu trúc và tính chất, hai nghiên cứu này gợi ý rằng việc xác định lực phá hủy không nên chỉ dựa trên ứng suất cắt giới hạn, mà cần xét đến cơ học phát triển vết nứt. Đối với carton, sau khi lưỡi dao tạo được vết cắt ban đầu, vết nứt có thể tiếp tục lan truyền theo chiều sợi giấy, dọc theo lớp keo hoặc tại bề mặt tiếp xúc giữa lớp sóng và lớp giấy phẳng. Khi đó, lực cần thiết để duy trì quá trình phá hủy có thể nhỏ hơn lực cực đại tại thời điểm khởi tạo vết nứt. Vì vậy, đường cong lực theo hành trình dao thường có dạng tăng nhanh đến giá trị cực đại, sau đó dao động và giảm dần khi vật liệu bị cắt, xé hoặc tách lớp hoàn toàn.

Vì vậy, mục tiêu của bài báo là xây dựng một chuỗi mô hình thống nhất từ năng lượng phá hủy đến lực cắt trung bình của bìa carton trong máy băm cắt hai trục. Trước hết, tổng năng lượng phá hủy được mô tả gần đúng bởi hai thành phần chính là năng lượng tạo mặt cắt mới và năng lượng xé lan. Tiếp theo, cân bằng năng lượng được chuyển sang dạng lực tương đương thông qua hành trình phá hủy hiệu dụng của dao. Cuối cùng, tiêu chuẩn Tsai-Wu được sử dụng để mô tả tương tác kéo-cắt và khép kín biểu thức lực phục vụ khảo sát. Cách tiếp cận này làm cơ sở cho các bước tính toán tiếp theo

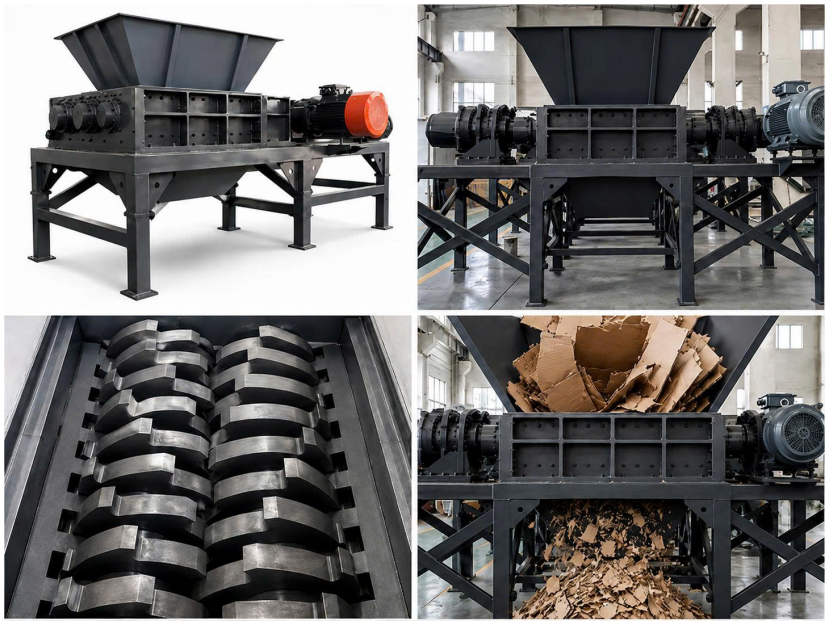
về mô men cản và công suất cần thiết của máy băm cắt hai trục.

2. Tổng quan nghiên cứu và cơ sở lựa chọn mô hình

Trên thế giới, công nghệ làm nhỏ phế liệu phát triển theo hai nhóm điển hình: nghiền va đập tốc độ cao, mô men thấp và băm cắt tốc độ thấp, mô men lớn. Fitzgerald [1] cho thấy thiết bị băm cắt tốc độ thấp, mô men cao có thể tạo phân bố kích thước đồng đều hơn và tiêu hao năng lượng thấp hơn đối với một số dòng rác thải hỗn hợp so với nghiền búa cùng năng suất. Các nghiên cứu tổng quan về quá trình giảm kích thước cũng nhấn mạnh vai trò của cơ chế phá hủy, kích thước sản phẩm sau xử lý và tiêu hao năng lượng trong lựa chọn thiết bị [11].

Đối với máy băm cắt trục đôi, Lê Hồng Chương và Đỗ Văn Nhất [6] đã đề xuất trình tự xác định các thông số hình học và động học của máy băm cắt rác thải ni lông phục vụ tái chế, trong đó kích thước sản phẩm đầu ra có quan hệ trực tiếp với chiều dày dao, số lưỡi cắt, đường kính dao và tốc độ quay trục dao. Các nghiên cứu gần đây còn tập trung vào thiết kế bền vững và dự báo tuổi thọ dao nghiền [12], thiết kế, chế tạo và đánh giá máy băm nhựa chi phí thấp [13], mô phỏng quá trình băm cấu trúc đa vật liệu bằng FEM [14], cũng như cơ chế mòn và ảnh hưởng của hình học, phương đặt lưỡi dao băm PET [15].

Bìa carton nhiều lớp có đặc điểm cơ học khác với ni lông hoặc nhựa mềm. Nghiên cứu về cắt màng polymer cho thấy lực và chất lượng cắt chịu ảnh hưởng đáng kể của hình dạng lưỡi, điều kiện tiếp xúc và quá trình hình thành vết nứt [9]. Nghiên cứu về khả năng chống xé của màng nhiều lớp cũng chỉ ra rằng đặc tính phá hủy của vật liệu nhiều lớp không phải lúc nào cũng có thể suy ra trực tiếp từ từng lớp riêng rẽ [10]. Do đó, khi tính toán bộ công tác băm cắt bìa carton, cần xét đồng thời các cơ chế cắt và kéo–xé thay vì chỉ quy đổi vật liệu thành một lớp đồng nhất (Hình 1).



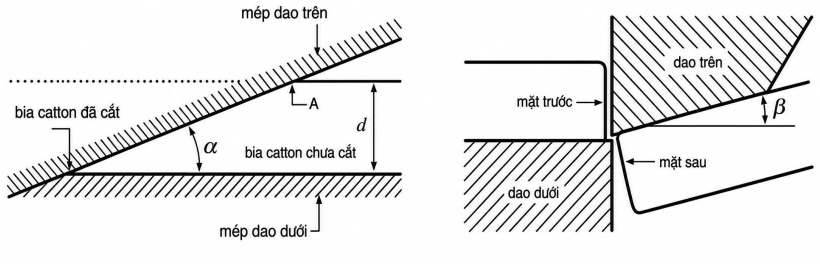
Hình 1. Sơ đồ nguyên lý máy băm cắt hai trục

3. Mô hình lý thuyết cắt và phương trình năng lượng

3.1. Lý thuyết cắt các loại vật liệu

Quá trình cắt vật liệu về bản chất là một quá trình tiêu tán năng lượng, trong đó năng lượng cơ học do dao hoặc cơ cấu cắt truyền vào vật liệu được chuyển hóa thành năng lượng biến dạng, năng lượng

phá hủy, năng lượng ma sát và các dạng tổn hao phụ khác. Đối với vật liệu kim loại dẻo, quá trình cắt thường gắn với biến dạng dẻo cục bộ lớn trước khi hình thành mặt phá hủy; trong khi đó, đối với vật liệu giòn, sự phá hủy chủ yếu được chi phối bởi sự khởi tạo và lan truyền vết nứt khi năng lượng giải phóng đạt đến giá trị tới hạn. Đối với các vật liệu có cấu trúc xơ sợi hoặc nhiều lớp như giấy, bìa và bìa carton, cơ chế cắt phức tạp hơn do vật liệu không đồng nhất, có tính dị hướng và tồn tại đồng thời nhiều cơ chế phá hủy như cắt đứt xơ sợi, kéo đứt liên kết giữa các sợi, nén dập cục bộ, tách lớp và xé lan theo các phương yếu của cấu trúc vật liệu. Vì vậy, việc mô tả quá trình cắt bìa carton chỉ bằng một đại lượng ứng suất cắt tới hạn là chưa đầy đủ, mà cần tiếp cận theo quan điểm cân bằng năng lượng và cơ học phá hủy (Hình 2).



Hình 2. Mô hình lý thuyết cắt áp dụng cho bìa carton

Công cơ học do dao truyền vào vật liệu trong một quá trình cắt bất kỳ có thể được xác định thông qua tích phân lực cắt theo chuyển vị dao. Quan hệ tổng quát được biểu diễn như sau:

$$W = \int_0^{\delta} P(\delta)\,\mathrm{d}\delta, \quad 0 \le \delta \le \delta_f \tag{1}$$

trong đó W là công cắt hoặc năng lượng tiêu hao cho quá trình cắt; $P(\delta)$ là lực cắt tức thời phụ thuộc vào chuyển vị dao; δ_f là hành trình phá hủy hiệu dụng.

Quan hệ này cho thấy lực cắt đo được trong thực nghiệm thực chất là biểu hiện tức thời của quá trình tích lũy và tiêu tán năng lượng trong vùng phá hủy. Đối với vật liệu dẻo, năng lượng tiêu hao chủ yếu gồm năng lượng biến dạng đàn hồi, năng lượng biến dạng dẻo và năng lượng ma sát giữa dao với vật liệu. Có thể biểu diễn gần đúng:

$$W = W_{bd} + W_{pl} + W_{ms} \tag{2}$$

trong đó W_{bd} là năng lượng biến dạng đàn hồi, W_{pl} là năng lượng biến dạng dẻo và W_{ms} là năng lượng ma sát. Đối với vật liệu giòn, phần năng lượng biến dạng dẻo nhỏ hơn đáng kể, còn phá hủy được chi phối bởi năng lượng tạo và lan truyền vết nứt. Điều kiện phá hủy có thể biểu diễn theo cơ học phá hủy:

$$G \ge G_c \tag{3}$$

trong đó G là tốc độ giải phóng năng lượng và G_c là năng lượng phá hủy tới hạn của vật liệu. Khi năng lượng giải phóng đạt hoặc vượt giá trị tới hạn, vết nứt được hình thành và tiếp tục lan truyền.

Bìa carton là vật liệu có cấu trúc xơ sợi nhiều lớp, thường gồm lớp giấy mặt, lớp sóng và lớp giấy mặt còn lại. Cấu trúc này làm cho quá trình phá hủy khi cắt không diễn ra như một vật liệu đồng nhất, mà là sự kết hợp của nhiều cơ chế: nén dập lớp sóng, cắt đứt xơ sợi, kéo đứt liên kết giữa các xơ sợi, tách lớp và xé lan. Ngoài ra, do đặc điểm hình thành của giấy, bìa carton có tính dị hướng theo chiều máy giấy và chiều ngang máy giấy. Vì vậy, các đại lượng như mô đun đàn hồi, độ bền kéo, độ bền cắt

và năng lượng xé có thể thay đổi theo hướng tác dụng của dao. Về mặt cơ học, vùng vật liệu trước lưỡi dao không chỉ chịu ứng suất cắt thuần túy, mà còn chịu đồng thời nén, kéo, uốn và ma sát. Do đó, để mô tả chính xác hơn bản chất phá hủy của bìa carton, cần tách tổng năng lượng phá hủy thành các thành phần có ý nghĩa vật lý riêng biệt. Trong nghiên cứu thiết kế máy băm hai trục, hai thành phần quan trọng nhất là năng lượng phần cắt và năng lượng phần xé.

3.2. Thiết lập phương trình năng lượng

Năng lượng phần cắt: Năng lượng phần cắt đặc trưng cho phần năng lượng cần thiết để tạo ra mặt cắt mới do tác dụng trực tiếp của dao hoặc răng dao. Nếu gọi G_c là năng lượng phá hủy riêng để tạo mặt cắt mới và A_c là diện tích mặt cắt mới được tạo thành, năng lượng phần cắt được xác định theo:

$$W_c = G_c A_c \tag{4}$$

Đối với một đường cắt có chiều dài L_c và bìa carton có chiều dày h, nếu xét hai bề mặt phá hủy mới được hình thành, diện tích mặt cắt có thể lấy gần đúng:

$$A_c = 2hL_c \tag{5}$$

Thay (5) vào (4), năng lượng phần cắt được viết thành:

$$W_c = G_c\, 2hL_c \tag{6}$$

Biểu thức (6) cho thấy năng lượng phần cắt tăng theo chiều dày bìa, chiều dài đường cắt và năng lượng phá hủy riêng của vật liệu. Các tham số hình học của dao, khe hở dao, độ sắc lưỡi dao và chiều dày bìa vì vậy có thể ảnh hưởng đến công cắt thông qua hình học vùng phá hủy và giá trị tham số vật liệu hiệu dụng.

Năng lượng phần xé: Bên cạnh cơ chế cắt trực tiếp, bìa carton còn bị phá hủy bởi quá trình xé lan do răng dao kẹp, kéo và làm phát triển vết nứt ra ngoài vùng cắt lý tưởng. Nếu gọi R_t là năng lượng xé trên một đơn vị chiều dài và L_t là tổng chiều dài vết xé phát sinh, năng lượng phần xé được xác định theo:

$$W_t = R_t L_t \tag{7}$$

Trong mô hình gần đúng của nghiên cứu này, tổng năng lượng phá hủy chính được lấy bằng tổng năng lượng tạo mặt cắt mới và năng lượng xé lan:

$$W = W_c + W_t \tag{8}$$

Biểu thức (8) tập trung vào hai cơ chế được sử dụng để liên hệ với mô hình lực ở mục sau. Các cơ chế nén dập, ma sát, tách lớp và các tổn hao khác chưa được tách thành các hạng độc lập mà được xem là phần cần hiệu chỉnh khi xác định các tham số vật liệu và kiểm chứng thực nghiệm.

Với cách phân rã này, G_c và R_t là các tham số vật liệu có ý nghĩa khác nhau: G_c đặc trưng cho tạo mặt cắt mới, còn R_t đặc trưng cho xé lan theo chiều dài vết nứt.

Thay (6) và (7) vào (8), thu được biểu thức năng lượng phá hủy gần đúng:

$$W = G_c\, 2hL_c + R_t L_t \tag{9}$$

Trong (9), G_c và R_t cần được xác định hoặc hiệu chỉnh bằng thí nghiệm cho từng cấu hình carton, hướng sợi và độ ẩm cụ thể. Vì vậy, Mục 3.2 có vai trò xác lập cơ sở năng lượng của quá trình phá hủy; Mục 3.3 dưới đây chuyển cân bằng năng lượng này sang dạng lực tương đương để phục vụ khảo sát.

3.3. Liên hệ mô hình năng lượng với lực cắt trung bình

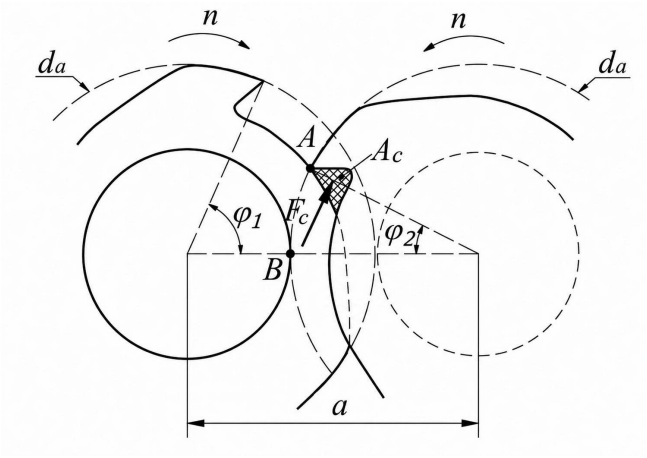
Từ quan hệ công cắt tổng quát, lực cắt trung bình trong một hành trình phá hủy hiệu dụng δ_f được xác định bằng năng lượng phá hủy chia cho hành trình tương ứng:

$$P_{tb} = \frac{W}{\delta_f} \tag{10}$$

trong đó P_{tb} là lực cắt trung bình và δ_f là chuyển vị phá hủy hiệu dụng của dao.

Trong Mục 3.2, khi biểu diễn theo lực, xét cùng hành trình δ_f: công của thành phần tạo mặt cắt được xấp xỉ bởi $F_c\delta_f$ và công của thành phần kéo–xé bởi $F_x\delta_f$. Khi đó $W = W_c + W_t$ có thể viết tương đương:

$$W \approx F_c\delta_f + F_x\delta_f = (F_c + F_x)\delta_f \tag{11}$$



Hình 3. Mô hình xác định lực cản cắt cạnh dao của một cặp răng cắt

Trong biểu diễn lực của nghiên cứu trước [6], $F_c = \tau_{12}A$ là thành phần lực tạo mặt cắt và $F_x = n_e\sigma_1 A$ là thành phần kéo–xé tương đương; $A = bt$ là diện tích tham chiếu của vùng cắt, b là bề rộng vùng cắt và t là chiều dày bìa carton (Hình 3). Cách biểu diễn này được sử dụng như dạng lực tương đương của cân bằng năng lượng ở Mục 3.2, không phải một hướng tính toán độc lập.

Kết hợp (10) và (11), lực cắt trung bình được biểu diễn:

$$P_{tb} = F_c + F_x = \tau_{12}A + n_e\sigma_1 A = A\,(\tau_{12} + n_e\sigma_1) \tag{12}$$

trong đó n_e là số lớp tương đương thực sự tham gia cơ chế cắt–xé. Đại lượng n_e không nhất thiết bằng số lớp hình học của tấm vì lớp mặt, lớp sóng và lớp keo có cơ chế chịu lực khác nhau.

Để xác định thành phần τ_{12} trong (12) theo ứng suất pháp σ_1, bài báo sử dụng tiêu chuẩn phá hủy tensorial dạng Tsai-Wu trong điều kiện ứng suất phẳng. Khi xét theo phương máy của giấy (MD), quan hệ kéo–cắt được viết theo bộ hệ số tham khảo từ Suhling và cs. [7]:

$$0{,}000874\sigma_1^2 - 0{,}03099\sigma_1 + 0{,}003651\tau_{12}^2 = 1 \tag{13}$$

Các hệ số trong (13) được kế thừa từ nghiên cứu về paperboard [7] và chỉ được sử dụng để khảo sát định tính xu hướng tương tác kéo–cắt. Chúng không được xem là bộ hệ số phổ quát cho mọi loại carton; để dự báo định lượng cho carton sóng nhiều lớp cần nhận dạng lại các hệ số theo cấu trúc lớp, hướng sợi và độ ẩm cụ thể.

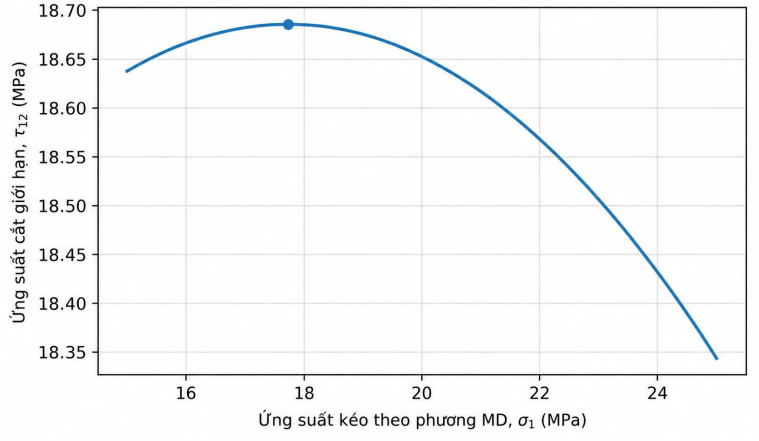
Giải (13) theo τ_{12} thu được:

$$\tau_{12}(\sigma_1) = \sqrt{\frac{1 - 0{,}000874\sigma_1^2 + 0{,}03099\sigma_1}{0{,}003651}} \tag{14}$$

4. Khảo sát

4.1. Quan hệ giữa ứng suất kéo và ứng suất cắt

Đối tượng tính toán là bộ công tác máy băm cắt bìa carton dạng hai trục. Để minh họa phương pháp, vật liệu được giả thiết là carton 5 lớp với chiều dày $h = 5{,}4$ mm; miền ứng suất pháp theo phương MD được chọn $\sigma_1 = 15 \div 25$ MPa để khảo sát độ nhạy. Quan hệ $\tau_{12}(\sigma_1)$ được tính theo (14) với bộ hệ số Tsai-Wu tham khảo từ [7].



Hình 4. Liên hệ giữa ứng suất kéo và ứng suất cắt

Trong miền khảo sát (Hình 4), ứng suất cắt giới hạn τ_{12} thay đổi không lớn khi σ_1 thay đổi. Giá trị τ_{12} dao động xấp xỉ từ 18,4 ÷ 18,69 MPa, tức chỉ biến thiên khoảng 1 ÷ 2%. Đường cong có dạng phi tuyến nhẹ, tăng chậm lúc đầu, đạt cực đại gần $\sigma_1 = 17{,}75$ MPa với $\tau_{12} \approx 18{,}68$ MPa, sau đó giảm dần. Kết quả cho thấy theo bộ hệ số tham khảo đang sử dụng, tương tác kéo–cắt chỉ làm thay đổi nhỏ τ_{12} trong miền khảo sát. Đây là kết quả định tính; giá trị định lượng cần được kiểm chứng sau khi nhận dạng hệ số Tsai-Wu cho loại carton thực tế.

4.2. Ảnh hưởng của ứng suất kéo và số lớp tương đương đến lực cắt trung bình

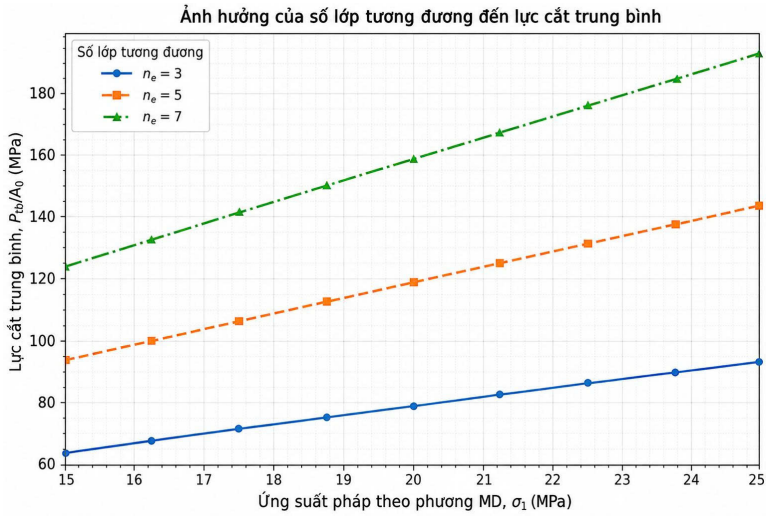
Kết hợp biểu thức lực (12) với quan hệ Tsai-Wu (14), lực cắt trung bình được khảo sát ở dạng quy đổi theo diện tích tham chiếu A. Khi đó ảnh hưởng của ứng suất pháp σ_1 và số lớp tương đương n_e được biểu diễn bởi:

$$\frac{P_{tb}}{A} = \tau_{12}(\sigma_1) + n_e\sigma_1 \tag{15}$$

Trong (15), n_e là số lớp tương đương tham gia cơ chế cắt–xé và không nhất thiết bằng số lớp hình học. Hình 5 khảo sát độ nhạy với $n_e = 3$, 5 và 7 nhằm minh họa xu hướng thay đổi lực cắt trung bình quy đổi khi số lớp tham gia phá hủy tăng. Do $\tau_{12}(\sigma_1)$ chỉ biến thiên nhỏ trong miền khảo sát, thành phần $n_e\sigma_1$ chi phối rõ hơn mức tăng của P_{tb}/A.

Đồ thị (Hình 5) cho thấy lực cắt trung bình quy đổi P_{tb}/A tăng gần tuyến tính khi σ_1 tăng trong miền từ 15 đến 25 MPa. Khi n_e tăng từ 3 lên 5 và 7, các đường cong dịch chuyển rõ rệt lên phía trên, cho thấy số lớp tham gia phá hủy có ảnh hưởng lớn đến lực cắt trung bình trong mô hình. Khoảng

cách giữa các đường gần như ổn định, phản ánh giả thiết các thành phần kéo–xé của từng lớp tương đương được cộng tuyến tính. Tuy nhiên, kết quả này chủ yếu thể hiện xu hướng lý thuyết; để xác định chính xác lực cắt của carton thực tế cần hiệu chỉnh các hệ số Tsai-Wu, G_c, R_t và các thông số vật liệu bằng thí nghiệm cho từng cấu hình lớp, hướng sợi và độ ẩm cụ thể.



Hình 5. Ảnh hưởng của số lớp tương đương đến lực cắt trung bình quy đổi

5. Kết luận

Bài báo đã xây dựng một khung lý thuyết thống nhất để liên hệ năng lượng phá hủy với lực cắt trung bình của bìa carton trong máy băm cắt hai trục. Tổng năng lượng phá hủy được mô tả gần đúng bởi năng lượng tạo mặt cắt mới và năng lượng xé lan; từ cân bằng công, mô hình được chuyển sang dạng lực tương đương thông qua hành trình phá hủy hiệu dụng của dao.

Tiêu chuẩn Tsai-Wu được sử dụng để xác định quan hệ tương tác kéo–cắt $\tau_{12}(\sigma_1)$ trong biểu thức lực, qua đó khảo sát ảnh hưởng của ứng suất kéo và số lớp tương đương đến P_{tb}/A. Trong miền khảo sát, τ_{12} biến thiên nhỏ, trong khi số lớp tương đương n_e làm thay đổi rõ mức lực cắt trung bình quy đổi. Như vậy, mô hình Tsai-Wu đóng vai trò khép kín thành phần ứng suất cắt trong cùng chuỗi mô hình năng lượng–lực, không phải một phương pháp tính độc lập.

Giới hạn của nghiên cứu là mô hình hiện chủ yếu dựa trên phân tích lý thuyết và các tham số vật liệu tham khảo. Các đại lượng G_c, R_t, hệ số Tsai-Wu và mức tham gia thực tế của các lớp cần được xác định hoặc hiệu chỉnh bằng thí nghiệm lực–chuyển vị cho từng cấu hình carton, hướng sợi và độ ẩm. Hướng nghiên cứu tiếp theo là chế tạo mẫu thử, đo lực và công suất thực tế, đánh giá phân bố kích thước sản phẩm sau băm và ảnh hưởng của độ ẩm, chế độ cắt và độ mòn dao.

Kết quả của nghiên cứu cung cấp cơ sở ban đầu để xác định lực cắt tương đương, từ đó làm đầu vào cho các bước xây dựng mô hình mô men cản, công suất và năng lượng riêng của máy băm cắt hai trục.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông vận tải (ĐH GTVT) trong đề tài mã số T2026-CK-012.

Tài liệu tham khảo

[1] Fitzgerald, G. C. (2009). *Technical and economic analysis of pre-shredding municipal solid wastes prior to disposal*. Master's thesis, Columbia University, New York.

[2] Phước, N. V. (2008). *Giáo trình quản lý và xử lý chất thải rắn*. Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội.

[3] Khodier, K., Feyerer, C., Möllnitz, S., Curtis, A., Sarc, R. (2021). Efficient derivation of significant results from mechanical processing experiments with mixed solid waste: Coarse-shredding of commercial waste. *Waste Management*, 121:164–174.

[4] Lasch, T., Khodier, K., Feyerer, C., Lehner, M., Sarc, R. (2024). Influence of material–material interactions and wear on coarse waste shredders. *Waste Management & Research: The Journal for a Sustainable Circular Economy*, 43(8):1234–1244.

[5] Vatskicheva, M., Grigorova, I. (2017). Study of two-shaft shredder for crushing of concrete, rubber, plastic and wood. *Journal of International Scientific Publications: Materials, Methods and Technologies*, 11:340–348.

[6] Chương, L. H., Nhất, Đ. V. (2019). Nghiên cứu xác định một số thông số cơ bản của máy băm cắt rác thải ni lông phục vụ tái chế. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCNXD) - ĐHXD*, 13(3V):91–98.

[7] Suhling, J. C., Rowlands, R. E., Johnson, M. W., Gunderson, D. E. (1985). Tensorial strength analysis of paperboard. *Experimental Mechanics*, 25(1):75–84.

[8] Park, J., Chang, S., Jung, H. M. (2020). Numerical prediction of equivalent mechanical properties of corrugated paperboard by 3D finite element analysis. *Applied Sciences*, 10(22):7973.

[9] Bollen, D., Deneir, J., Aernoudt, E., Muylle, W. (1989). Shear cutting of PET film. *Journal of Materials Science*, 24(8):2957–2966.

[10] Wu, R. Y., McCarthy, L. D., Stachurski, Z. H. (1994). Tearing resistance of multi-layer plastic films. *International Journal of Fracture*, 68(2):141–150.

[11] Abbadi, A., Rácz, A., Bokányi, L. (2024). Exploring the comminution process of waste printed circuit boards in recycling: a review. *Journal of Material Cycles and Waste Management*, 26(3):1326–1348.

[12] Sucuoglu, H. S., Aksoy, S., Demircioglu, P., Bogrekci, I. (2025). Sustainable design and lifecycle prediction of crusher blades through a digital replica-based predictive prototyping framework and data-efficient machine learning. *Sustainability*, 17(16):7543.

[13] Mangngi, F., Rorong, M., Rantung, R. (2024). Design, fabrication, and performance evaluation of a low-cost plastic shredder. *Proceedings of the 11th International Conference on Green Technology*.

[14] Heibeck, M., Richter, J., Hornig, A., Mütze, T., Rudolph, M., Reuter, M., Modler, N., Filippatos, A. (2023). Simulating the shredding process of multi-material structures for recyclability assessment. *Materials & Design*, 232:112167.

[15] Wong, J. H., Karen, W. M. J., Bahrin, S. A., Chua, B. L., Melvin, G. J. H., Siambun, N. J. (2022). Wear mechanisms and performance of PET shredder blade with various geometries and orientations. *Machines*, 10(9):760.