Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, ĐHXDHN, 2026, 20 (3V): 33–45

NGHIÊN CỨU ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC THAM SỐ BỘ ĐIỀU KHIỂN PID ĐẾN LỰC ĐỘNG BÁNH XE TRÊN MÔ HÌNH MỘT PHẦN TƯ XE TRANG BỊ HỆ THỐNG TREO CHỦ ĐỘNG

Lê Bảo Hy[a], Vũ Mạnh Dũng[a,*], Bùi Thanh Tân[a], Dương Thế Phong[a]

[a]*Viện Cơ khí động lực, Học viện Kỹ thuật quân sự,*
số 236 Đường Hoàng Quốc Việt, Phường Nghĩa Đô, Hà Nội, Việt Nam

Nhận ngày 23/7/2026, Sửa xong 12/8/2026, Chấp nhận đăng 17/8/2026

Tóm tắt

Nghiên cứu đánh giá ảnh hưởng riêng của các tham số tỷ lệ, tích phân và vi phân đến lực động bánh xe trong hệ treo chủ động mô hình một phần tư xe. Mô hình hai bậc tự do được xây dựng trên MATLAB/Simulink và kích thích bằng mặt đường ngẫu nhiên cấp E theo ISO 8608. Khả năng bám đường được đánh giá qua giá trị căn trung bình bình phương của lực động bánh xe. Miền khởi tạo tham số được xác định từ ràng buộc lực chấp hành; thuật toán Nelder–Mead được dùng để tìm bộ tham số cơ sở, sau đó phương pháp thay đổi từng yếu tố được áp dụng để khảo sát từng hệ số. Bộ tham số cơ sở làm giảm giá trị căn trung bình bình phương từ 484,907 N xuống 309,358 N, tương ứng 36,2% so với cấu hình hệ treo bị động tham chiếu. Kết quả đối chứng với thuật toán tối ưu bầy đàn cho thấy nghiệm tốt nhất của hai phương pháp gần tương đương. Khảo sát riêng lẻ cho thấy tham số tỷ lệ ảnh hưởng lớn nhất, tiếp theo là tham số vi phân, còn tham số tích phân ảnh hưởng nhỏ, với tỷ phần tương đối lần lượt là 77,6%, 21,0% và 1,4%. Kết quả cung cấp cơ sở định lượng cho lựa chọn tham số điều khiển nhằm cải thiện khả năng bám đường trong giới hạn lực chấp hành.

Từ khoá: hệ treo chủ động; bộ điều khiển tỷ lệ–tích phân–vi phân; lực động bánh xe; mô hình một phần tư xe; khả năng bám đường.

EFFECTS OF PID PARAMETERS ON DYNAMIC TIRE FORCE IN A QUARTER-CAR ACTIVE SUSPENSION MODEL

Abstract

This study evaluates the individual effects of proportional, integral, and derivative gains on the dynamic tire force of a quarter-car active suspension. A two-degree-of-freedom model was developed in MATLAB/Simulink and excited by an ISO 8608 class-E random road profile. Road-holding performance was assessed using the root-mean-square dynamic tire force. An initial parameter region was established from the actuator-force constraint; the Nelder–Mead algorithm was used to determine a baseline parameter set, followed by a one-factor-at-a-time analysis of each gain. The baseline set reduced the root-mean-square value from 484.907 N to 309.358 N, corresponding to a 36.2% improvement over the passive reference suspension. A comparison with particle swarm optimization showed that the best solutions obtained by the two methods were nearly equivalent. The individual analyses showed that the proportional gain had the largest effect, followed by the derivative gain, whereas the integral gain had only a minor influence. Their relative contributions were 77.6%, 21.0%, and 1.4%, respectively. The results provide a quantitative basis for selecting PID parameters to improve road-holding performance while satisfying the actuator-force constraint.

Keywords: active suspension; proportional–integral–derivative controller; dynamic tire force; quarter-car model; road-holding performance.

https://doi.org/10.31814/stce.huce2026-20(3V)-04 © 2026 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Hệ thống treo thực hiện đồng thời hai chức năng quan trọng: hạn chế dao động truyền từ mặt đường lên thân xe và duy trì tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường nhằm bảo đảm khả năng bám đường và ổn định chuyển động [1]. Tuy nhiên, hai yêu cầu này tồn tại quan hệ đánh đổi, bởi giảm dao động

*Tác giả đại diện. *Địa chỉ e-mail:* dung.vumanh@lqdtu.edu.vn (Dũng, V. M.)

thân xe không phải lúc nào cũng đồng nghĩa với giảm dao động tải trọng bánh xe. Khi ô tô chuyển động trên mặt đường không bằng phẳng, biến dạng của lốp và dao động của khối lượng không được treo làm tải trọng thẳng đứng tại bánh xe biến thiên quanh giá trị tĩnh. Biên độ biến thiên lớn có thể làm suy giảm khả năng truyền lực dọc và lực ngang của lốp, từ đó ảnh hưởng đến hiệu quả phanh, dẫn hướng và ổn định của ô tô [2]. Vì vậy, lực động bánh xe cần được xem xét như một chỉ tiêu độc lập khi đánh giá khả năng duy trì tiếp xúc lốp–đường của hệ thống treo.

Đối với hệ thống treo thụ động, độ cứng lò xo và hệ số giảm chấn được xác lập từ giai đoạn thiết kế và không thay đổi theo trạng thái vận hành. Một bộ thông số phù hợp với một điều kiện mặt đường hoặc dải tần nhất định có thể không còn phù hợp khi độ nhám mặt đường, vận tốc hoặc tải trọng xe thay đổi. Việc tăng độ cứng hoặc hệ số giảm chấn có thể hạn chế hành trình tương đối của hệ treo, nhưng đồng thời làm tăng dao động truyền lên thân xe hoặc dao động tải trọng bánh xe. Do chỉ sử dụng các phần tử thụ động, hệ thống không thể chủ động tạo lực bù theo sự biến thiên của kích thích mặt đường [3]. Hệ thống treo chủ động khắc phục một phần hạn chế này bằng cách bổ sung cơ cấu chấp hành giữa khối lượng được treo và khối lượng không được treo. Thông qua tín hiệu phản hồi, cơ cấu chấp hành tạo lực điều khiển để thay đổi đáp ứng động lực học của hệ thống, qua đó cho phép ưu tiên độ êm dịu, hành trình hệ treo hoặc khả năng duy trì tiếp xúc lốp–đường. Hiệu quả đạt được phụ thuộc không chỉ vào luật điều khiển mà còn vào tín hiệu phản hồi, chỉ tiêu đánh giá và khả năng tạo lực của cơ cấu chấp hành [4]. Trong điều kiện thực tế, đáp ứng của hệ treo chủ động còn chịu ảnh hưởng của công suất, độ trễ, băng thông và giới hạn lực [5]. Do đó, mức cải thiện chỉ tiêu động lực học cần được đánh giá đồng thời với khả năng đáp ứng của cơ cấu chấp hành.

Trong số các phương pháp điều khiển hệ treo chủ động, bộ điều khiển tỷ lệ–tích phân–vi phân (PID) được sử dụng khá phổ biến nhờ cấu trúc đơn giản, số lượng tham số ít và thuận lợi khi triển khai. Một số nghiên cứu đã áp dụng PID cho mô hình một phần tư xe và cho thấy khả năng cải thiện đáp ứng dao động của hệ thống [6]. Bên cạnh cấu trúc điều khiển, điều kiện kích thích cũng ảnh hưởng trực tiếp đến kết quả đánh giá. Biên dạng mặt đường ngẫu nhiên theo ISO 8608 cho phép mô tả độ nhám mặt đường thông qua mật độ phổ công suất và được sử dụng rộng rãi trong phân tích dao động phương tiện [7, 8]. So với kích thích dạng bậc hoặc điều hòa đơn, kích thích ngẫu nhiên chứa nhiều thành phần tần số và phản ánh phù hợp hơn đặc điểm bất quy tắc của mặt đường. Vì vậy, sử dụng cùng một biên dạng mặt đường, vận tốc và thời gian mô phỏng là điều kiện cần thiết để bảo đảm sự khác biệt giữa các kết quả chủ yếu xuất phát từ thay đổi tham số điều khiển.

Các nghiên cứu về điều khiển PID cho hệ treo chủ động chủ yếu tập trung thiết kế hoặc tối ưu bộ tham số và đánh giá hiệu quả tổng thể của hệ thống [6, 9–12]. Cách tiếp cận này cho biết bộ tham số nào tạo ra đáp ứng tốt trong điều kiện khảo sát, nhưng chưa làm rõ một cách có hệ thống xu hướng và mức độ ảnh hưởng riêng của từng hệ số đến giá trị căn trung bình bình phương của lực động bánh xe. Khi ba hệ số thay đổi đồng thời, tác động riêng của từng thành phần khó được tách biệt; đồng thời, một nghiệm thu được từ bài toán tối ưu không phản ánh đầy đủ sự biến thiên của chỉ tiêu trên toàn miền tham số. Ngoài ra, nếu không xét đến giới hạn lực chấp hành, mức giảm lực động bánh xe có thể đạt được bằng một lực điều khiển không khả thi về mặt kỹ thuật. Do đó, cần khảo sát riêng từng hệ số trong cùng điều kiện mô phỏng, trong khi giữ cố định hai hệ số còn lại và loại bỏ những trường hợp vi phạm giới hạn lực chấp hành.

Từ khoảng trống trên, nghiên cứu này hướng đến định lượng ảnh hưởng riêng của ba hệ số PID đến lực động bánh xe trong hệ treo chủ động mô hình một phần tư xe. Trước hết, một bộ tham số cơ sở được xác định bằng thuật toán Nelder–Mead trong miền có xét đến giới hạn lực chấp hành và được kiểm chứng bằng thuật toán tối ưu bầy đàn trong cùng điều kiện khảo sát. Sau đó, từng hệ số được thay đổi riêng trong khi hai hệ số còn lại được giữ cố định nhằm xác định xu hướng biến thiên, mức

cải thiện và mức ảnh hưởng tương đối. Đóng góp chính của nghiên cứu là xây dựng quy trình kết hợp điểm làm việc cơ sở, ràng buộc lực chấp hành, kiểm chứng phương pháp tối ưu và phân tích riêng từng tham số, qua đó hỗ trợ nhận biết tham số chi phối và lựa chọn miền hiệu chỉnh PID theo mục tiêu giảm dao động lực động bánh xe.

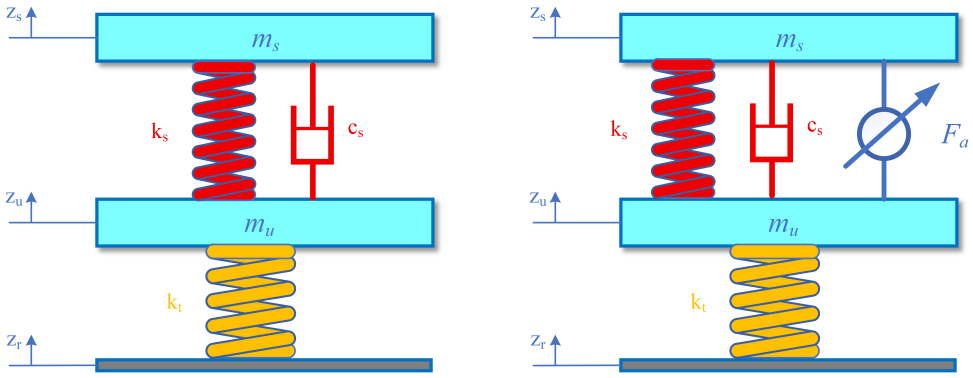
2. Mô hình động lực học và chỉ tiêu đánh giá khả năng bám đường

2.1. Mô hình toán hệ treo một phần tư xe

Mô hình một phần tư xe là mô hình động lực học đơn giản hóa, thường được sử dụng trong phân tích dao động thẳng đứng của hệ thống treo ô tô [9, 13]. Cấu trúc của hệ treo bị động và hệ treo chủ động trong mô hình một phần tư xe được trình bày trên Hình 1. Hệ treo chủ động được bổ sung cơ cấu chấp hành tạo lực điều khiển $F_a(t)$ giữa khối lượng được treo và khối lượng không được treo. Các thông số và ký hiệu sử dụng trong mô hình được tổng hợp trong Bảng 1.

Áp dụng định luật II Newton cho hệ thống treo chủ động, các phương trình chuyển động được viết như sau [13]:

$$\begin{cases} m_s\ddot{z}_s = -k_s \cdot (z_s - z_u) - c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + F_a(t) \\ m_u\ddot{z}_u = k_s \cdot (z_s - z_u) + c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_t(z_u - z_r) - F_a(t) \end{cases} \tag{1}$$



(a) Treo bị động (b) Treo chủ động

Hình 1. Mô hình một phần tư xe của hệ thống treo

Bảng 1. Các thông số đặc trưng của mô hình hệ treo một phần tư xe

Thông số	Ký hiệu	Đơn vị
Khối lượng treo	m_s	kg
Khối lượng không treo	m_u	kg
Độ cứng của lò xo thân xe	k_s	N/m
Hệ số giảm chấn	c_s	Ns/m
Độ cứng của lốp	k_t	N/m
Lực điều khiển của cơ cấu chấp hành	F_a	N
Dịch chuyển thân xe	z_s	m
Dịch chuyển bánh xe	z_u	m
Chuyển vị mặt đường	z_r	m

Mô hình một phần tư xe thường được sử dụng trong các nghiên cứu mô phỏng hệ treo chủ động điều khiển bằng PID trên MATLAB/Simulink do có cấu trúc đơn giản, số bậc tự do ít và thuận lợi cho

việc xây dựng phương trình động lực học. Mặc dù là mô hình rút gọn, mô hình này vẫn mô tả được các đặc tính dao động thẳng đứng cơ bản của khối lượng được treo và khối lượng không được treo, nên phù hợp cho phân tích điều khiển hệ thống treo và khảo sát ảnh hưởng của các tham số bộ điều khiển [3, 9, 13].

2.2. *Mô hình kích thích mặt đường*

Biên dạng mặt đường là đầu vào kích thích chính tác động lên hệ thống treo và trực tiếp chi phối đặc tính động lực học của lực tiếp xúc lốp–mặt đường F_t [4]. Do đó, việc mô hình hóa chính xác đầu vào này là cần thiết cho cả quá trình thiết kế và đánh giá bộ điều khiển PID. Trong nghiên cứu này, kích thích mặt đường được mô hình hóa theo tiêu chuẩn độ nhám mặt đường ISO 8608 [7].

Các bề mặt đường thực tế có các bất thường ngẫu nhiên, có thể được đặc trưng về mặt thống kê bằng tiêu chuẩn ISO 8608. Độ nhám mặt đường được biểu diễn bằng mật độ phổ công suất (PSD) của tín hiệu chuyển vị mặt đường [7].

$$G_d(n) = G_d(n_0) \cdot \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-w} \tag{2}$$

trong đó $G_d(n)$ là PSD mặt đường tại tần số không gian (n); $G_d(n_0)$ là hệ số độ nhám mặt đường tham chiếu tại $n_0 = 0{,}1\ \mathrm{m}^{-1}$; w là số mũ độ gợn sóng, thường bằng 2.

Kích thích mặt đường được tạo theo tiêu chuẩn ISO 8608 bằng phương pháp lọc nhiễu trắng [7, 8]. Theo tiêu chuẩn này, độ nhám mặt đường được phân loại thông qua hệ số G_q, như trình bày trong Bảng 2.

Bảng 2. Phân loại độ nhám mặt đường theo ISO 8608

Cấp đường	G_q (m^3/chu kỳ)	Loại bề mặt
A	$16 \cdot 10^{-6}$	Rất nhẵn
B	$64 \cdot 10^{-6}$	Nhẵn
C	$256 \cdot 10^{-6}$	Trung bình
D	$1024 \cdot 10^{-6}$	Gồ ghề
E	$4096 \cdot 10^{-6}$	Rất gồ ghề
F	$16384 \cdot 10^{-6}$	Đường địa hình

Trong nghiên cứu này, mặt đường cấp E được sử dụng để mô phỏng điều kiện mặt đường rất gồ ghề. Khi sử dụng mặt đường cấp E, vận tốc xe cần được lựa chọn phù hợp vì cường độ kích thích động tăng theo vận tốc chuyển động. Nếu vận tốc quá thấp, đáp ứng dao động của hệ treo không thể hiện rõ sự khác biệt giữa hệ treo bị động và hệ treo chủ động. Ngược lại, nếu vận tốc quá cao trên mặt đường rất gồ ghề, lực động bánh xe và lực điều khiển có thể tăng mạnh, làm đáp ứng dễ vượt khỏi miền làm việc hợp lý của cơ cấu chấp hành. Do đó, nghiên cứu chọn $V = 20$ m/s nhằm tạo kích thích đủ lớn để đánh giá ảnh hưởng của các tham số PID, đồng thời vẫn duy trì điều kiện mô phỏng phù hợp với giới hạn lực chấp hành, cùng một chuỗi nhiễu trắng và cùng điều kiện khởi tạo được sử dụng trong tất cả các trường hợp mô phỏng để bảo đảm sự khác biệt kết quả chỉ xuất phát từ sự thay đổi tham số điều khiển. Với giả thiết số mũ độ gợn sóng $w = 2$ biên dạng mặt đường có thể được tạo bằng phương pháp tích phân nhiễu trắng. Khi chuyển từ miền không gian sang miền thời gian với vận tốc xe V, phương trình tạo kích thích mặt đường được biểu diễn như sau:

$$\dot{z}_r(t) = 2\pi n_0 \sqrt{G_q V}\,\omega(t) \tag{3}$$

trong đó G_q là hệ số độ nhám mặt đường theo tiêu chuẩn ISO 8608; V là vận tốc chuyển động của xe; $n_0 = 0{,}1\ \mathrm{m}^{-1}$ là tần số không gian tham chiếu; $\omega(t)$ là quá trình nhiễu trắng đơn vị; $z_r(t)$ là chuyển vị mặt đường.

2.3. Đánh giá khả năng bám đường

a. Lực động bánh xe

Khả năng bám đường có liên quan chặt chẽ đến khả năng duy trì tiếp xúc liên tục với bề mặt đường của lốp [4]. Lực động bánh xe biểu thị sự biến thiên của tải trọng lốp xung quanh giá trị cân bằng của nó trong quá trình xe vận hành. Dao động quá mức của lực động bánh xe có thể dẫn đến hiện tượng giảm tải lốp, từ đó làm giảm chất lượng tiếp xúc lốp–mặt đường và làm suy giảm ổn định điều khiển của xe [4]. Trong mô hình hệ treo một phần tư xe, tương tác lốp–mặt đường được biểu diễn bằng lực động bánh xe. Lực động bánh xe được biểu diễn như sau [3, 14]:

$$F_t = k_t(z_u - z_r) \tag{4}$$

b. Trị số căn trung bình bình phương lực động bánh xe

Để đánh giá mức độ dao động tổng thể của lực động bánh xe, giá trị căn trung bình bình phương (RMS) được sử dụng làm chỉ tiêu đánh giá [4]. Trị số RMS được xác định như sau

$$\mathrm{RMS}(F_t) = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T F_t^2(t)dt} \tag{5}$$

trong đó $F_t(t)$ là lực động bánh xe tại thời điểm t, đơn vị N; T là tổng thời gian mô phỏng, đơn vị s; $\mathrm{RMS}(F_t)$ là trị số căn trung bình bình phương của lực động bánh xe trong khoảng thời gian khảo sát, đơn vị N.

Trị số RMS biểu thị độ lớn hiệu dụng của dao động lực bánh xe trong toàn bộ thời gian mô phỏng. Trị số RMS thấp hơn cho thấy dao động tải trọng lốp nhỏ hơn và tiếp xúc lốp–mặt đường ổn định hơn. Do đó, trị số $\mathrm{RMS}(F_t)$ thấp hơn tương ứng với khả năng bám đường tốt hơn [4, 15]. Hiệu quả của hệ thống treo chủ động điều khiển bằng PID được đánh giá bằng cách so sánh các trị số RMS của lực động bánh xe trong cùng điều kiện vận hành. Bộ điều khiển cho trị số $\mathrm{RMS}(F_t)$ thấp nhất được xem là đạt được khả năng bám đường tốt nhất [15].

2.4. Chỉ tiêu đánh giá

a. Trị số RMS và giá trị cực tiểu trong miền khả thi

Khả năng bám đường được đánh giá thông qua trị số $\mathrm{RMS}(F_t)$ tại Phương trình (5). Giá trị này biểu thị khả năng bám đường tốt nhất đạt được trong quá trình quét tham số. Trong quá trình khảo sát các hệ số PID, chỉ các điểm thỏa mãn giới hạn lực chấp hành mới được xem là khả thi:

$$\mathrm{RMS}_{\min} = \min_{K_p,K_i,K_d}\left\{\mathrm{RMS}(F_t) : \max_{0\le t\le T}|F_a(t)| \le F_{a,\max}\right\} \tag{6}$$

b. Mức cải thiện của hệ treo chủ động so với hệ treo bị động

Để đánh giá hiệu quả của hệ treo chủ động, giá trị $\mathrm{RMS}(F_t)$ của hệ treo chủ động được so sánh với hệ treo bị động. Mức cải thiện được xác định như sau:

$$\eta_{\mathrm{act}} = \frac{\mathrm{RMS}(F_{t,\mathrm{pass}}) - \mathrm{RMS}(F_{t,\mathrm{act}})}{\mathrm{RMS}(F_{t,\mathrm{pass}})} \times 100\% \tag{7}$$

trong đó $\mathrm{RMS}(F_{t,\mathrm{pass}})$ là giá trị RMS của lực động bánh xe trong trường hợp hệ treo bị động; $\mathrm{RMS}(F_{t,\mathrm{act}})$ là giá trị RMS của lực động bánh xe trong trường hợp hệ treo chủ động.

c. Mức cải thiện RMS khi khảo sát riêng từng hệ số PID

Chỉ số η_K biểu thị tỷ lệ giảm RMS(F_t) thu được khi chỉ thay đổi hệ số K, trong khi hai hệ số còn lại được giữ tại giá trị cơ sở.

$$\eta_K = \frac{\mathrm{RMS}_0 - \mathrm{RMS}_{K\,\min}}{\mathrm{RMS}_0} \times 100\% \tag{8}$$

trong đó RMS_0 là giá trị RMS của lực động bánh xe tại bộ PID cơ sở; $\mathrm{RMS}_{K\,\min}$ là giá trị RMS nhỏ nhất đạt được khi chỉ khảo sát riêng hệ số K_p, K_i hoặc K_d.

d. Tỷ phần tương đối của mức cải thiện OFAT

Tỷ phần tương đối được sử dụng để so sánh mức đóng góp tương đối của các hệ số K_p, K_i và K_d so với tổng mức cải thiện của ba hệ số. Chỉ số này được sử dụng để so sánh tương đối trong điều kiện khảo sát đã chọn, không đại diện cho đóng góp toàn cục và không phản ánh tương tác giữa các tham số PID.

$$\beta_K = \frac{\eta_K}{\eta_{Kp} + \eta_{Ki} + \eta_{Kd}} \times 100\% \tag{9}$$

trong đó β_K là tỷ phần của mức cải thiện do hệ số K tạo ra trong tổng mức cải thiện thu được từ ba khảo sát OFAT.

3. Bộ điều khiển PID

3.1. Cấu trúc bộ điều khiển PID

Bộ điều khiển PID (Proportional–Integral–Derivative) gồm ba thành phần tỷ lệ–tích phân–vi phân được sử dụng để tạo lực điều khiển chủ động F_a tác dụng giữa khối lượng được treo và khối lượng không được treo. Trong các nghiên cứu mô phỏng hệ treo chủ động mô hình một phần tư xe, bộ điều khiển PID được sử dụng để cải thiện đáp ứng dao động của hệ thống [10, 11]. Đây là dạng điều khiển phản hồi có cấu trúc đơn giản, dễ triển khai và có thể được thiết kế, hiệu chỉnh trên MATLAB/Simulink [12]. Mục tiêu của bộ điều khiển là cải thiện khả năng bám đường thông qua việc giảm dao động của lực động bánh xe.

$$e(t) = k_t \cdot [z_u(t) - z_r(t)] \tag{10}$$

Lực điều khiển F_a được tác dụng thông qua cơ cấu chấp hành chủ động nhằm thay đổi đặc tính động lực học của hệ treo và giảm dao động lực bánh xe do kích thích mặt đường gây ra [13–15]. Lực điều khiển chủ động được tạo ra theo luật điều khiển PID

$$F_a(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \tag{11}$$

trong đó K_p là hệ số tỷ lệ, không thứ nguyên; K_i là hệ số tích phân, đơn vị s^{-1} và K_d là hệ số vi phân, đơn vị s.

3.2. Vai trò của các thành phần PID đến lực động bánh xe

Các hệ số PID ảnh hưởng trực tiếp đến lực điều khiển chủ động F_a, từ đó làm thay đổi chuyển động tương đối giữa lốp và mặt đường. Vì vậy, mức độ dao động của lực động bánh xe F_t cũng thay đổi, dẫn đến sự khác nhau về khả năng bám đường của hệ thống treo [11, 15]. Thành phần tỷ lệ $K_p e(t)$ tạo ra lực điều khiển tỷ lệ với sai lệch tức thời của hệ thống. Thành phần tích phân $K_i \int_0^t e(t)\,dt$ phản ánh sai lệch tích lũy theo thời gian và thường có tác dụng đối với sai lệch tần số thấp hoặc sai lệch

xác lập. Thành phần vi phân $K_d\, de(t)/dt$ tạo lực điều khiển tỷ lệ với tốc độ biến thiên của sai lệch, có tác dụng hỗ trợ giảm các dao động nhanh của hệ thống. Vì ba thành phần PID có bản chất tác động khác nhau, ảnh hưởng riêng lẻ của từng hệ số đến khả năng bám đường cần được đánh giá bằng mô phỏng. Trong nghiên cứu này, mức ảnh hưởng của K_p, K_i và K_d được khảo sát thông qua sự thay đổi của RMS(F_t) bằng phương pháp OFAT.

3.3. Thiết lập điều kiện khảo sát

a. Xác định miền khởi tạo và miền khảo sát

Miền khởi tạo của các hệ số PID được xác định dựa trên ràng buộc lực chấp hành. Từ phương trình (11), áp dụng bất đẳng thức tam giác, đồng thời phân bổ giới hạn lực chấp hành cho ba thành phần tỷ lệ, tích phân và vi phân thông qua các hệ số α_p, α_i và α_d. Do chưa có cơ sở ưu tiên thành phần nào trong bước thiết lập miền khởi tạo, nghiên cứu giả thiết giới hạn lực được phân bổ đều, ta có:

$$\begin{aligned} &|F_a(t)| \le K_p E_{\max} + K_i I_{\max} + K_d D_{\max} \\ &E_{\max} = \max|e(t)|; \quad I_{\max} = \max\left|\int_0^t e(t)\,dt\right|; \quad D_{\max} = \max\left|\frac{de(t)}{dt}\right| \\ &\alpha_p + \alpha_i + \alpha_d = 1; \quad \alpha_p = \alpha_i = \alpha_d = \frac{1}{3} \end{aligned} \tag{12}$$

trong đó $E_{\max}$, $I_{\max}$, $D_{\max}$ lần lượt là giá trị cực đại của sai lệch điều khiển, tích phân sai lệch, đạo hàm sai lệch được xác định từ kết quả mô phỏng của trường hợp tham chiếu hệ treo bị động trong cùng điều kiện mặt đường, vận tốc và thời gian mô phỏng. Các hệ số α_p, α_i và α_d biểu thị tỷ lệ phân bổ giới hạn lực chấp hành cho ba thành phần PID trong bước xác định miền khởi tạo.

Điều kiện đảm bảo hoạt động cơ cấu chấp hành

$$K_p E_{\max} + K_i I_{\max} + K_d D_{\max} \le F_{a,\max} \tag{13}$$

trong đó $F_{a,\max}$ là giới hạn bão hòa lực chấp hành. Từ giả thiết phân bổ tại Phương trình (12), cận trên của các hệ số PID được xác định như sau:

$$K_{p,\max} = \frac{\alpha_p \cdot F_{a,\max}}{E_{\max}}; \quad K_{i,\max} = \frac{\alpha_i \cdot F_{a,\max}}{I_{\max}}; \quad K_{d,\max} = \frac{\alpha_d \cdot F_{a,\max}}{D_{\max}} \tag{14}$$

Miền khởi tạo được định nghĩa:

$$\Omega_K^{(0)} = [0, K_{p,\max}] \times [0, K_{i,\max}] \times [0, K_{d,\max}] \tag{15}$$

Miền khảo sát được xác định:

$$\Omega_K^{\mathrm{OFAT}} = 10 \cdot \Omega_K^{(0)} \tag{16}$$

Miền khởi tạo tại Phương trình (15) phụ thuộc vào điều kiện kích thích mặt đường thông qua các giá trị $E_{\max}$, $I_{\max}$, $D_{\max}$ được xác định từ tiền mô phỏng. Trong nghiên cứu này, các giá trị trên được xác định với mặt đường ngẫu nhiên cấp E theo ISO 8608, vận tốc và thời gian mô phỏng đã chọn. Do kích thích ngẫu nhiên chứa nhiều thành phần tần số, $E_{\max}$ phản ánh mức đáp ứng cực đại của sai lệch, $I_{\max}$ phản ánh mức tích lũy của đáp ứng, còn $D_{\max}$ phản ánh tốc độ biến thiên của đáp ứng và do đó chịu ảnh hưởng rõ hơn của các thành phần tần số cao. Vì vậy, ảnh hưởng của cường độ và đặc trưng tần số của kích thích mặt đường không xuất hiện trực tiếp trong Phương trình (15), mà được đưa vào gián tiếp thông qua ba đại lượng đặc trưng này. Khi cấp đường hoặc vận tốc thay đổi, các giá trị $E_{\max}$, $I_{\max}$, $D_{\max}$ và miền khởi tạo tương ứng cần được xác định lại.

Cách xác định này giúp quá trình tối ưu bắt đầu trong miền phù hợp với điều kiện kích thích và ràng buộc lực chấp hành đã chọn, đồng thời cho phép khảo sát ảnh hưởng của từng hệ số PID trên miền rộng hơn. Miền khảo sát tại Phương trình (16) chỉ là sự mở rộng của miền khởi tạo phục vụ phân tích OFAT, không biểu thị sự thay đổi của tần số hoặc cường độ kích thích mặt đường. Giả thiết xem mức phân bổ của các thành phần là như nhau chỉ được sử dụng cho bước khởi tạo, không hàm ý rằng ba hệ số PID có mức ảnh hưởng như nhau đến RMS(F_t). Mức độ ảnh hưởng thực tế của từng hệ số được đánh giá thông qua phân tích độ nhạy bằng phương pháp OFAT [16].

b. Tối ưu hóa bằng thuật toán Nelder–Mead

Bộ hệ số PID cơ sở được xác định bằng thuật toán Nelder–Mead. Đây là phương pháp tối ưu trực tiếp không sử dụng đạo hàm, dựa trên quá trình biến đổi đơn hình thông qua các bước phản xạ, giãn nở, co lại và thu hẹp để tìm cực tiểu của hàm mục tiêu [17]. Phương pháp này phù hợp với các bài toán trong đó hàm mục tiêu được đánh giá thông qua mô phỏng số và không có biểu thức đạo hàm giải tích rõ ràng. Trong các nghiên cứu điều khiển, Nelder–Mead cũng đã được sử dụng để tinh chỉnh tham số PID và PID bậc phân số nhằm cải thiện đáp ứng của hệ thống [18, 19]. Do Nelder–Mead là phương pháp tìm kiếm cục bộ và chỉ được thực hiện trong miền khởi tạo $\Omega_K^{(0)}$, bộ (K_{p0}, K_{i0}, K_{d0}) được xem là bộ PID cơ sở, không phải nghiệm tối ưu toàn cục trong toàn bộ không gian tham số. Trong bước tiếp theo, miền OFAT được mở rộng đến $10\,\Omega_K^{(0)}$, do đó giá trị nhỏ hơn RMS_0 có thể xuất hiện khi một hệ số được khảo sát ngoài miền khởi tạo. Hàm mục tiêu tối ưu được xác định là giá trị căn trung bình bình phương của lực động bánh xe:

$$J(K_p, K_i, K_d) = \mathrm{RMS}(F_t) \tag{17}$$

trong đó RMS(F_t) là chỉ tiêu đánh giá khả năng bám đường đã được xác định ở Phương trình (5). Do đó, bài toán tối ưu được biểu diễn như sau:

$$(K_{p0}, K_{i0}, K_{d0}) = \underset{(K_p,K_i,K_d)}{\arg\min} \left\{ \mathrm{RMS}(F_t) : (K_p, K_i, K_d) \in \Omega_K^{(0)} \right\} \tag{18}$$

c. Kiểm chứng quá trình xác định bộ PID cơ sở

Để kiểm chứng quá trình xác định bộ PID cơ sở, thuật toán tối ưu bầy đàn PSO được lựa chọn làm phương pháp đối chứng do đã được sử dụng trong tối ưu PID cho mô hình hệ treo chủ động một phần tư xe và có xem xét tải động bánh xe [10]. Do thông số mô hình, điều kiện kích thích và hàm mục tiêu trong [10] khác với nghiên cứu hiện tại, bộ PID công bố trong tài liệu không được sử dụng trực tiếp. Thay vào đó, PSO được triển khai lại trên cùng mô hình, cùng miền $\Omega_K^{(0)}$, cùng mặt đường ngẫu nhiên cấp E, cùng hàm mục tiêu RMS(F_t) và cùng giới hạn lực chấp hành với Nelder–Mead. Phép kiểm chứng được thực hiện bổ sung với 10 điểm khởi tạo khác nhau trong $\Omega_K^{(0)}$. Để bảo đảm khả năng đánh giá độ lặp lại trong cùng điều kiện, PSO cũng được thực hiện độc lập 10 lần. Việc đa khởi tạo Nelder–Mead trong phép kiểm chứng này chỉ nhằm đánh giá ảnh hưởng của điểm bắt đầu và không thay thế quy trình xác định bộ PID cơ sở tại mục b. Kết quả kiểm chứng được trình bày và thảo luận tại Mục 4.1 cùng với kết quả xác định bộ PID cơ sở.

d. Khảo sát độ nhạy bằng phương pháp OFAT

Sau khi xác định bộ hệ số PID cơ sở (K_{p0}, K_{i0}, K_{d0}), phương pháp phân tích từng yếu tố một (a one-factor-at-a-time – OFAT) được sử dụng để đánh giá ảnh hưởng riêng lẻ của từng hệ số PID đến khả năng bám đường thông qua giá trị RMS(F_t). Phương pháp OFAT được sử dụng để đánh giá mức độ nhạy của đầu ra mô phỏng đối với từng tham số đầu vào bằng cách thay đổi một tham số trong khi

giữ cố định các tham số còn lại [16]. Toàn bộ thông số xe, cấp mặt đường, thời gian mô phỏng, vận tốc xe và giới hạn lực chấp hành được giữ không đổi trong quá trình khảo sát.

$$\begin{aligned} \mathrm{RMS}(F_t) &= f(K_p, K_{i0}, K_{d0}) \\ \mathrm{RMS}(F_t) &= f(K_{p0}, K_i, K_{d0}) \\ \mathrm{RMS}(F_t) &= f(K_{p0}, K_{i0}, K_d) \end{aligned} \tag{19}$$

Trong quá trình OFAT, các điểm khảo sát chỉ được xem là khả thi khi lực điều khiển không vượt quá giới hạn lực chấp hành. Giá trị nhỏ nhất của $\mathrm{RMS}(F_t)$ trong miền khả thi được dùng làm cơ sở so sánh giữa các trường hợp khảo sát. Các điều kiện mô phỏng và thông số cố định được giữ thống nhất trong toàn bộ quá trình khảo sát và được tổng hợp trong Bảng 3.

Do nghiên cứu không nhằm tái tạo một mẫu xe cụ thể, các thông số vật lý trong Bảng 3 được lựa chọn như một cấu hình danh định trong miền giá trị đã được sử dụng cho các mô hình một phần tư xe tại [1, 2, 11, 13], thông số mặt đường được xác định theo [7, 8]. V và T là điều kiện khảo sát; $F_{a,\max}$ là ràng buộc thiết kế; $E_{\max}$, $I_{\max}$, $D_{\max}$ được xác định từ kết quả tiền mô phỏng của cấu hình hệ treo bị động tham chiếu. Cấu hình này được xác lập trước quá trình xác định các hệ số PID và được sử dụng làm hệ treo bị động tham chiếu. Tính hợp lý động lực học của cấu hình được kiểm tra thông qua tần số riêng và tỷ số cản gần đúng của dao động thân xe theo [1, 2]:

$$\det(K - \omega_i^2 M) = 0; \quad f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}; \quad \zeta_s = \frac{c_s}{2\sqrt{k_s m_s}} \tag{20}$$

trong đó, M và K lần lượt là ma trận khối lượng và ma trận độ cứng của mô hình; ω_i và f_i lần lượt là tần số góc riêng và tần số riêng; ζ_s là tỷ số cản gần đúng của dao động thân xe. Với bộ thông số trong Bảng 3, tần số riêng của dao động thân xe và dao động bánh xe lần lượt xấp xỉ 1,22 Hz và 11,43 Hz, còn ζ_s xấp xỉ 0,20. Các kết quả này cho thấy cấu hình được lựa chọn có đặc trưng động lực học phù hợp để sử dụng làm cấu hình hệ treo bị động tham chiếu.

Bảng 3. Các thông số cố định sử dụng trong mô phỏng và khảo sát OFAT

Thông số	Ký hiệu	Đơn vị	Giá trị
Khối lượng treo	m_s	kg	250
Khối lượng không treo	m_u	kg	40
Độ cứng của lò xo thân xe	k_s	N/m	16.000
Hệ số giảm chấn	c_s	N.s/m	800
Độ cứng của lốp	k_t	N/m	190.000
Cấp đường	-	-	Cấp E
Độ nhám mặt đường	G_q	m^3/chu kỳ	4096×10^{-6}
Vận tốc	V	m/s	20
Thời gian mô phỏng	T	s	10
Lực điều khiển tối đa	$F_{a,\max}$	N	5.000
Giá trị cực đại của sai lệch điều khiển	$E_{\max}$	N	1.817,1474
Giá trị cực đại của tích phân sai lệch	$I_{\max}$	N.s	184,7489
Giá trị cực đại của đạo hàm sai lệch	$D_{\max}$	N/s	39.115,5976

4. Kết quả mô phỏng

4.1. Đáp ứng tại bộ PID cơ sở

Kết quả mô phỏng tại bộ hệ số PID cơ sở được trình bày trong Bảng 4 và Hình 2. Bộ hệ số này thu được từ thuật toán Nelder–Mead với điểm khởi tạo x_0 trong miền khảo sát Ω_K, do đó bộ PID cơ

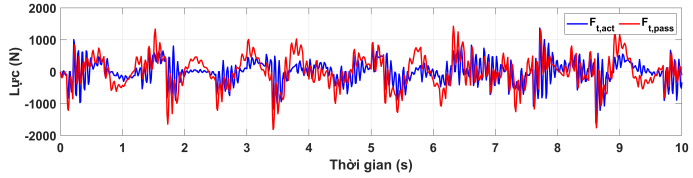
sở thỏa mãn điều kiện khả thi ban đầu đã xác định từ ràng buộc lực chấp hành.

Hình 2(a) cho thấy biên độ lực động bánh xe của hệ treo chủ động nhìn chung nhỏ hơn hệ treo bị động. Do kích thích mặt đường có tính ngẫu nhiên, giá trị tức thời $F_{t,\mathrm{act}}$ có thể lớn hơn $F_{t,\mathrm{pass}}$ tại một số thời điểm; vì vậy hiệu quả tổng thể được đánh giá thông qua $\mathrm{RMS}(F_t)$ trên toàn bộ thời gian mô phỏng. Giá trị $\mathrm{RMS}(F_t)$ giảm từ 484,907 N đối với hệ treo bị động xuống 309,358 N tại bộ PID cơ sở, tương ứng mức cải thiện 36,2%. Kết quả cho thấy bộ PID cơ sở làm giảm biến thiên tải trọng bánh xe và qua đó cải thiện khả năng duy trì tiếp xúc lốp–mặt đường. Mức cải thiện này được xác định so với cấu hình hệ treo bị động tham chiếu trong Bảng 3 và không đại diện cho mức cải thiện so với một cấu hình hệ treo bị động đã được tối ưu độc lập theo $\mathrm{RMS}(F_t)$.

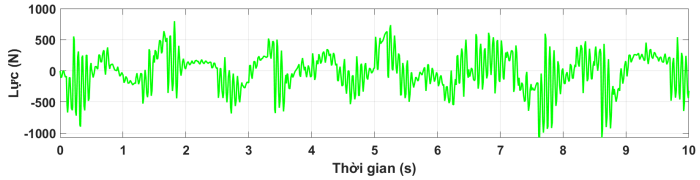
Hình 2(b) cho thấy lực điều khiển F_a dao động quanh giá trị 0 và không xuất hiện hiện tượng bão hòa liên tục. Giá trị lực điều khiển lớn nhất đạt 1.073 N, thấp hơn đáng kể so với giới hạn 5.000 N đã thiết lập. Kết quả này cho thấy bộ PID cơ sở thỏa mãn ràng buộc lực chấp hành trong điều kiện khảo sát. Các chỉ tiêu tương ứng được tổng hợp trong Bảng 4.

Bảng 4. Kết quả xác định bộ PID cơ sở và chỉ tiêu đáp ứng tại điểm làm việc cơ sở

Thông số	Ký hiệu	Đơn vị	Giá trị
Miền khởi tạo $\Omega_K^{(0)}$	$[0, K_{p,\max}]$	-	[0; 0,9172]
	$[0, K_{i,\max}]$	s^{-1}	[0; 9,0213]
	$[0, K_{d,\max}]$	s	[0; 0,0426]
Điểm khởi tạo Nelder–Mead	$x_0 = [K_p, K_i, K_d]^T$	-	[0,4586; 4,5106; 0,0213]
Bộ PID cơ sở	(K_{p0}, K_{i0}, K_{d0})	-	[0,5985; 4,5924; 0,0128]
Trị số $\mathrm{RMS}(F_t)$ tại bộ PID cơ sở	RMS_0	N	309,358
Trị số $\mathrm{RMS}(F_t)$ treo bị động	$\mathrm{RMS}(F_{t,\mathrm{pass}})$	N	484,907
Cải thiện $\mathrm{RMS}(F_t)$ bộ PID cơ sở	η_{act0}	%	36,2
Giá trị lực điều khiển lớn nhất	$\max \lvert F_a(t) \rvert$	N	1.073



(a) Lực động bánh xe trường hợp chủ động và bị động



(b) Lực điều khiển

Hình 2. Đáp ứng tại bộ PID cơ sở

Nhằm đánh giá thêm độ tin cậy của quá trình xác định bộ PID cơ sở, phép kiểm chứng trình bày tại Mục 3.3c được thực hiện bằng cách so sánh Nelder–Mead và PSO trong cùng điều kiện mô phỏng. Các chỉ tiêu đánh giá gồm nghiệm tốt nhất, giá trị trung bình của $\mathrm{RMS}(F_t)$, số lần đánh giá hàm mục tiêu và thời gian tính toán trung bình. Kết quả được trình bày trong Bảng 5.

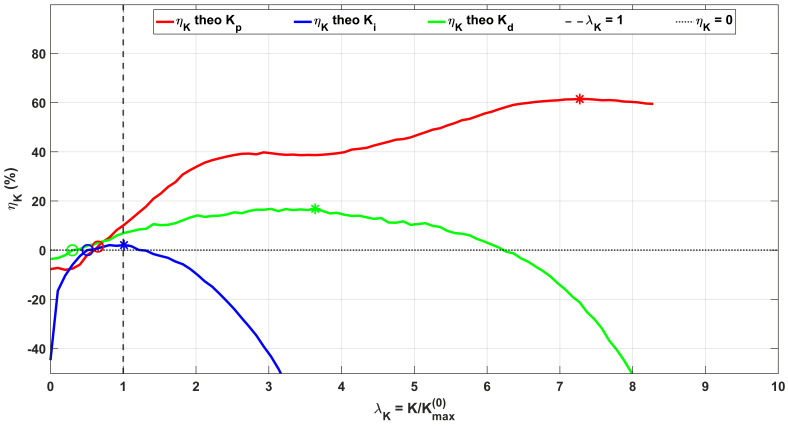
Bảng 5. Kết quả đối chứng Nelder–Mead và PSO

Chỉ tiêu	Ký hiệu	Đơn vị	Nelder–Mead	PSO
Giá trị nhỏ nhất của lực động bánh xe RMS	$\mathrm{RMS}_{\min}(F_t)$	N	243,937	243,344
Giá trị trung bình của lực động bánh xe RMS	$\mathrm{RMS}_{\mathrm{TB}}(F_t)$	N	318,007	244,289
Số lần đánh giá hàm mục tiêu trung bình	-	lần	588,9	558,0
Thời gian tính toán trung bình	-	s	578,95	619,11

Tổng hợp kết quả tại Bảng 4, Hình 2 và phép kiểm chứng trong Bảng 5 cho thấy bộ PID cơ sở cải thiện RMS(F_t) so với cấu hình hệ treo bị động tham chiếu và thỏa mãn giới hạn lực chấp hành trong điều kiện khảo sát. Nghiệm tốt nhất thu được từ Nelder–Mead gần tương đương với nghiệm tốt nhất của PSO; tuy nhiên, giá trị trung bình của Nelder–Mead cao hơn, cho thấy kết quả của phương pháp này phụ thuộc rõ hơn vào điểm khởi tạo. Ảnh hưởng này được hạn chế bằng cách xây dựng miền tham số và điểm khởi tạo từ ràng buộc lực chấp hành và kết quả tiền mô phỏng. Vì mục tiêu của nghiên cứu là xác định một bộ PID cơ sở phục vụ phân tích OFAT thay vì tìm kiếm nghiệm tối ưu toàn cục, bộ (K_{p0}, K_{i0}, K_{d0}) trong Bảng 4 được giữ làm điểm làm việc cơ sở để đánh giá riêng ảnh hưởng của K_p, K_i và K_d đến lực động bánh xe.

4.2. *Mô phỏng OFAT với miền khảo sát*

Kết quả khảo sát OFAT được trình bày trên Hình 3 và tổng hợp trong Bảng 6 cho thấy mức độ ảnh hưởng của ba hệ số PID đến RMS(F_t) là khác nhau. Trong đó, η_K là mức cải thiện RMS(F_t) khi chỉ thay đổi riêng một hệ số K_p, K_i hoặc K_d so với giá trị tại bộ PID cơ sở còn β_K là tỷ lệ đóng góp của hệ số đó trong tổng mức cải thiện của cả ba hệ số. Kết quả cho thấy hệ số K_p tạo ra mức cải thiện lớn nhất với RMS(F_t) giảm 60,36%. Hệ số K_d tạo ra mức cải thiện trung bình 16,32%. Trong khi đó K_i chỉ làm giảm RMS(F_t) 1,10% cho thấy ảnh hưởng của thành phần tích phân đến chỉ tiêu lực động bánh xe là nhỏ trong điều kiện khảo sát hiện tại. Theo tỷ lệ đóng góp tương đối K_p chiếm khoảng 77,6% tổng mức cải thiện, K_d chiếm khoảng 21,0%, còn K_i chỉ chiếm khoảng 1,4%. Kết quả này cho thấy thành phần tỷ lệ giữ vai trò chủ đạo trong việc giảm lực động bánh xe, thành phần vi phân có vai trò hỗ trợ, trong khi thành phần tích phân ít ảnh hưởng hơn đến chỉ tiêu RMS(F_t).



Hình 3. Mức cải thiện RMS(F_t) theo hệ số chuẩn hóa

Các đường khảo sát không kéo dài đến $\lambda_K = 10$ trong mọi trường hợp vì các điểm vượt giới hạn lực chấp hành đã được loại khỏi miền khả thi. Kết quả khảo sát OFAT và đóng góp tương đối của các hệ số PID được thể hiện trong Bảng 6.

Bảng 6. Kết quả khảo sát và tỷ phần tương đối của mức cải thiện OFAT

Tham số	$\mathrm{RMS}_{K,\min}$	η_K (%)	β_K (%)	Mức ảnh hưởng
K_p	122,620	60,36	77,6	Mạnh nhất
K_i	305,958	1,10	1,4	Nhỏ
K_d	258,867	16,32	21,0	Trung bình

Xu hướng trên Hình 3 phù hợp với cơ chế tác động vật lý của bộ điều khiển PID và quan hệ giữa lực động bánh xe với biến dạng lốp [13, 14]. Do $F_t(t) = k_t \cdot [z_u(t) - z_r(t)]$, sai lệch điều khiển được chọn bằng lực động bánh xe, thành phần tỷ lệ tạo lực điều khiển tức thời theo dao động biến dạng lốp. Trong miền khảo sát hiện tại, cơ chế này làm $\mathrm{RMS}(F_t)$ giảm mạnh khi K_p tăng. Thành phần vi phân K_d phản ứng với tốc độ biến thiên của lực động bánh xe, qua đó hạn chế một phần các dao động biến thiên nhanh [11, 15]. Trong khi đó, K_i phụ thuộc vào sai lệch tích lũy, ít phù hợp với tín hiệu mặt đường ngẫu nhiên biến thiên nhanh, do đó ảnh hưởng đến $\mathrm{RMS}(F_t)$ là nhỏ.

5. Kết luận

Nghiên cứu đã đánh giá ảnh hưởng của các tham số PID đến lực động bánh xe trong hệ treo chủ động mô hình một phần tư xe. Kết quả cho thấy bộ PID cơ sở xác định bằng Nelder–Mead làm giảm $\mathrm{RMS}(F_t)$ 36,2% so với hệ treo bị động tham chiếu. Đồng thời, lực điều khiển lớn nhất đạt $\max|F_a(t)| = 1.073$ N nhỏ hơn giới hạn bão hòa $F_{a,\max} = 5.000$ N, cho thấy bộ điều khiển thỏa mãn điều kiện khả thi về lực chấp hành. Phép kiểm chứng với PSO cho thấy nghiệm tốt nhất của hai phương pháp có giá trị $\mathrm{RMS}(F_t)$ gần tương đương, đồng thời làm rõ đặc điểm phụ thuộc điểm khởi tạo của Nelder–Mead trong phép kiểm chứng này.

Kết quả OFAT cho thấy ba hệ số PID có mức độ ảnh hưởng khác nhau rõ rệt đến $\mathrm{RMS}(F_t)$. Hệ số K_p có ảnh hưởng lớn nhất, với mức cải thiện 60,36%, tiếp theo là K_d với 16,32% trong khi K_i chỉ đạt 1,10%. Theo tỷ phần tương đối K_p, K_d, K_i lần lượt chiếm 77,6%, 21%, 1,4% tổng mức cải thiện. Kết quả này cho thấy thành phần tỷ lệ giữ vai trò chủ đạo trong việc giảm dao động lực động bánh xe, thành phần vi phân có vai trò hỗ trợ, còn thành phần tích phân ít ảnh hưởng trong điều kiện mặt đường ngẫu nhiên đã khảo sát. Các kết quả chỉ phản ánh ảnh hưởng riêng lẻ trong điều kiện mô phỏng đã chọn và chưa xét đến tương tác đồng thời giữa các tham số.

Đóng góp chính của nghiên cứu là làm rõ vai trò riêng của từng tham số PID đối với chỉ tiêu bám đường, thay vì chỉ đánh giá hiệu quả của một bộ tham số PID đã xác định. Quy trình kết hợp giữa ràng buộc lực chấp hành, Nelder–Mead, phép kiểm chứng bằng PSO và phân tích OFAT cung cấp cơ sở định lượng cho việc lựa chọn tham số PID trong điều khiển hệ treo chủ động. Trong các nghiên cứu tiếp theo, có thể mở rộng khảo sát với nhiều cấp mặt đường, nhiều vận tốc, mô hình phi tuyến, mô hình nửa xe hoặc toàn xe, đồng thời xem xét ảnh hưởng tương tác giữa các tham số PID và các phương pháp tối ưu toàn cục.

Tài liệu tham khảo

[1] Rajamani, R. (2012). *Vehicle dynamics and control*. 2nd edition, Springer, New York.
[2] Jazar, R. N. (2008). *Vehicle dynamics: Theory and application*. Springer Science+Business Media, New York.
[3] Popp, K., Schiehlen, W. (2010). *Ground vehicle dynamics*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.
[4] Riduan, M. A. F., Tamaldin, N., Sudrajat, A., Ahmad, F. (2018). Review on active suspension system. *SHS Web of Conferences*, 49:02008.
[5] Yu, M., Evangelou, S. A., Dini, D. (2024). Advances in active suspension systems for road vehicles. *Engineering*, 33:160–177.

[6] Mouleeswaran, S. (2008). Development of active suspension system for automobiles using PID controller. *Proceedings of the World Congress on Engineering 2008*, London, II:1472–1477.
[7] ISO 8608:2016 (2016). *Mechanical vibration-road surface profiles-reporting of measured data*. International Organization for Standardization, Geneva.
[8] Múčka, P. (2018). Simulated road profiles according to ISO 8608 in vibration analysis. *Journal of Testing and Evaluation*, 46(1):405–418.
[9] Nguyen, V. T., Duong, N. H. L. (2022). Modeling and simulation of PID controller-based active suspension system for a quarter car model. *Journal of Technical Education Science*, 68:111–120.
[10] Zhao, L., Zeng, Z., Wang, Z., Ji, C. (2021). PID control of vehicle active suspension based on particle swarm optimization. *Journal of Physics: Conference Series*, 1748(3):032028.
[11] Abdollah, M. F., Md Desa, N. H., Mohd Shah, H. N., Ab Rashid, M. Z., Ahmad, A., Arshad, M. A. (2024). Optimized PID controller for quarter-car active suspension system under various road profiles. *Modern Applied Science*, 18(1):30–38.
[12] Wang, L. (2020). *PID control system design and automatic tuning using MATLAB/Simulink*. John Wiley & Sons, Hoboken.
[13] Mouleeswaran, S. (2012). Design and development of PID controller-based active suspension system for automobiles. Vagia, M., editor, *PID controller design approaches-theory, tuning and application to frontier areas*, Rijeka, InTech, 71–98.
[14] Van der Sande, T. P. J., Merks, M. H. M., Lindeman, E., Nijmeijer, H. (2022). Rule-based control of a semi-active suspension system for road holding using limited sensor information: Design and experiments. *Vehicle System Dynamics*, 60(12):4226–4244.
[15] Ultsch, J., Pfeiffer, A., Ruggaber, J., Kamp, T., Brembeck, J., Tobolář, J. (2024). Reinforcement learning for semi-active vertical dynamics control with real-world tests. *Applied Sciences*, 14(16):7066.
[16] Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F., Ratto, M. (2004). *Sensitivity analysis in practice: A guide to assessing scientific models*. John Wiley & Sons, Chichester.
[17] Nelder, J. A., Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 7 (4):308–313.
[18] Nguyen, S. T., Vu, N. P. T., Pham, T. M., Hoang, A., Cao, T. T., Nguyen, L. H. (2025). Optimal tuning of a fractional-order PID controller using the Nelder–Mead method: A case study on brushed DC motor control. *Journal of Measurement, Control and Automation*, 29(4):40–48.
[19] Nguyen, S. T., Pham, T. M., Hoang, A., Cao, T. T. (2025). Optimal tuning of digital PID controllers for commercial BLDC motors using the Nelder–Mead method. *Power Electronics and Drives*, 10(45): 210–226.