Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, ĐHXDHN, 2026, 20 (3V): 1–11

NGHIÊN CỨU BỘ GIẢM CHẤN KHỐI LƯỢNG TÍCH HỢP PHẦN TỬ ÁP ĐIỆN XẾP CHỒNG LẮP TRÊN KẾT CẤU CHÍNH CÓ CẢN CHỊU KÍCH ĐỘNG NGOÀI

Vũ Anh Tuấn[a,*], Nguyễn Văn Tịnh[a], Nguyễn Văn Mẫn[a]

[a]*Khoa Cơ khí, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, 55 đường Giải Phóng, phường Bạch Mai, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 17/7/2026, Sửa xong 03/8/2026, Chấp nhận đăng 14/8/2026

Tóm tắt

Bài báo trình bày nghiên cứu bộ giảm chấn khối lượng điều chỉnh tích hợp phần tử áp điện xếp chồng lắp trên kết cấu chính có cản chịu kích động điều hòa nhằm đồng thời giảm rung và thu hồi năng lượng dao động. Mô hình động lực học cơ điện của hệ được xây dựng và giải bằng phương pháp biên độ phức để xác định đáp ứng chuyển vị, điện áp và công suất điện đầu ra. Thông qua khảo sát số, ảnh hưởng của các tham số như tỷ số tần số, tỷ số khối lượng, hệ số cản của kết cấu chính, hệ số cản của bộ giảm chấn, hệ số kết nối cơ điện đến khả năng giảm rung động và thu hồi năng lượng được tiến hành. Kết quả khảo sát cho thấy bộ giảm chấn khối lượng điều chỉnh tích hợp phần tử áp điện xếp chồng vẫn duy trì hiệu quả giảm dao động tương đương bộ giảm chấn truyền thống, đồng thời chuyển đổi hiệu quả một phần năng lượng dao động thành điện năng. Nghiên cứu cung cấp cơ sở khoa học cho việc thiết kế và tối ưu hóa các hệ thống giảm chấn tích hợp thu hồi năng lượng áp điện trong các công trình và kết cấu cơ khí chịu dao động.

Từ khoá: bộ giảm chấn khối lượng điều chỉnh; thu hồi năng lượng dao động; bộ thu hồi năng lượng áp điện xếp chồng; kết cấu chính có cản; phương pháp biên độ phức.

STUDY OF A TUNED MASS DAMPER INTEGRATED WITH A PIEZOELECTRIC STACK ENERGY HARVESTER FOR A DAMPED PRIMARY STRUCTURE UNDER EXTERNAL EXCITATION

Abstract

This paper presents a study on a tuned mass damper integrated with a piezoelectric stack energy harvester mounted on a damped primary structure subjected to harmonic excitation for simultaneous vibration suppression and vibration energy harvesting. An electromechanical dynamic model of the coupled system is developed and solved using the complex amplitude method to determine the displacement response, output voltage, and average electrical power. Numerical simulations are performed to investigate the effects of key parameters, including the frequency ratio, mass ratio, damping ratio of the primary structure, damping ratio of the tuned mass damper, and electromechanical coupling coefficient, on the vibration mitigation and energy harvesting performance. The results show that the proposed tuned mass damper integrated with a piezoelectric stack energy harvester maintains vibration suppression performance comparable to that of a conventional tuned mass damper while effectively converting a portion of the vibration energy into electrical energy. The findings provide a theoretical basis for the design and optimization of integrated vibration control and piezoelectric energy harvesting systems for civil engineering structures and mechanical systems subjected to dynamic excitations.

Keywords: tuned mass damper; vibration energy harvesting; piezoelectric stack energy harvester; damped primary structure; complex amplitude method.

https://doi.org/10.31814/stce.huce2026-20(3V)-01 © 2026 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Trong những năm gần đây, cùng với sự phát triển mạnh mẽ của các hệ thống giám sát kết cấu thông minh (Structural Health Monitoring - SHM), Internet vạn vật (Internet of Things - IoT), mạng cảm biến không dây (Wireless Sensor Networks - WSN) và các thiết bị điện tử công suất thấp, nhu cầu cung cấp nguồn điện tự chủ cho các cảm biến và thiết bị điện tử ngày càng trở nên cấp thiết [1]. Các hệ thống này thường được triển khai tại những vị trí khó tiếp cận hoặc hoạt động trong thời gian

*Tác giả đại diện. *Địa chỉ e-mail:* tuanva3@huce.edu.vn (Tuấn, V. A.)

dài, khiến việc thay thế hoặc bảo trì nguồn pin gặp nhiều khó khăn, làm tăng chi phí vận hành và giảm độ tin cậy của hệ thống. Vì vậy, việc phát triển các giải pháp cấp nguồn bền vững, có khả năng hoạt động liên tục mà không cần thay thế pin đang trở thành một trong những hướng nghiên cứu thu hút sự quan tâm của nhiều nhà khoa học trên thế giới.

Bên cạnh các nguồn năng lượng tái tạo truyền thống như năng lượng mặt trời, nhiệt, gió và thủy năng, việc thu hồi năng lượng từ môi trường xung quanh (Energy Harvesting) được xem là một giải pháp đầy tiềm năng để cung cấp điện cho các thiết bị công suất thấp. Đặc biệt, năng lượng dao động cơ học tồn tại phổ biến trong nhiều công trình xây dựng, phương tiện giao thông, máy móc công nghiệp, cầu đường, đường sắt và các thiết bị cơ khí. Nguồn năng lượng này thường bị tiêu tán dưới dạng nhiệt thông qua các cơ cấu giảm chấn, trong khi hoàn toàn có thể được chuyển đổi thành năng lượng điện để tái sử dụng. Nhờ khả năng khai thác nguồn năng lượng sẵn có trong môi trường, các hệ thống thu hồi năng lượng từ dao động không chỉ góp phần kéo dài tuổi thọ của các thiết bị cảm biến mà còn giảm nhu cầu sử dụng pin, giảm chi phí bảo trì, nâng cao tính bền vững và mở rộng khả năng ứng dụng của các hệ thống SHM và IoT trong điều kiện làm việc lâu dài [2]. Vì những ưu điểm đó, thu hồi năng lượng từ dao động cơ học hiện đang trở thành một trong những lĩnh vực nghiên cứu và phát triển sôi động trong các ngành cơ khí, xây dựng, giao thông và kỹ thuật điện tử.

Trong các cơ chế thu hồi năng lượng từ dao động, có bốn nguyên lý chuyển đổi năng lượng được nghiên cứu và ứng dụng phổ biến, gồm thu hồi năng lượng áp điện (Piezoelectric Energy Harvesting - PEH), thu hồi năng lượng điện từ (Electromagnetic Energy Harvesting - EMEH), thu hồi năng lượng tĩnh điện (Electrostatic Energy Harvesting - ESEH) và thu hồi năng lượng ma sát điện (Triboelectric Energy Harvesting - TEH). Mỗi cơ chế có những ưu điểm và hạn chế riêng tùy thuộc vào dải tần số, biên độ dao động và yêu cầu công suất của từng ứng dụng. Trong đó, thu hồi năng lượng áp điện được đánh giá là một trong những giải pháp hiệu quả nhất do có cấu tạo đơn giản, mật độ năng lượng cao, kích thước nhỏ gọn và không cần nguồn kích thích bên ngoài. Theo cấu tạo của phần tử áp điện, các bộ thu hồi năng lượng thường được chia thành hai dạng chính là dạng dầm công xôn và dạng áp điện xếp chồng (Piezoelectric Stack Energy Harvester - PSEH) [3]. Dạng áp điện xếp chồng (PSEH) được cấu tạo từ nhiều lớp gốm áp điện mắc nối tiếp với các điện cực xen kẽ, giúp giảm khoảng cách giữa các điện cực, tăng mật độ điện trường và nâng cao hiệu suất chuyển đổi năng lượng [4]. Đồng thời, kết cấu dạng xếp chồng có khả năng chịu tải lớn hơn nhiều so với dầm áp điện truyền thống, vì vậy đặc biệt phù hợp để tích hợp vào các kết cấu cơ khí và công trình chịu tải trọng lớn. Một số áp dụng điển hình của PSEH được phát triển trong khoảng hai thập kỷ trở lại đây có thể kể đến như việc tích hợp với ba lô đeo sau lưng [5], đế giầy [6], nền đường [7], hệ thống treo của phương tiện giao thông [8], đường ray xe lửa [9], thiết bị giảm chấn khối lượng điều chỉnh [10–13].

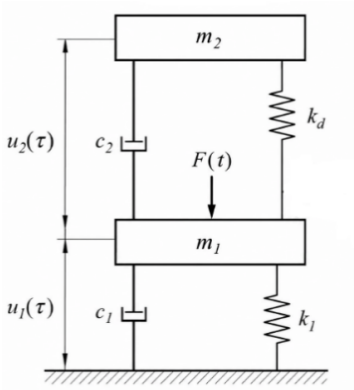
Thiết bị giảm chấn khối lượng điều chỉnh (TMD) là một hệ giảm chấn thụ động gồm khối lượng, lò xo và bộ giảm chấn, được lắp đặt để giảm dao động của kết cấu. TMD hoạt động bằng cách tạo chuyển động tương đối giữa khối lượng phụ và kết cấu chính, từ đó hấp thụ và tiêu tán năng lượng dao động mà không làm thay đổi các đặc tính cơ học của kết cấu. Thiết bị đặc biệt phát huy hiệu quả đối với các kết cấu có hệ số cản nhỏ và chịu tải trọng động như gió, động đất hoặc tải trọng tuần hoàn. Hiệu quả của TMD phụ thuộc chủ yếu vào việc lựa chọn tối ưu các thông số như tỷ số khối lượng, tần số riêng và hệ số cản nhằm đạt khả năng giảm biên độ dao động lớn nhất [14].

Đối với các nghiên cứu về hệ tích hợp bộ giảm chấn khối lượng điều chỉnh tích hợp phần tử áp điện xếp chồng (TMD-PSEH) thì phần lớn các công trình tập trung vào trường hợp kết cấu chính không có cản, hoặc chỉ khảo sát ảnh hưởng của một số tham số riêng lẻ. Trong thực tế, hầu hết các kết cấu kỹ thuật đều tồn tại cản nội tại do vật liệu, liên kết và môi trường làm việc. Sự có mặt của hệ số cản này không chỉ ảnh hưởng đến hiệu quả giảm rung của TMD mà còn làm thay đổi lượng năng lượng

cơ học truyền tới phần tử áp điện, từ đó ảnh hưởng trực tiếp đến công suất điện thu hồi. Vì vậy, việc xây dựng mô hình và phân tích hệ TMD-PSEH lắp trên kết cấu chính có cản chịu kích động ngoài là cần thiết nhằm phản ánh sát hơn điều kiện làm việc thực tế và cung cấp cơ sở cho quá trình thiết kế tối ưu.

2. Kết cấu chính có cản với bộ giảm chấn khối lượng chịu kích động ngoài

Xét hệ kết cấu chính có cản với bộ giảm chấn khối lượng (TMD) chịu kích động ngoài như trên Hình 1. Trong đó m_1, k_1 và c_1 lần lượt là khối lượng, độ cứng lò xo và hệ số giảm chấn của kết cấu chính, m_2, c_2 và k_d là khối lượng, hệ số giảm chấn và độ cứng lò xo của TMD. Tiếp theo, u_1 là chuyển vị tuyệt đối của khối lượng m_1 và nền, u_2 là chuyển vị tương đối giữa m_2 và m_1.



Hình 1. Mô hình kết cấu chính có cản với bộ giảm chấn khối lượng chịu kích động ngoài điều hòa

Hệ phương trình chuyển động của hệ kết cấu chính với TMD như sau:

$$m_1\ddot{u}_1 + c_1\dot{u}_1 - c_2\dot{u}_2 + k_1u_1 - k_du_2 = F_0\cos\Omega\tau \quad (1)$$

$$m_2\ddot{u}_2 + c_2\dot{u}_2 + k_du_2 = -m_2\ddot{u}_1 \quad (2)$$

trong đó $F(\tau)$ là kích động ngoài, F_0 và Ω là biên độ và tần số của kích động

$$F(\tau) = F_0\cos\Omega\tau \quad (3)$$

Đặt:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}};\quad \omega_d = \sqrt{\frac{k_d}{m_2}};\quad \mu = \frac{m_2}{m_1};\quad \xi_1 = \frac{c_1}{2m_1\omega_1};\quad \xi_2 = \frac{c_2}{2m_2\omega_d}$$
$$\beta = \frac{\omega_2}{\omega_1};\quad \lambda = \frac{\Omega}{\omega_1};\quad X_{\text{st}} = \frac{F_0}{k_1} \quad (4)$$

trong đó ω_1 và ω_d lần lượt là tần số tự nhiên của kết cấu chính và TMD, X_{st} là chuyển vị tĩnh của kết cấu chính, và μ, ξ_2, β, λ là các tỷ số khối lượng, tỷ số cản, tỷ số điều chỉnh và tần số không thứ nguyên.

Sử dụng (4) và các phép biến đổi:

$$t = \omega_1\tau;\quad u_1 = x_1;\quad \dot{u}_1 = \omega_1\dot{x}_1;\quad \ddot{u}_1 = \omega_1^2\ddot{x}_1;\quad u_2 = x_2;\quad \dot{u}_2 = \omega_1\dot{x}_2;\quad \ddot{u}_2 = \omega_1^2\ddot{x}_2 \quad (5)$$

Thay vào hệ phương trình (1)–(2) ta có:

$$\ddot{x}_1 + 2\xi_1\dot{x}_1 - 2\mu\beta\xi_2\dot{x}_2 + x_1 - \mu\beta^2x_2 = X_{\text{st}}\cos\lambda t \quad (6)$$

$$\ddot{x}_2 + 2\beta\xi_2\dot{x}_2 + \beta^2x_2 = -\ddot{x}_1 \quad (7)$$

Xét kích động nền (3) dưới dạng phức:

$$F(t) = F_0e^{i\lambda t} \quad (8)$$

Theo đó, nghiệm bình ổn của hệ (6)–(7) có thể được viết dưới dạng:

$$x_1(t) = X_1e^{i\lambda t};\quad x_2(t) = X_2e^{i\lambda t} \quad (9)$$

trong đó X_1, X_2 là các biên độ phức.

Thay (8)–(9) vào (6)–(7) và giải hệ phương trình ta thu được các hệ số khuếch đại dao động tương ứng là:

$$K_1 = \sqrt{\frac{B_1^2 + B_2^2}{E_1^2 + E_2^2}}; \quad K_2 = \sqrt{\frac{C_1^2 + C_2^2}{E_1^2 + E_2^2}} \tag{10}$$

trong đó:

$$\begin{aligned} B_1 &= \beta^2 - \lambda^2; \quad B_2 = 2\beta\lambda\xi_2; \quad C_1 = \lambda^2; \quad C_2 = 0 \\ E_1 &= -\beta^2 + \left(1 + 4\xi_1\xi_2\beta + (1+\mu)\beta^2\right)\lambda^2 - \lambda^4 \\ E_2 &= -2\lambda\left((\xi_2 + \xi_1\beta)\beta - (\xi_1 + (1+\mu)\xi_2\beta)\,\lambda^2\right) \end{aligned} \tag{11}$$

Đến đây, nhóm tác giả Linh và cs. [15] đã áp dụng phương pháp thay thế tương đương đối ngẫu mở rộng để xác định được các tham số tối ưu về hệ số điều chỉnh và hệ số cản của TMD là:

$$\beta_{opt} = \frac{1}{1+\mu}\left(1 - \frac{5}{2}\sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}}\xi_1\right) \tag{12}$$

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8\,(1+\mu)}} \tag{13}$$

3. Kết cấu chính có cản với bộ giảm chấn khối lượng tích hợp phần tử áp điện xếp chồng chịu kích động ngoài

Trước hết ta xét bộ PSEH được mô tả trên Hình 2(a), có hệ phương trình liên kết cơ điện được biểu diễn dưới dạng [16]:

$$f_p = k_p x_p + \theta_p V \tag{14}$$

$$q = \theta_p x_p - C_p V \tag{15}$$

trong đó:

$$k_p = \frac{E_p A_p}{n h_p}; \quad C_p = n\frac{\varepsilon_{33} A_p}{h_p}; \quad \theta_p = \frac{e_{33} A_p}{h_p} \tag{16}$$

Trong các công thức (14)–(16) thì A_p là diện tích tiết diện của phần tử áp điện xếp chồng có n lớp, mỗi lớp có chiều dày h_p, E_p là mô đun đàn hồi của vật liệu áp điện, e_{33} là hằng số áp điện, ε_{33} là hằng số điện môi, f_p là lực tác dụng dọc trục để tạo ra hiệu ứng áp điện thuận với điện áp V và điện tích q trên điện trở ngoài R, k_p, θ_p, C_p lần lượt là độ cứng, hệ số liên kết cơ điện và điện dung của phần tử áp điện xếp chồng.

Hình 2(b) biểu diễn mô hình một bộ giảm chấn–thu năng lượng (TMD-PSEH), trong đó phần tử áp điện xếp chồng (PSEH) lắp nối tiếp với lò xo của TMD. Trong mô hình này, độ cứng cụm lò xo k_d của TMD và phần tử áp điện xếp chồng k_p được thay thế tương đương bởi một lò xo có độ cứng k_2, hệ số liên kết cơ điện θ và điện dung C như mô tả trên Hình 2(c).

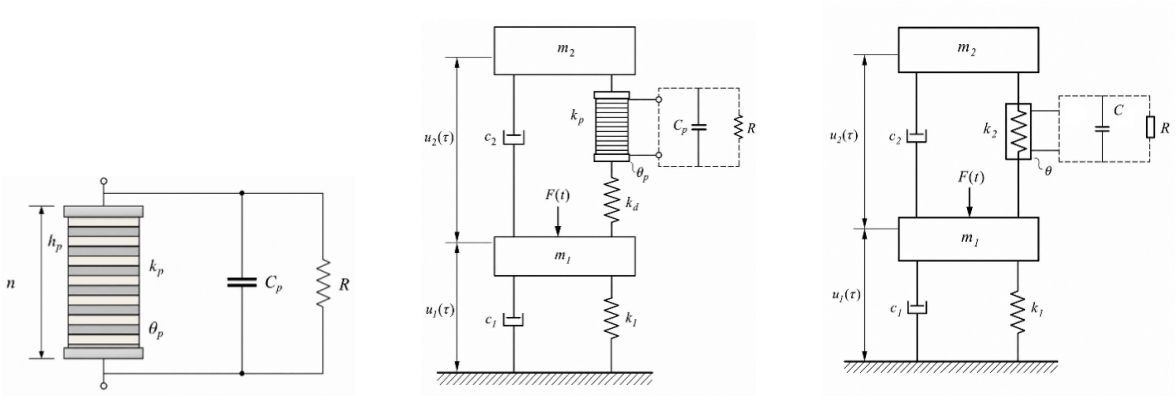
Khi đó, hệ phương trình liên kết cơ-điện của hệ là:

$$m_1\ddot{u}_1 + c_1\dot{u}_1 - c_2\dot{u}_2 + k_1u_1 - k_2u_2 - \theta V = F_0\cos\Omega\tau \tag{17}$$

$$m_2\ddot{u}_2 + c_2\dot{u}_2 + k_2u_2 + \theta V = -m_2\ddot{u}_1 \tag{18}$$

$$C\dot{V} + \frac{V}{R} - \theta\dot{u}_2 = 0 \tag{19}$$

trong đó các dấu chấm phía trên biểu thị đạo hàm theo thời gian τ.



(a) Phần tử áp điện xếp chồng (b) Bộ giảm chấn khối lượng tích hợp phần tử áp điện xếp chồng (c) Mô hình tương đương

Hình 2. Mô hình kết cấu chính có cản với bộ giảm chấn khối lượng tích hợp phần tử áp điện xếp chồng chịu kích động ngoài

Đặt:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}; \quad \mu = \frac{m_2}{m_1}; \quad \xi_1 = \frac{c_1}{2m_1\omega_1}; \quad \xi_2 = \frac{c_2}{2m_2\omega_2}; \quad \beta = \frac{\omega_2}{\omega_1}; \quad \lambda = \frac{\Omega}{\omega_1}$$
$$\kappa^2 = \frac{\theta^2}{k_2 C}; \quad v = \frac{CV}{\theta}; \quad \alpha = \frac{1}{\Omega RC}; \quad X_{\text{st}} = F_0/k_1 \tag{20}$$

trong đó κ^2 là hệ số ghép điện cơ, α là tỷ số điện trở tải, và v là điện áp đã chuẩn hóa.

Sử dụng (20) và thực hiện các phép biến đổi:

$$t = \omega_1\tau; \quad u_1 = x_1; \quad \dot{u}_1 = \omega_1\dot{x}_1; \quad \ddot{u}_1 = \omega_1^2\ddot{x}_1; \quad u_2 = x_2; \quad \dot{u}_2 = \omega_1\dot{x}_2; \quad \ddot{u}_2 = \omega_1^2\ddot{x}_2 \tag{21}$$

Hệ phương trình (17)–(19) được viết lại dưới dạng không thứ nguyên như sau:

$$\ddot{x}_1 + 2\xi_1\dot{x}_1 - 2\mu\beta\xi_2\dot{x}_2 + x_1 - \mu\beta^2 x_2 - \mu\beta^2\kappa^2 v = \cos\lambda t \tag{22}$$

$$\ddot{x}_2 + 2\beta\xi_2\dot{x}_2 + \beta^2 x_2 + \beta^2\kappa^2 v = -\ddot{x}_1 \tag{23}$$

$$\dot{v} + \lambda\alpha v = \dot{x}_2 \tag{24}$$

trong đó các dấu chấm phía trên biểu thị đạo hàm theo thời gian t.

Các nghiệm phức ở trạng thái bình ổn của hệ (22)–(24) có thể được viết dưới dạng

$$\tilde{x}_1(t) = X_1 e^{i\Omega t}; \quad \tilde{x}_2(t) = X_2 e^{i\Omega t}; \quad \tilde{v}(t) = X_v e^{i\Omega t} \tag{25}$$

trong đó X_1, X_2, X_v là các biên độ phức.

Thay (25) vào (22)–(24) và giải hệ ta được:

$$\frac{X_1}{X_{\text{st}}} = \frac{B_1 + B_2 i}{E_1 + E_2 i}; \quad \frac{X_2}{X_{\text{st}}} = \frac{C_1 + C_2 i}{E_1 + E_2 i}; \quad \frac{X_v}{X_{\text{st}}} = \frac{D_1 + D_2 i}{E_1 + E_2 i} \tag{26}$$

trong đó X_{st} thì được định nghĩa trong (20), và

$$\begin{aligned}
&B_1 = \alpha(\beta^2 - \lambda^2) - 2\beta\xi_2\lambda; \quad B_2 = \beta^2(1+\kappa^2) - \lambda^2 + 2\alpha\beta\xi_2\lambda \\
&C_1 = \alpha\lambda^2; \quad C_2 = \lambda^2; \quad D_1 = 0; \quad D_2 = \lambda^2 \\
&E_1 = \alpha\left[\lambda^2(1-\lambda^2) - \beta^2\right] + 2\lambda\left[\beta^2(1+\kappa^2) - \lambda^2\right]\xi_1 + 2\beta\lambda\left[1 - \lambda^2(1+\mu)\right]\xi_2 \\
&\qquad + 4\alpha\beta\lambda^2\xi_1\xi_2 + \alpha\beta^2\lambda^2(1+\mu) \\
&E_2 = \lambda^2(1-\lambda^2) + \beta^2(1+\kappa^2)\left[\lambda^2 + \beta^2(\lambda^2\mu - 1)\right] + 2\lambda\alpha(\lambda^2 - \beta^2)\xi_1 \\
&\qquad + 2\alpha\beta\lambda\left[\lambda^2(1+\mu) - 1\right]\xi_2 + 4\beta\lambda^2\xi_2\xi_1
\end{aligned} \tag{27}$$

Khi đó, các đáp ứng ở trạng thái bình ổn của hệ phương trình (22)–(24) là

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= a_1\cos(\Omega t + \varphi_1) \\
x_2(t) &= a_2\cos(\Omega t + \varphi_2) \\
v(t) &= V_0\cos(\Omega t + \varphi_v)
\end{aligned} \tag{28}$$

trong đó:

$$\begin{aligned}
a_1 &= |X_1| = X_{\text{st}}\sqrt{\frac{B_1^2 + B_2^2}{E_1^2 + E_2^2}}; \quad \varphi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{B_2E_1 - B_1E_2}{B_1E_1 + B_2E_2}\right) \\
a_2 &= |X_2| = X_{\text{st}}\sqrt{\frac{C_1^2 + C_2^2}{E_1^2 + E_2^2}}; \quad \varphi_2 = \tan^{-1}\left(\frac{C_2E_1 - C_1E_2}{C_1E_1 + C_2E_2}\right) \\
V_0 &= |X_v| = X_{\text{st}}\sqrt{\frac{D_1^2 + D_2^2}{E_1^2 + E_2^2}}; \quad \varphi_v = \tan^{-1}\left(\frac{D_2E_1 - D_1E_2}{D_1E_1 + D_2E_2}\right)
\end{aligned} \tag{29}$$

Theo đó, các hệ số khuếch đại cơ học và biên độ điện áp sẽ là:

$$K_1 = \frac{a_1}{X_{\text{st}}} = \sqrt{\frac{B_1^2 + B_2^2}{E_1^2 + E_2^2}} \tag{30}$$

$$K_2 = \frac{a_2}{X_{\text{st}}} = \sqrt{\frac{C_1^2 + C_2^2}{E_1^2 + E_2^2}} \tag{31}$$

$$V_0 = X_{\text{st}}v_0; \quad v_0 = \sqrt{\frac{D_1^2 + D_2^2}{E_1^2 + E_2^2}} \tag{32}$$

Để đánh giá khả năng tích hợp của PSEH với TMD tối ưu đã xem xét ở mục 2 thì ta xét điều kiện $\beta = \beta_{opt}$ và $\xi_2 = \xi_{2,opt}$, cụ thể là thay (12) và (13) vào (30)–(32) để xác định được các hệ số khuếch

đại biên độ dao động và biên độ điện áp của hệ TMD-PSEH như sau:

$$K_1 = \sqrt{\frac{\left[\alpha(\beta_{opt}^2-\lambda^2)-2\beta_{opt}\xi_{2,opt}\lambda\right]^2+\left[\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)-\lambda^2+2\alpha\beta_{opt}\xi_{2,opt}\lambda\right]^2}{\left(\begin{array}{l}\alpha\left[\lambda^2(1-\lambda^2)-\beta_{opt}^2\right]+2\lambda\left[\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)-\lambda^2\right]\xi_1\\+2\beta_{opt}\lambda\left[1-\lambda^2(1+\mu)\right]\xi_{2,opt}+4\alpha\beta_{opt}\lambda^2\xi_1\xi_{2,opt}+\alpha\beta_{opt}^2\lambda^2(1+\mu)\end{array}\right)^2+\left(\begin{array}{l}\lambda^2(1-\lambda^2)+\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)\left[\lambda^2+\beta_{opt}^2(\lambda^2\mu-1)\right]\\+2\lambda\alpha(\lambda^2-\beta_{opt}^2)\xi_1+2\alpha\beta_{opt}\lambda\left[\lambda^2(1+\mu)-1\right]\xi_{2,opt}+4\beta_{opt}\lambda^2\xi_{2,opt}\xi_1\end{array}\right)^2}} \tag{33}$$

$$K_2 = \lambda^2\sqrt{\frac{\alpha^2+1}{\left(\begin{array}{l}\alpha\left[\lambda^2(1-\lambda^2)-\beta_{opt}^2\right]+2\lambda\left[\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)-\lambda^2\right]\xi_1\\+2\beta_{opt}\lambda\left[1-\lambda^2(1+\mu)\right]\xi_{2,opt}+4\alpha\beta_{opt}\lambda^2\xi_1\xi_{2,opt}+\alpha\beta_{opt}^2\lambda^2(1+\mu)\end{array}\right)^2+\left(\begin{array}{l}\lambda^2(1-\lambda^2)+\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)\left[\lambda^2+\beta_{opt}^2(\lambda^2\mu-1)\right]\\+2\lambda\alpha(\lambda^2-\beta_{opt}^2)\xi_1+2\alpha\beta_{opt}\lambda\left[\lambda^2(1+\mu)-1\right]\xi_{2,opt}+4\beta_{opt}\lambda^2\xi_{2,opt}\xi_1\end{array}\right)^2}} \tag{34}$$

$$V_0 = \frac{\lambda^2 X_{st}}{\sqrt{\left(\begin{array}{l}\alpha\left[\lambda^2(1-\lambda^2)-\beta_{opt}^2\right]+2\lambda\left[\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)-\lambda^2\right]\xi_1\\+2\beta_{opt}\lambda\left[1-\lambda^2(1+\mu)\right]\xi_{2,opt}+4\alpha\beta_{opt}\lambda^2\xi_1\xi_{2,opt}+\alpha\beta_{opt}^2\lambda^2(1+\mu)\end{array}\right)^2+\left(\begin{array}{l}\lambda^2(1-\lambda^2)+\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)\left[\lambda^2+\beta_{opt}^2(\lambda^2\mu-1)\right]\\+2\lambda\alpha(\lambda^2-\beta_{opt}^2)\xi_1+2\alpha\beta_{opt}\lambda\left[\lambda^2(1+\mu)-1\right]\xi_{2,opt}+4\beta_{opt}\lambda^2\xi_{2,opt}\xi_1\end{array}\right)^2}} \tag{35}$$

Sử dụng (20) và (35), ta xác định được công suất điện thu thập được từ hệ TMD-PSEH chịu kích động ngoài là:

$$P_{out} = \frac{V^2}{R} = \frac{\theta^2}{RC^2}V_0^2\cos^2(\Omega t+\varphi_v) = \frac{\theta^2}{RC^2}X_{st}^2\lambda^4\cos^2(\Omega t+\varphi_v)$$
$$\times\left[\left(\begin{array}{l}\alpha\left[\lambda^2(1-\lambda^2)-\beta_{opt}^2\right]+2\lambda\left[\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)-\lambda^2\right]\xi_1\\+2\beta_{opt}\lambda\left[1-\lambda^2(1+\mu)\right]\xi_{2,opt}+4\alpha\beta_{opt}\lambda^2\xi_1\xi_{2,opt}+\alpha\beta_{opt}^2\lambda^2(1+\mu)\end{array}\right)^2+\left(\begin{array}{l}\lambda^2(1-\lambda^2)+\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)\left[\lambda^2+\beta_{opt}^2(\lambda^2\mu-1)\right]\\+2\lambda\alpha(\lambda^2-\beta_{opt}^2)\xi_1+2\alpha\beta_{opt}\lambda\left[\lambda^2(1+\mu)-1\right]\xi_{2,opt}+4\beta_{opt}\lambda^2\xi_{2,opt}\xi_1\end{array}\right)^2\right]^{-1} \tag{36}$$

hoặc biểu diễn dưới dạng không thứ nguyên

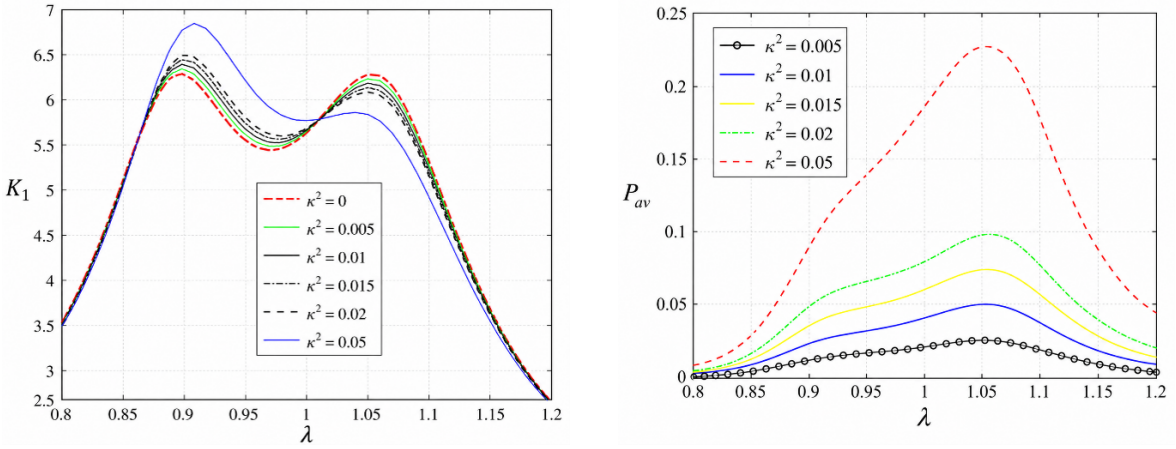
$$\frac{P_{out}}{m_1\omega_1^3X_{st}^2} = \mu\alpha\kappa^2\lambda^5\beta_{opt}^2\cos^2(\Omega t+\varphi_v)\times$$
$$\times\left[\left(\begin{array}{l}\alpha\left[\lambda^2(1-\lambda^2)-\beta_{opt}^2\right]+2\lambda\left[\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)-\lambda^2\right]\xi_1\\+2\beta_{opt}\lambda\left[1-\lambda^2(1+\mu)\right]\xi_{2,opt}+4\alpha\beta_{opt}\lambda^2\xi_1\xi_{2,opt}+\alpha\beta_{opt}^2\lambda^2(1+\mu)\end{array}\right)^2+\left(\begin{array}{l}\lambda^2(1-\lambda^2)+\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)\left[\lambda^2+\beta_{opt}^2(\lambda^2\mu-1)\right]\\+2\lambda\alpha(\lambda^2-\beta_{opt}^2)\xi_1+2\alpha\beta_{opt}\lambda\left[\lambda^2(1+\mu)-1\right]\xi_{2,opt}+4\beta_{opt}\lambda^2\xi_{2,opt}\xi_1\end{array}\right)^2\right]^{-1} \tag{37}$$

Khi đó, công suất trung bình không thứ nguyên được xác định từ (37) là:

$$P_{av} = \frac{\Omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\Omega}\frac{P_{out}}{\omega_1^3 m_1 z_0^2}dt = \frac{1}{2}\mu\alpha\kappa^2\lambda^5\beta_{opt}^2\times$$
$$\times\left[\begin{pmatrix}\alpha\left[\lambda^2(1-\lambda^2)-\beta_{opt}^2\right]+2\lambda\left[\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)-\lambda^2\right]\xi_1\\+2\beta_{opt}\lambda\left[1-\lambda^2(1+\mu)\right]\xi_{2,opt}+4\alpha\beta_{opt}\lambda^2\xi_1\xi_{2,opt}+\alpha\beta_{opt}^2\lambda^2(1+\mu)\end{pmatrix}^2+\right.$$
$$\left.+\begin{pmatrix}\lambda^2(1-\lambda^2)+\beta_{opt}^2(1+\kappa^2)\left[\lambda^2+\beta_{opt}^2(\lambda^2\mu-1)\right]\\+2\lambda\alpha(\lambda^2-\beta_{opt}^2)\xi_1+2\alpha\beta_{opt}\lambda\left[\lambda^2(1+\mu)-1\right]\xi_{2,opt}+4\beta_{opt}\lambda^2\xi_{2,opt}\xi_1\end{pmatrix}^2\right]^{-1} \quad (38)$$

4. Kết quả và thảo luận

Trong phần này tiến hành khảo sát số để đánh giá khả năng làm việc của hệ thống cơ-điện trên hai phương diện giảm dao động cho kết cấu chính và thu thập năng lượng của hệ TMD-PSEH dựa trên các công thức (33) và (38). Hai giá trị ban đầu được chọn là hằng số trong quá trình khảo sát là tỷ số khối lượng $\mu = 0{,}05$ theo Den Hartog [17] để TMD đạt hiệu quả tốt về giảm dao động và dễ chế tạo, và hệ số điện trở $\alpha = 1$ theo [18] để đạt được công suất điện thu hồi lớn nhất.



(a) K_1 và λ (b) P_{av} và λ

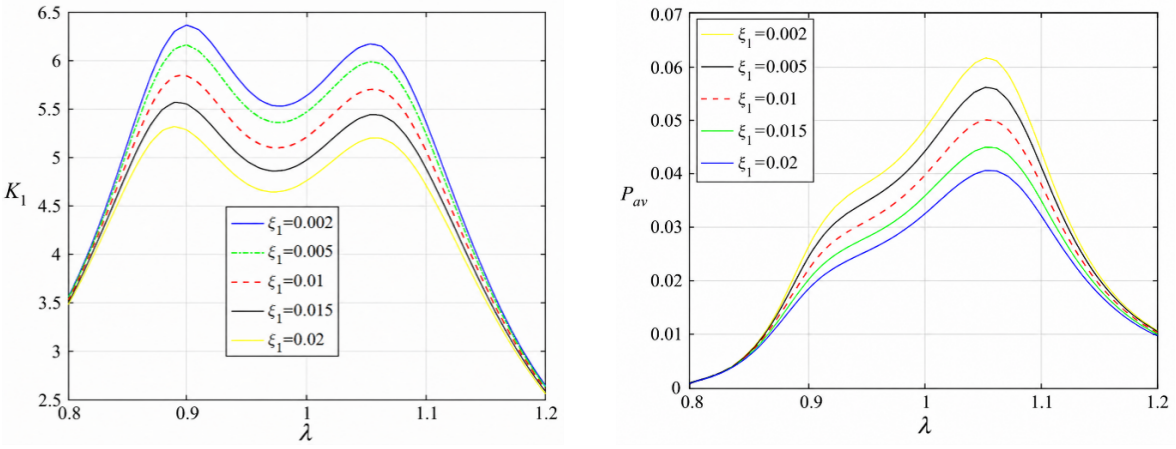
Hình 3. Mối quan hệ giữa K_1 và P_{av} với λ khi κ^2 thay đổi

Hình 3(a) thể hiện mối quan hệ giữa hệ số khuếch đại chuyển vị của kết cấu chính K_1 theo tỷ số tần số λ khi hệ số kết nối cơ điện κ^2 thay đổi, trong khi các hệ số khác không thay đổi $\mu = 0{,}05$; $\alpha = 1$; $\xi_1 = 0{,}01$. Nhìn vào đồ thị ta thấy rằng tất cả các đường cong đều xuất hiện hai đỉnh cộng hưởng, tương ứng với hai tần số cộng hưởng của hệ ghép TMD–PSEH. Tiếp theo, khi κ^2 tăng từ 0 (TMD cơ thông thường) lên 0,02 thì biên độ đỉnh cộng hưởng thứ nhất tăng nhẹ, trong khi đỉnh cộng hưởng thứ hai giảm nhẹ; vị trí các đỉnh hầu như không thay đổi. Điều này cho thấy hệ số liên kết điện cơ trong khoảng này chỉ ảnh hưởng nhỏ đến đáp ứng dao động của kết cấu. Tuy nhiên, khi $\kappa^2 = 0{,}05$ sự thay đổi trở nên rõ rệt hơn, điều này chứng tỏ liên kết điện cơ quá lớn làm mất cân bằng giữa hai đỉnh cộng hưởng và làm thay đổi đặc tính động lực học của hệ. Qua đây có thể thấy rằng κ^2 không làm dịch chuyển đáng kể tần số cộng hưởng nhưng ảnh hưởng đáng kể đến phân bố biên độ dao động giữa hai vùng cộng hưởng. Hai đỉnh biên độ dao động lớn nhất của kết cấu chính có được tại vị trí $\lambda_1 \approx 0{,}91$ và $\lambda_1 \approx 1{,}05$.

Hình 3(b) thể hiện mối quan hệ giữa công suất trung bình đầu ra P_{av} với tỷ số tần số λ khi hệ số kết nối cơ điện κ^2 thay đổi, trong khi các hệ số khác không thay đổi $\mu = 0{,}05$; $\alpha = 1$; $\xi_1 = 0{,}01$. Nhìn vào đồ thị ta thấy rằng khi κ^2 tăng, giá trị công suất thu được tăng rõ rệt trên toàn bộ dải tần khảo sát. Đỉnh công suất luôn xuất hiện gần vùng cộng hưởng thứ hai ($\lambda \approx 1{,}05$), cho thấy đây là vùng làm việc hiệu quả nhất của bộ thu hồi năng lượng. Với các giá trị nhỏ của κ^2 trong khoảng 0,005–0,02, công suất tăng gần như tỷ lệ với hệ số liên kết điện cơ, nhưng khi $\kappa^2 = 0{,}05$ thì công suất cực đại tăng đột biến, lớn hơn nhiều lần so với các trường hợp còn lại, chứng tỏ hiệu suất chuyển đổi năng lượng được cải thiện đáng kể khi tăng cường liên kết điện cơ.

Kết quả ở Hình 3 cho thấy hệ số liên kết điện cơ κ^2 có ảnh hưởng trái ngược đến hai chỉ tiêu đánh giá của hệ TMD–PSEH. Trong khi sự thay đổi của κ^2 chỉ làm thay đổi mức độ khuếch đại dao động K_1 và hầu như không làm dịch chuyển các tần số cộng hưởng, thì công suất điện trung bình P_{av} lại tăng rất mạnh khi tăng κ^2. Điều này cho thấy việc lựa chọn κ^2 cần để được cả hai mục tiêu là duy trì khả năng giảm dao động của kết cấu và tối đa hóa công suất thu hồi năng lượng thì nên trong khoảng $0{,}005 \le \kappa^2 \le 0{,}02$.

Hình 4(a) thể hiện mối quan hệ giữa hệ số khuếch đại chuyển vị của kết cấu chính K_1 và tỷ số tần số λ khi thay đổi hệ số cản của kết cấu chính $\xi_1 = 0{,}002$; 0,005; 0,01; 0,015; 0,02 với các hệ số khác không thay đổi $\mu = 0{,}05$; $\alpha = 1$; $\xi_1 = 0{,}01$. Nhìn vào đồ thị ta thấy, khi ξ_1 tăng thì biên độ của cả hai đỉnh cộng hưởng đều giảm rõ rệt. Mức giảm gần như đồng đều trên toàn bộ vùng cộng hưởng, trong khi vị trí các đỉnh cộng hưởng hầu như không thay đổi, chứng tỏ hệ số cản của kết cấu chính chủ yếu ảnh hưởng đến biên độ dao động chứ ít ảnh hưởng đến tần số cộng hưởng. Bên cạnh đó, ở ngoài vùng cộng hưởng ($\lambda < 0{,}8$ hoặc $\lambda > 1{,}2$), các đường cong gần như trùng nhau, cho thấy ảnh hưởng của ξ_1 là không đáng kể.



(a) K_1 và λ (b) P_{av} và λ

Hình 4. Mối quan hệ giữa K_1 và P_{av} với λ khi ξ_1 thay đổi

Hình 4(b) thể hiện mối quan hệ giữa công suất trung bình đầu ra P_{av} với tỷ số tần số λ khi thay đổi hệ số cản của kết cấu chính $\xi_1 = 0{,}002$; 0,005; 0,01; 0,015; 0,02. Nhìn vào đồ thị ta thấy công suất đầu ra tăng nhanh khi λ tiến gần vùng cộng hưởng và đạt giá trị cực đại khoảng $\lambda \approx 1{,}05$–$1{,}07$. Khi ξ_1 tăng thì giá trị cực đại của P_{av} giảm dần, đỉnh công suất giảm từ khoảng 0,06 xuống còn khoảng 0,042, tương ứng giảm xấp xỉ 30% khi ξ_1 tăng từ 0,002 lên 0,02. Sau khi vượt qua vùng cộng hưởng ($\lambda > 1{,}1$), công suất giảm nhanh và các đường cong có xu hướng hội tụ.

Từ kết quả của Hình 4(a) và Hình 4(b) chứng minh rằng hệ số cản của kết cấu chính là một tham

số ảnh hưởng đáng kể đến cả đáp ứng dao động và hiệu suất thu hồi năng lượng. Việc tăng ξ_1 giúp giảm biên độ dao động của kết cấu nhưng làm suy giảm công suất điện đầu ra của bộ thu năng lượng. Vì vậy, trong thiết kế hệ TMD-PSEH, cần lựa chọn hệ số cản của kết cấu ở mức hợp lý để cân bằng giữa yêu cầu kiểm soát dao động và tối đa hóa khả năng thu hồi năng lượng.

5. Kết luận

Trong nghiên cứu này, các tham số tối ưu của bộ giảm chấn khối lượng điều chỉnh (TMD) được xác định dựa trên phương pháp thay thế tương đương đối ngẫu mở rộng nhằm đạt hiệu quả giảm rung tối ưu cho kết cấu chính chịu kích động điều hòa. Tiếp theo, mô hình điện cơ của bộ thu hồi năng lượng áp điện dạng chồng (PSEH) được tích hợp vào TMD để xây dựng mô hình dao động điện cơ của hệ TMD-PSEH. Phương pháp biên độ phức được sử dụng để giải hệ phương trình chuyển động, từ đó xác định đáp ứng cơ học của kết cấu và đáp ứng điện của hệ thống.

Kết quả khảo sát số cho thấy bộ giảm chấn khối lượng điều chỉnh không chỉ duy trì hiệu quả giảm dao động tương đương với bộ TMD truyền thống mà còn có khả năng chuyển đổi một phần năng lượng dao động thành năng lượng điện một cách hiệu quả tại các thông số của hệ cơ-điện là $\mu = 0{,}05$; $\xi_1 = 0{,}01$; $\alpha = 1$; $\kappa^2 = 0{,}01$.

Mặc dù kết quả nghiên cứu được xây dựng trên cơ sở mô hình lý thuyết và khảo sát số, nhưng mô hình TMD-PSEH hoàn toàn có khả năng được kiểm chứng bằng thực nghiệm trên hệ dao động một bậc tự do gồm kết cấu chính, bộ giảm chấn khối lượng và phần tử áp điện mắc nối tiếp với lò xo của TMD. Kích động điều hòa được tạo bằng bàn rung, trong khi đáp ứng của hệ được đo thông qua cảm biến dịch chuyển/gia tốc và điện áp đầu ra của phần tử áp điện. Các đại lượng thực nghiệm sẽ được so sánh với kết quả mô phỏng nhằm đánh giá độ chính xác và phạm vi tin cậy của mô hình.

Mô hình hiện tại được xây dựng dựa trên một số giả thiết đơn giản hóa như kết cấu làm việc trong miền đàn hồi tuyến tính, phần tử áp điện có tính chất không đổi theo thời gian và bỏ qua một số yếu tố thực tế như sai số chế tạo, khe hở lắp ghép, ma sát phi tuyến và ảnh hưởng của nhiệt độ. Vì vậy, các giả thiết này có thể gây sai lệch nhất định về giá trị tuyệt đối của biên độ dao động, điện áp và công suất thu hồi. Tuy nhiên, chúng không làm thay đổi bản chất tương tác cơ–điện và xu hướng ảnh hưởng của các tham số khảo sát. Các nghiên cứu tiếp theo cần kết hợp mô hình thực nghiệm, tải phi tuyến, dao động ngẫu nhiên và mạch thu hồi năng lượng thực tế để đánh giá toàn diện hơn khả năng ứng dụng của hệ TMD-PSEH.

Nhìn chung, kết quả nghiên cứu khẳng định rằng hệ TMD-PSEH là một giải pháp chức năng kép, vừa nâng cao hiệu quả kiểm soát dao động của kết cấu, vừa tận dụng nguồn năng lượng rung động để thu hồi năng lượng điện. Mô hình và phương pháp phân tích được đề xuất có thể được sử dụng làm cơ sở cho việc thiết kế và tối ưu các hệ thống giảm dao động tích hợp thu hồi năng lượng áp điện trong các công trình dân dụng, cầu, đường ống, kết cấu thép và các hệ cơ khí chịu dao động trong thực tế.

Lời cảm ơn

Tác giả chân thành cảm ơn sự hỗ trợ tài chính của Trường Đại học Xây dựng cho đề tài "Nghiên cứu bộ thu hồi năng lượng áp điện kiểu xếp chồng với khung khuếch đại lực", mã số: 31-2026/KHXD.

Tài liệu tham khảo

[1] Lynch, J. P. (2006). A summary review of wireless sensors and sensor networks for structural health monitoring. *The Shock and Vibration Digest*, 38(2):91–128.

[2] Priya, S., Inman, D. J., editors (2009). *Energy harvesting technologies*. Springer, New York.

[3] Erturk, A., Inman, D. J. (2011). *Piezoelectric energy harvesting*. John Wiley & Sons, Ltd.

[4] Goldfarb, M., Celanovic, N. (1997). Modeling piezoelectric stack actuators for control of micromanipulation. *IEEE Control Systems*, 17(3):69–79.

[5] Feenstra, J., Granstrom, J., Sodano, H. (2008). Energy harvesting through a backpack employing a mechanically amplified piezoelectric stack. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(3):721–734.

[6] Qian, F., Xu, T.-B., Zuo, L. (2018). Design, optimization, modeling and testing of a piezoelectric footwear energy harvester. *Energy Conversion and Management*, 171:1352–1364.

[7] Jiang, X., Li, Y., Li, J., Wang, J., Yao, J. (2014). Piezoelectric energy harvesting from traffic-induced pavement vibrations. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 6(4):043110.

[8] Darabseh, T., Al-Yafeai, D., Mourad, A. I., Almaskari, F. (2020). Piezoelectric method-based harvested energy evaluation from car suspension system: Simulation and experimental study. *Energy Science & Engineering*, 9(3):417–433.

[9] Wang, J., Shi, Z., Xiang, H., Song, G. (2015). Modeling on energy harvesting from a railway system using piezoelectric transducers. *Smart Materials and Structures*, 24(10):105017.

[10] Lai, Y.-A., Kim, J.-Y., Yang, C.-S. W., Chung, L.-L. (2020). A low-cost and efficient d_{33}-mode piezoelectric tuned mass damper with simultaneously optimized electrical and mechanical tuning. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 32(6):678–696.

[11] Linh, N. N. (2022). Mô hình lắp nối tiếp của bộ thu năng lượng áp điện kiểu xếp chồng với phần tử đàn hồi và phần tử cản. *Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI, Hà Nội, Tập 2: Động lực học và Điều khiển, Cơ học Thủy khí, Cơ học Tính toán, Cơ học Máy*.

[12] Tuan, V. A., Linh, N. N., Van Manh, N., Thang, P. M., Anh, N. D. (2024). Investigation of a tuned mass damper with piezoelectric stack energy harvester attached to an undamped primary structure under harmonic base excitation. *Recent Advances in Structural Health Monitoring and Engineering Structures*, Springer Nature Singapore, volume 460 of *Lecture Notes in Civil Engineering*, 283–293.

[13] Anh, N. D., Tuan, V. A., Thang, P. M., Linh, N. N. (2024). Extension of the fixed point theory to tuned mass dampers with piezoelectric stack energy harvester. *Journal of Sound and Vibration*, 581:118411.

[14] Đại, N. X., Hải, V. T., Công, N. V. (2016). Tính toán tối ưu thiết bị TMD giảm chấn cho hệ kết cấu có 01 bậc tự do. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (STCE)*, 10(3):14–22.

[15] Linh, N. N., Ngoc, N. A., Nang, T. D., Nguyen, N. X., Anh, N. D., Elishakoff, I. (2025). Extension of dual equivalent replacement method to optimization of damped primary structure with tuned mass damper. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 234:112813.

[16] Linh, N. N., Tuan, V. A., Tuan, N. V., Anh, N. D. (2022). Response analysis of undamped primary system subjected to base excitation with a dynamic vibration absorber integrated with a piezoelectric stack energy harvester. *Vietnam Journal of Mechanics*, 44(4):490–499.

[17] Den Hartog, J. P. (1956). *Mechanical vibrations*. McGraw-Hill, New York.

[18] Dicken, J., Mitcheson, P. D., Stoianov, I., Yeatman, E. M. (2012). Power-extraction circuits for piezoelectric energy harvesters in miniature and low-power applications. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(11):4514–4529.