Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, ĐHXDHN, 2026, 20 (6V): 122–132

PHÂN TÍCH QUAN HỆ MÔ MEN–ĐỘ CONG CỦA DẦM BÊ TÔNG CỐT THÉP VỚI CÁC MÔ HÌNH VẬT LIỆU KHÁC NHAU

Trần Đăng Bảo[a,*]

[a]*Khoa Kiến trúc–Xây dựng, Trường Đại học Thủ Dầu Một, số 06 Trần Văn Ơn, phường Phú Lợi, TP Hồ Chí Minh, Việt Nam*

Nhận ngày 18/3/2026, Sửa xong 05/10/2026, Chấp nhận đăng 12/11/2026

Tóm tắt

Bài báo trình bày phương pháp số phân tích quan hệ mô men–độ cong của tiết diện bê tông cốt thép (BTCT) dựa trên mô hình chia thớ và tích phân số. Quan hệ ứng suất–biến dạng của bê tông và cốt thép được mô tả theo các mô hình hai đoạn thẳng và ba đoạn thẳng của TCVN 5574:2018, tạo thành bốn tổ hợp vật liệu BT2–CT2, BT2–CT3, BT3–CT2 và BT3–CT3. Phương pháp được áp dụng cho ba dầm BTCT và được kiểm chứng bằng cách so sánh mô men uốn giới hạn thu được từ lời giải giải tích, phương pháp nội lực giới hạn (PPNLGH) và thực nghiệm. Kết quả cho thấy mô hình bê tông có ảnh hưởng không đáng kể đến mô men chịu uốn giới hạn với sai khác không vượt quá 0,34%, trong khi mô hình cốt thép làm thay đổi kết quả khoảng 8,48–9,6%. Đối với các dầm khảo sát, các mô hình cốt thép ba đoạn thẳng cho kết quả gần với thực nghiệm hơn và vẫn đảm bảo tính an toàn khi sử dụng thông số vật liệu tính toán.

Từ khoá: mô men–độ cong; dầm bê tông cốt thép; TCVN 5574:2018; mô hình vật liệu; phân tích phi tuyến.

MOMENT – CURVATURE ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS CONSIDERING DIFFERENT MATERIAL MODELS

Abstract

This paper presents a numerical method for analyzing the moment–curvature relationship of reinforced concrete sections based on the fiber-section approach and numerical integration. The stress–strain relationships of concrete and reinforcing steel are represented using the bilinear and trilinear models specified in TCVN 5574:2018, resulting in four material combinations: BT2–CT2, BT2–CT3, BT3–CT2, and BT3–CT3. The proposed method was applied to three reinforced concrete beams and validated by comparing the ultimate bending moments obtained from analytical solutions, the ultimate internal force method, and experimental results. The results show that the concrete model has a negligible influence on the ultimate flexural capacity, with differences not exceeding 0.34%, whereas the reinforcing steel model affects the results by approximately 8.48–9.6%. For the beams investigated, the trilinear reinforcing steel models provide results closer to the experimental data while maintaining a conservative prediction when design material properties are used.

Keywords: moment–curvature; reinforced concrete beam; TCVN 5574:2018; material models; nonlinear analysis.

https://doi.org/10.31814/stce.huce2026-20(6V)-10 © 2026 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Quan hệ mô men–độ cong là một công cụ nền tảng trong phân tích ứng xử uốn của cấu kiện BTCT. Thông qua đường cong mô men–độ cong, có thể mô tả sự phát triển của nội lực trong tiết diện khi trạng thái biến dạng chuyển từ giai đoạn đàn hồi sang phi tuyến và tiến tới trạng thái giới hạn. Vì vậy, phương pháp này được sử dụng rộng rãi trong đánh giá khả năng chịu uốn, độ cứng, độ dẻo và trong mô phỏng phi tuyến của dầm và khung BTCT [1–3].

Việc xác định quan hệ mô men–độ cong thực chất là bài toán tích phân trường ứng suất trên toàn bộ tiết diện nhằm xác định lực dọc và mô men tương ứng với từng trạng thái biến dạng. Các biểu thức giải tích [4, 5] có ưu điểm về tính gọn và thuận tiện, nhưng thường chỉ phù hợp với tiết diện đơn giản và các mô hình vật liệu với quan hệ ứng suất–biến dạng tương đối đơn giản. Khi xét đến tiết diện có

*Tác giả đại diện. *Địa chỉ e-mail:* baotd@tdmu.edu.vn (Bảo, T. Đ.)

hình dạng bất kỳ hoặc các mô hình vật liệu phi tuyến phức tạp, việc áp dụng lời giải giải tích trở nên kém linh hoạt [6].

Để khắc phục hạn chế của phương pháp giải tích, nhiều nghiên cứu đã sử dụng các phương pháp số để xây dựng quan hệ mô men–độ cong của tiết diện BTCT. Theo cách tiếp cận này, tiết diện được rời rạc hóa thành nhiều thớ nhỏ, mỗi thớ được gán quan hệ ứng suất–biến dạng tương ứng với vật liệu, và nội lực tổng hợp của tiết diện được xác định thông qua tích phân số trên toàn bộ tiết diện [7–13]. Trong số đó, phương pháp tích phân hình chữ nhật [7–9] và phương pháp cầu phương Gauss [10–13] được sử dụng phổ biến để thực hiện phép tích phân ứng suất trên tiết diện.

Theo TCVN 5574:2018 [14], quan hệ ứng suất–biến dạng của bê tông và cốt thép trong tính toán thiết kế được lý tưởng hóa dưới dạng hai đoạn hoặc ba đoạn thẳng. Sự kết hợp giữa hai dạng mô hình của bê tông và cốt thép cho phép hình thành bốn tổ hợp vật liệu khác nhau, gồm: bê tông hai đoạn thẳng – cốt thép hai đoạn thẳng (BT2–CT2), bê tông hai đoạn thẳng – cốt thép ba đoạn thẳng (BT2–CT3), bê tông ba đoạn thẳng – cốt thép hai đoạn thẳng (BT3–CT2) và bê tông ba đoạn thẳng – cốt thép ba đoạn thẳng (BT3–CT3).

Ở Việt Nam, việc phân tích tiết diện BTCT theo mô hình phi tuyến vật liệu đã được đề cập trong một số nghiên cứu gần đây [15–19]. Bên cạnh đó, một số công trình cũng đã bước đầu xây dựng quan hệ mô men–độ cong của dầm BTCT theo tiêu chuẩn TCVN 5574:2018, chủ yếu xét các tiết diện chữ nhật với cốt thép đơn [20] hoặc cốt thép kép [4]. Tuy nhiên, các nghiên cứu này phần lớn dựa trên các biểu thức giải tích và chỉ khảo sát một số tổ hợp biểu đồ ứng suất–biến dạng của vật liệu. Trong phạm vi tài liệu đã được tham khảo, các nghiên cứu áp dụng phương pháp số dựa trên rời rạc hóa tiết diện bằng mô hình chia thớ để xây dựng quan hệ mô men–độ cong theo TCVN 5574:2018 vẫn còn tương đối hạn chế. Đồng thời, các khảo sát định lượng về ảnh hưởng của đầy đủ bốn tổ hợp mô hình vật liệu đến kết quả phân tích quan hệ mô men–độ cong của dầm BTCT cũng chưa được đề cập một cách hệ thống.

Xuất phát từ khoảng trống nghiên cứu nêu trên, bài báo xây dựng phương pháp phân tích số dựa trên mô hình chia thớ để xác định quan hệ mô men–độ cong của tiết diện BTCT theo TCVN 5574:2018. Cụ thể, nghiên cứu hướng tới ba mục tiêu chính: (1) xây dựng và triển khai trên MATLAB thuật toán phân tích quan hệ mô men–độ cong của tiết diện BTCT để xác định mô men uốn giới hạn M_u ở trạng thái giới hạn thứ nhất (TTGH1); (2) đánh giá ảnh hưởng của các mô hình ứng suất–biến dạng của bê tông và cốt thép đến quan hệ mô men–độ cong và sức kháng uốn của tiết diện khi xét bốn tổ hợp vật liệu BT2–CT2, BT2–CT3, BT3–CT2 và BT3–CT3; và (3) đánh giá mức độ phù hợp của các tổ hợp mô hình vật liệu trong dự báo sức kháng uốn thông qua đối chiếu với kết quả giải tích, PPNLGH và thực nghiệm, xét trên cả giá trị tiêu chuẩn và giá trị tính toán của vật liệu.

2. Cơ sở lý thuyết và phương pháp

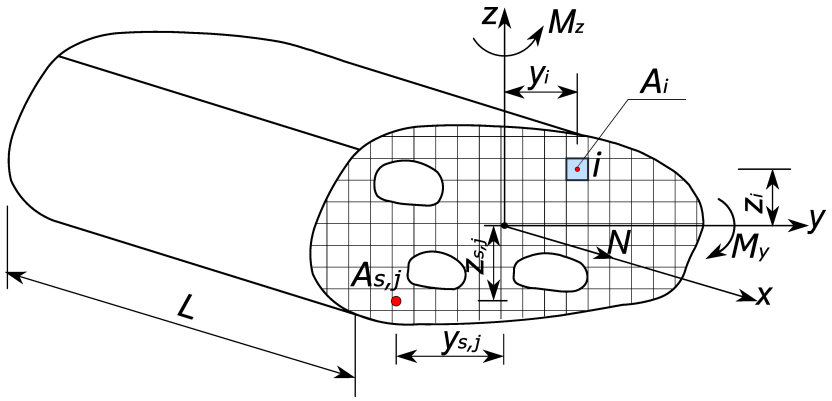
2.1. Mô hình chia thớ và quan hệ ứng suất–biến dạng theo TCVN 5574:2018

Tiết diện được rời rạc hóa thành các phần diện tích nhỏ gọi là thớ; trong nghiên cứu này sử dụng các phần dạng tứ giác như Hình 1. Các thớ được đánh số tuần tự từ trái sang phải và từ dưới lên trên. Mỗi phần diện tích bê tông (gọi là thớ) được đại diện bởi một điểm đặt tại trọng tâm, được đặc trưng bởi tọa độ (y_i, z_i), diện tích tương ứng A_i và các thông số vật liệu. Cốt thép được mô hình hóa như các điểm bổ sung, với diện tích đại diện đúng bằng diện tích của từng thanh cốt thép.

Xét trường hợp tổng quát, tiết diện BTCT chịu lực dọc trục N và các mômen uốn M_y và M_z quanh các y và z như thể hiện ở Hình 1. Theo giả thiết Bernoulli, mặt cắt ngang sau biến dạng vẫn phẳng, vì vậy biến dạng dọc trục trên tiết diện được giả thiết phân bố tuyến tính. Trên cơ sở đó, biến dạng dọc trục tại thớ thứ i được xác định theo:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_x + \kappa_y z_i - \kappa_z y_i \tag{1}$$

trong đó ε_i là biến dạng dọc trục tại thớ thứ i; ε_x là biến dạng dọc trục tại trục trung hòa; κ_y, κ_z là độ cong quanh các trục y, z.



Hình 1. Sơ đồ chia thớ dùng trong phân tích mô men–độ cong

Nội lực trong tiết diện được xác định bằng cách tích phân phân bố ứng suất pháp trên toàn bộ diện tích tiết diện. Trong mô hình này, bê tông và cốt thép được xét như các thành phần riêng biệt. Cụ thể, lực dọc trục N và các mô men uốn M_y, M_z được xác định như sau:

$$\begin{aligned} N &= \int_{A_c} \sigma_c \, dA + \sum\nolimits_{j=1}^{n_s} \sigma_{s,j} A_{s,j} \\ M_y &= \int_{A_c} z\sigma_c \, dA + \sum\nolimits_{j=1}^{n_s} \sigma_{s,j} A_{s,j} z_j \\ M_z &= \int_{A_c} -y\sigma_c \, dA - \sum\nolimits_{j=1}^{n_s} \sigma_{s,j} A_{s,j} y_j \end{aligned} \tag{2}$$

trong đó A_c là diện tích bê tông; $A_{s,j}$ là diện tích thanh cốt thép thứ j; σ_c và $\sigma_{s,j}$ lần lượt là ứng suất trong bê tông và cốt thép; y, z và y_j, z_j lần lượt là tọa độ tương ứng của phần tử diện tích dA và cốt thép đối với các trục của tiết diện, $\sigma_{s,j}$ là ứng suất cốt thép tại điểm thứ j, $j = 1, \ldots, n_s$ là chỉ số các thanh cốt thép.

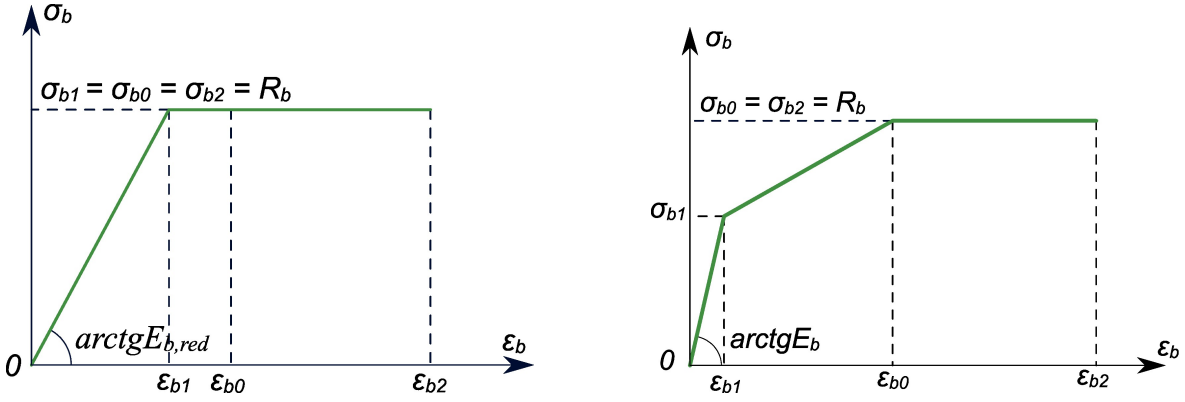
Các tích phân trong công thức (2) được xấp xỉ bằng tích phân số. Trong nghiên cứu này, quy tắc hình chữ nhật được lựa chọn nhờ ưu điểm đơn giản, ổn định và hiệu quả tính toán, đặc biệt phù hợp với bài toán lặp trong phân tích tiết diện [8, 9]

$$\begin{aligned} N &= \sum\nolimits_{i=1}^{n_c} \sigma_{c,i} A_i + \sum\nolimits_{j=1}^{n_s} \sigma_{s,j} A_{s,j} \\ M_y &= \sum\nolimits_{i=1}^{n_c} \sigma_{c,i} z_i A_i + \sum\nolimits_{j=1}^{n_s} \sigma_{s,j} A_{s,j} z_j \\ M_z &= -\sum\nolimits_{i=1}^{n_c} \sigma_{c,i} y_i A_i - \sum\nolimits_{j=1}^{n_s} \sigma_{s,j} A_{s,j} y_j \end{aligned} \tag{3}$$

trong đó A_i: diện tích tiết diện thớ i; $\sigma_{c,i}$ là ứng suất bê tông thớ thứ i, $i = 1, \ldots, n_c$ là chỉ số các thớ bê tông.

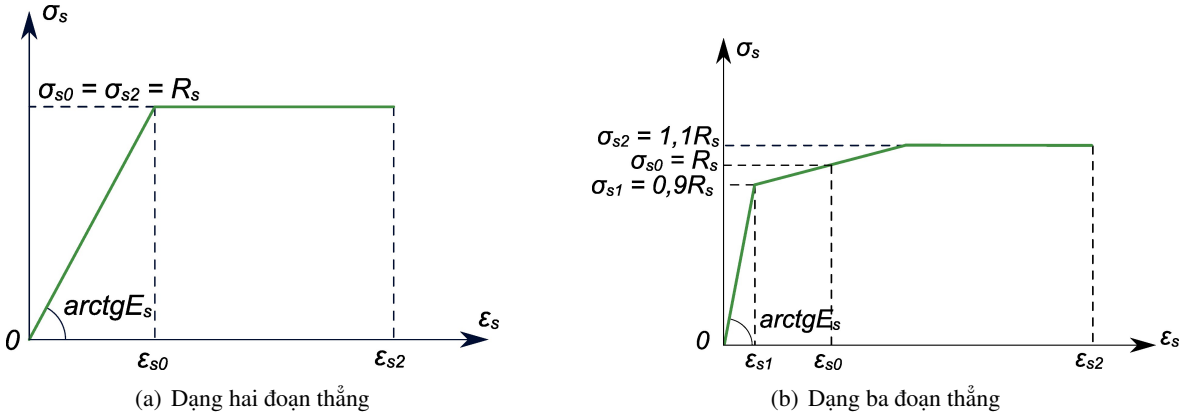
Quan hệ ứng suất–biến dạng của bê tông và cốt thép được mô hình hóa theo hai dạng đơn giản: mô hình hai đoạn thẳng và mô hình ba đoạn thẳng. Theo TCVN 5574:2018, các mô hình ứng suất–biến dạng của bê tông chịu nén và cốt thép được trình bày lần lượt trong Hình 2 và Hình 3, trong đó cốt thép được giả thiết có ứng xử giống nhau khi chịu kéo và nén [14]. Trong mô hình phân tích, bê tông vùng kéo được giả thiết không tham gia chịu lực, trên cơ sở tham chiếu đến cách tính toán độ bền

theo TCVN 5574:2018 [14]. Đồng thời, giả thiết bám dính hoàn toàn giữa bê tông và cốt thép được áp dụng, đảm bảo biến dạng của hai vật liệu tại cùng một vị trí là tương thích.



(a) Dạng hai đoạn thẳng (b) Dạng ba đoạn thẳng

Hình 2. Quan hệ ứng suất-biến dạng của bê tông khi chịu nén dùng cho thiết kế theo TCVN 5574:2018



(a) Dạng hai đoạn thẳng (b) Dạng ba đoạn thẳng

Hình 3. Quan hệ ứng suất-biến dạng của cốt thép dùng cho thiết kế theo TCVN 5574:2018

Sự kết hợp giữa hai mô hình của bê tông và cốt thép tạo thành bốn tổ hợp được phân tích trong nghiên cứu: BT2–CT2, BT2– CT3, BT3– CT2 và BT3– CT3. Trong nghiên cứu này, quan hệ mô men–độ cong không được sử dụng để đánh giá toàn bộ quá trình làm việc của dầm mà chỉ được sử dụng để xác định giá trị M_u tại TTGH1. Các giá trị M_u thu được từ bốn tổ hợp được so sánh nhằm đánh giá ảnh hưởng của mô hình vật liệu, xác định tổ hợp cho giá trị M_u lớn nhất và xem xét mức độ an toàn khi sử dụng các thông số vật liệu tính toán trong thiết kế.

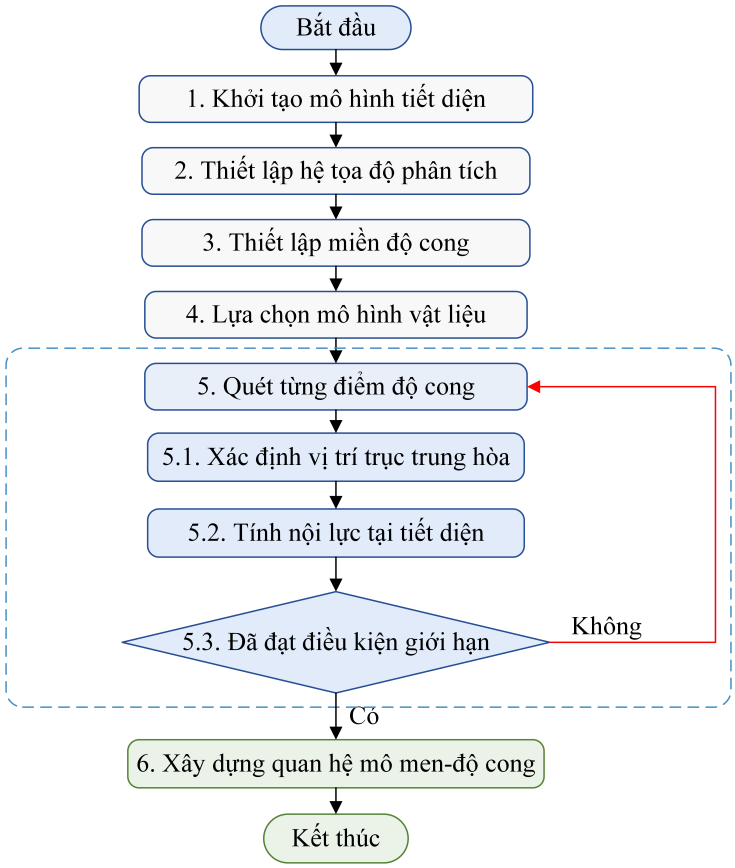
2.2. Quy trình tính toán và lập trình MATLAB

Trong bài toán mô men–độ cong một phương (ví dụ uốn quanh trục y), ta chỉ cần xét một độ cong chính κ_y và có thể bỏ qua độ cong quanh trục còn lại. Trên cơ sở giả thiết này, thuật toán phân tích tiết diện được xây dựng và triển khai trên môi trường MATLAB R2015 theo quy trình trình bày trong Hình 4.

Các bước chính của thuật toán được tóm tắt như sau:

Bước 1. Khởi tạo mô hình tiết diện

Nhập dữ liệu hình học và đặc trưng vật liệu của tiết diện, bao gồm kích thước tiết diện, vị trí và diện tích các thanh cốt thép, cùng các tham số cơ học của bê tông và cốt thép. Tiết diện bê tông được rời rạc hóa thành các thớ dạng tứ giác, mỗi thớ được đặc trưng bởi diện tích và tọa độ trọng tâm.



Hình 4. Sơ đồ thuật toán phân tích quan hệ mô men–độ cong của tiết diện BTCT

Bước 2. Thiết lập hệ tọa độ phân tích

Xác định trọng tâm tiết diện quy đổi dựa trên diện tích bê tông và diện tích cốt thép đã quy đổi về bê tông theo tỷ lệ mô đun đàn hồi. Sau đó, tọa độ của các thớ bê tông và các thanh cốt thép được chuyển về hệ trục tọa độ có gốc tại trọng tâm tiết diện quy đổi.

Bước 3. Thiết lập miền độ cong

Chiều cao tiết diện h_{sec} được xác định từ thớ bê tông cao nhất đến thấp nhất:

$$h_{\text{sec}} = z_{top} - z_{bot} \tag{4}$$

trong đó z_{top}, z_{bot} lần lượt là tung độ lớn nhất và nhỏ nhất của tiết diện.

Để thiết lập miền độ cong bao trùm từ giai đoạn đàn hồi đến gần trạng thái giới hạn, hai giá trị độ cong ước tính được xác định dựa trên biến dạng đặc trưng của vật liệu, với giả thiết phân bố biến dạng tuyến tính theo chiều cao tiết diện. Độ cong ước tính theo bê tông κ_{cu} và theo cốt thép κ_s được xác định bởi:

$$\kappa_{cu} \approx \frac{2\varepsilon_{b2}}{h_{\text{sec}}}; \quad \kappa_s \approx \frac{2\varepsilon_{s2}}{h_{\text{sec}}} \tag{5}$$

Độ cong giới hạn $\kappa_{\max}$ được lựa chọn dựa trên giá trị lớn hơn giữa κ_{cu} và κ_s có xét hệ số an toàn 5,0 nhằm đảm bảo miền phân tích bao phủ đầy đủ giai đoạn phi tuyến. Một dải giá trị độ cong liên tục được chia thành 100 mốc nằm trong khoảng $[0, \kappa_{\max}]$ để mô tả đầy đủ quan hệ mô men–độ cong.

Bước 4. Lựa chọn mô hình vật liệu

Thiết lập tổ hợp mô hình vật liệu bê tông và cốt thép cần khảo sát. Trong nghiên cứu này xét bốn tổ hợp BT2-CT2, BT2-CT3, BT3-CT2 và BT3-CT3.

Bước 5. Quét từng điểm độ cong

Bước 5.1. Xác định vị trí trục trung hòa

Với mỗi giá trị độ cong, κ_y, vị trí trục trung hòa, z_s, được xác định sao cho điều kiện cân bằng lực dọc trong tiết diện được thỏa mãn:

$$N(z_s, \kappa_y) = 0 \tag{6}$$

trong đó $N(z_s, \kappa_y)$ được tính bằng tích phân số trên tiết diện theo phương pháp chia thớ, có xét quan hệ ứng suất–biến dạng phi tuyến của bê tông và cốt thép.

Bước khởi tạo miền tìm kiếm: thuật toán chọn một khoảng ban đầu $[z_L, z_U]$ bao phủ vùng từ đáy đến đỉnh tiết diện và mở rộng thêm một biên an toàn. Đối với các bước độ cong tiếp theo, khoảng tìm kiếm được xác định từ vị trí trục trung hòa của bước trước nhằm tăng hiệu quả hội tụ. Điều kiện kẹp nghiệm được kiểm tra thông qua giá trị lực dọc N_{z_L} và N_{z_U}. Nếu hai giá trị cùng dấu (không kẹp nghiệm), miền $[z_L, z_U]$ được mở rộng dần theo tỷ lệ nhất định và lặp lại kiểm tra, với số lần mở rộng bị giới hạn để tránh vòng lặp vô hạn.

Lặp chia đôi: khi đã kẹp nghiệm, thuật toán thực hiện lặp chia đôi [21]. Tại mỗi vòng lặp, lấy trung điểm $z_m = (z_L + z_U)/2$, tính N_{z_m}, rồi cập nhật nửa khoảng chứa nghiệm dựa trên dấu của N. Quá trình lặp dừng khi $|N_{z_m}| < 10^{-5}$ hoặc $|z_L - z_U|$ đủ nhỏ (miền tìm kiếm hội tụ), hoặc đạt số vòng lặp tối đa (50 vòng lặp). Kết quả thu được là vị trí trục trung hòa z_s ứng với độ cong κ_y.

Bước 5.2. Tính nội lực trong tiết diện: Nội lực trong tiết diện được tính toán theo công thức (3) với hệ trục tọa độ được dời về trục trung hòa z_s.

Bước 5.3. Kiểm tra điều kiện giới hạn

Quá trình phân tích được kết thúc khi biến dạng bê tông hoặc cốt thép đạt giá trị giới hạn ε_{b2} hoặc ε_{s2}. Nếu chưa thỏa điều kiện này, độ cong được tăng lên giá trị tiếp theo và quá trình tính toán được lặp lại.

Bước 6. Xây dựng quan hệ mô men–độ cong

Các cặp giá trị mô men–độ cong thu được được sử dụng để xác lập quan hệ mô men–độ cong (M_y, κ_y). Mô men uốn giới hạn được xác định tại bước tính mà biến dạng bê tông hoặc cốt thép đầu tiên đạt trạng thái giới hạn.

3. Trường hợp khảo sát

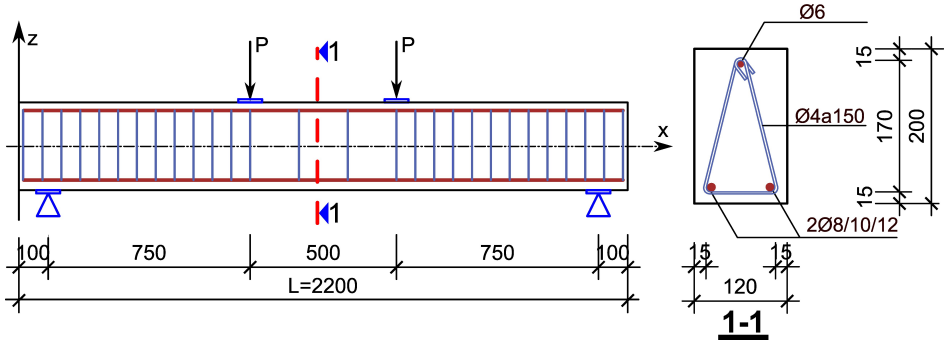
Một số nghiên cứu đã sử dụng phương pháp thực nghiệm [17, 22, 23] và mô phỏng số [24, 25] để khảo sát ứng xử chịu uốn của dầm BTCT. Trong nghiên cứu này, ba dầm D1, D2 và D3 của [17] được lựa chọn làm đối tượng khảo sát. Nghiên cứu [17] đã công bố các đặc trưng vật liệu xác định từ thí nghiệm và lời giải giải tích theo TCVN 5574:2018 với hai dạng biểu đồ bê tông, thuận lợi cho việc đối chiếu với kết quả của phương pháp số. Bài báo tập trung đánh giá ảnh hưởng của mức độ rời rạc hóa tiết diện và mô hình vật liệu đến quan hệ mô men–độ cong cũng như sức kháng uốn của cấu kiện. Các phân tích được thực hiện với cả giá trị tiêu chuẩn và giá trị tính toán của vật liệu.

3.1. Mô tả dầm khảo sát

Nghiên cứu sử dụng kết quả thí nghiệm của ba dầm BTCT D1, D2 và D3 được báo cáo trong [17]. Các dầm có cùng tiết diện chữ nhật (120×200) mm, chiều dài ($L = 2200$) mm và lớp bê tông bảo vệ dày 15 mm. Cốt thép dọc lớp trên của mỗi dầm gồm một thanh Ø6, trong khi cốt thép chịu kéo lớp dưới lần lượt là 2Ø8, 2Ø10 và 2Ø12 đối với D1, D2 và D3. Sự thay đổi này tạo ra các hàm lượng cốt thép tương ứng là 0,45%, 0,71% và 1,02%, qua đó tạo ra ba mẫu có cùng hình học nhưng khác nhau

về lượng cốt thép chịu kéo. Mặt cắt ngang và chi tiết bố trí cốt thép của các dầm được trình bày trong Hình 5.

Cả ba dầm được thí nghiệm theo cùng một sơ đồ uốn bốn điểm, với hai lực tập trung P đặt đối xứng qua giữa nhịp và cách gối tựa gần nhất một đoạn s = 750 mm (Hình 5). Khoảng cách 500 mm giữa hai điểm đặt lực tạo thành vùng có lực cắt bằng không; do đó, tiết diện giữa nhịp nằm trong vùng uốn thuần túy và được lựa chọn để xây dựng quan hệ mô men–độ cong. Cốt đai Ø4 được bố trí với khoảng cách a_1 = 60 mm tại hai đoạn gần gối và a_2 = 150 mm trong vùng giữa hai điểm đặt lực; tại đây, cốt đai chủ yếu có vai trò cấu tạo và giữ ổn định cốt thép dọc. Kết quả quan sát trong [17] cho thấy cả ba dầm đều phá hoại do bê tông vùng nén bị ép vỡ tại tiết diện giữa nhịp.



Hình 5. Sơ đồ thí nghiệm và tiết diện, bố trí cốt thép của các dầm D1, D2 và D3

Các phân tích được thực hiện với hai bộ thông số vật liệu. Bộ thứ nhất sử dụng các giá trị tiêu chuẩn của vật liệu lấy theo kết quả thí nghiệm công bố [17], với cường độ chịu nén và mô đun đàn hồi của bê tông lần lượt bằng $R_{b,n}$ = 20,01 MPa và $E_b = 27{,}839 \times 10^3$ MPa, trong khi cường độ chịu kéo của cốt thép Ø8, Ø10 và Ø12 lần lượt bằng $R_{s,n}$ = 364,1 MPa, $R_{s,n}$ = 324,8 MPa và $R_{s,n}$ = 405,3 MPa. Bộ thứ hai sử dụng các giá trị tính toán được xác định từ các giá trị tiêu chuẩn nêu trên thông qua việc xét đến hệ số độ tin cậy vật liệu theo TCVN 5574:2018. Theo đó, bê tông có cường độ chịu nén tính toán bằng R_b = 15,39 MPa, còn cốt thép Ø8, Ø10 và Ø12 có cường độ chịu kéo tính toán lần lượt bằng R_s = 316,6 MPa, R_s = 282,5 MPa và R_s = 352,4 MPa.

3.2. Kết quả và thảo luận

Dầm D1 được sử dụng làm trường hợp đại diện để khảo sát ảnh hưởng của mức độ rời rạc hóa tiết diện. Việc khảo sát được thực hiện với bộ thông số vật liệu tiêu chuẩn thu được từ thí nghiệm, do mục đích chính là đánh giá sự hội tụ của nghiệm số theo mức độ chia lưới. Tiết diện hình chữ nhật 120 × 200 mm được chia thành các thớ dạng tứ giác, trong đó số thứ nhất biểu thị số phân đoạn theo chiều cao tiết diện (h = 200 mm) và số thứ hai biểu thị số phân đoạn theo chiều rộng tiết diện (b = 120 mm). Giá trị M_u (kN m) thu được từ các mức chia lưới khác nhau được trình bày trong Bảng 1.

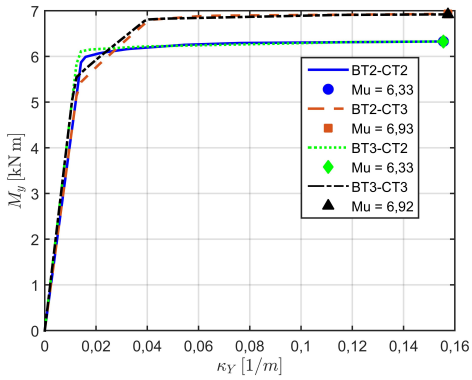
Kết quả ở Bảng 1 cho thấy giá trị M_u tăng dần và có xu hướng hội tụ khi mức độ rời rạc hóa tiết diện được tăng lên. Khi tăng mức độ rời rạc hóa từ lưới 8 × 4 lên 10 × 4, sai khác kết quả dao động từ 1,46% đến 1,62%. Sai khác này giảm xuống còn 0,44–0,8% khi chuyển từ lưới 10 × 4 sang 20 × 4. Đáng chú ý, khi tiếp tục tăng mức độ rời rạc hóa từ 20 × 4 lên 25 × 4, sai khác kết quả chỉ còn 0,14–0,32%, cho thấy việc tăng thêm mức độ rời rạc hóa không làm thay đổi đáng kể giá trị mô men chịu uốn giới hạn. Vì vậy, lưới 25 × 4 được sử dụng trong các phân tích tiếp theo và làm lưới tham chiếu trong phạm vi nghiên cứu này.

Tiếp theo, các phân tích được thực hiện với bộ thông số vật liệu tiêu chuẩn xác định từ kết quả thí nghiệm. Quan hệ mô men–độ cong của các dầm D1, D2 và D3 ứng với bốn tổ hợp mô hình vật liệu

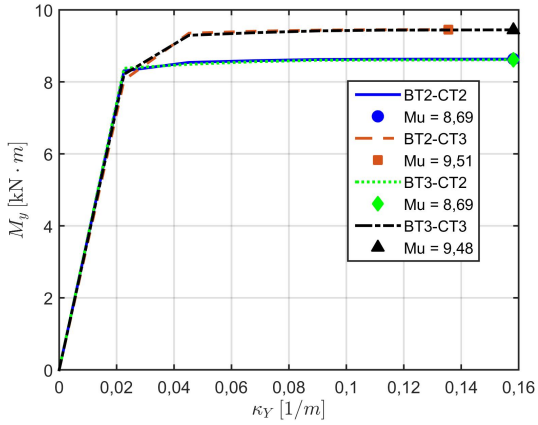
được trình bày lần lượt từ Hình 6 đến Hình 8. Đối với mỗi tổ hợp mô hình vật liệu, trạng thái giới hạn của tiết diện được xác định khi bê tông vùng nén hoặc cốt thép chịu kéo đạt biến dạng cực hạn. Trạng thái này được đánh dấu trên đường cong và là điều kiện dừng của quá trình phân tích; mô men tương ứng được xác định là M_u và đối chiếu với kết quả giải tích, PPNLGH và thực nghiệm trong Bảng 2. Trong đó, lời giải giải tích được xác định theo các công thức tính chiều cao vùng nén và giá trị M_u được trình bày trong [17], với hai dạng biểu đồ ứng suất–biến dạng của bê tông tương ứng với mô hình hai đoạn thẳng (BT2) và ba đoạn thẳng (BT3).

Bảng 1. Ảnh hưởng của mức độ rời rạc hóa tiết diện đến giá trị M_u

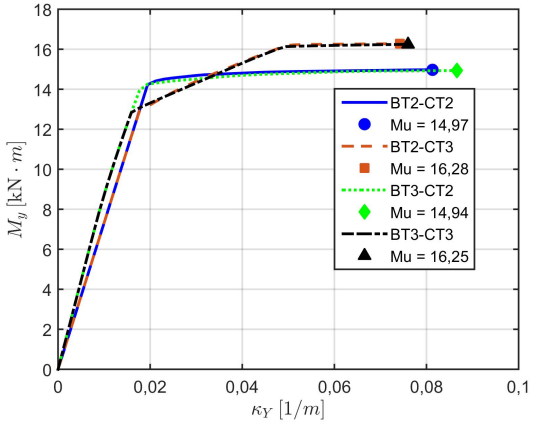
Lưới chia	M_u (kN m)			
	BT2-CT2	BT2-CT3	BT3-CT2	BT3-CT3
8×4	6,16	6,78	6,17	6,78
10×4	6,26	6,88	6,26	6,88
20×4	6,31	6,92	6,31	6,91
25×4	6,33	6,93	6,33	6,92



Hình 6. Quan hệ mô men–độ cong của dầm D1 theo bốn tổ hợp mô hình vật liệu



Hình 7. Quan hệ mô men–độ cong của dầm D2 theo bốn tổ hợp mô hình vật liệu



Hình 8. Quan hệ mô men–độ cong của dầm D3 theo bốn tổ hợp mô hình vật liệu

Bảng 2 cho thấy kết quả phương pháp số và lời giải giải tích [17] có xu hướng tương đồng, với sai khác dao động từ 0,48% đến 4,48% đối với các dầm khảo sát. So với PPNLGH [14], sai khác của

Bảng 2. So sánh M_u (kN m) giữa các phương pháp sử dụng giá trị tiêu chuẩn của vật liệu

Dầm	Phương pháp số				Giải tích [17]		PPNLGH [14]	Thực nghiệm [17]
	BT2-CT2	BT2-CT3	BT3-CT2	BT3-CT3	BT2-CT2	BT3-CT2		
D1	6,33	6,93	6,33	6,92	6,30	6,285	5,96	6,92
D2	8,69	9,51	8,69	9,48	8,56	8,52	8,26	8,84
D3	14,97	16,28	14,94	16,25	14,4	14,3	14,75	15,36

phương pháp số nằm trong khoảng 1,29–16,28% đối với các dầm và tổ hợp mô hình vật liệu khảo sát. Với cả bốn tổ hợp mô hình vật liệu, sai khác có xu hướng giảm khi hàm lượng cốt thép tăng. Tuy nhiên, nhận xét này cần được kiểm chứng thêm thông qua các trường hợp khảo sát đa dạng hơn. Mặt khác, ảnh hưởng của mô hình bê tông là rất nhỏ; sai khác giữa BT2 và BT3 không vượt quá 0,32%. Ngược lại, việc chuyển từ mô hình cốt thép hai đoạn thẳng sang ba đoạn thẳng làm tăng giá trị M_u khoảng 8,75–9,48%. Kết quả này cho thấy mô hình cốt thép có ảnh hưởng đáng kể hơn nhiều so với mô hình bê tông đối với sức kháng uốn của tiết diện.

Tiếp theo, các phân tích được thực hiện với bộ thông số vật liệu tính toán theo TCVN 5574:2018, trong đó các cường độ tính toán được xác định từ các giá trị tiêu chuẩn thông qua việc áp dụng hệ số độ tin cậy vật liệu. Kết quả mô men chịu uốn giới hạn của các tổ hợp mô hình vật liệu và số liệu thực nghiệm được tổng hợp trong Bảng 3. Kết quả cho thấy xu hướng thu được tương tự trường hợp sử dụng các thông số vật liệu tiêu chuẩn. Ảnh hưởng của mô hình bê tông đến mô men chịu uốn giới hạn là không đáng kể, với sai khác giữa các mô hình BT2 và BT3 không vượt quá 0,34% đối với cả ba dầm khảo sát. Ngược lại, mô hình cốt thép ảnh hưởng rõ rệt đến kết quả tính toán; việc chuyển từ mô hình hai đoạn sang ba đoạn làm tăng mô men chịu uốn giới hạn khoảng 8,48–9,6%.

Bảng 3. So sánh M_u (kN m) giữa các phương pháp với thông số vật liệu tính toán

Dầm	Phương pháp số				Thực nghiệm
	BT2-CT2	BT2-CT3	BT3-CT2	BT3-CT3	
D1	5,96	6,52	5,94	6,51	6,92
D2	7,51	8,21	7,49	8,19	8,84
D3	12,86	13,95	12,84	13,94	15,36

Đối với cả ba dầm khảo sát, các giá trị dự báo đều nhỏ hơn kết quả thực nghiệm, cho thấy các tổ hợp mô hình vật liệu được xem xét đều duy trì tính an toàn khi sử dụng thông số vật liệu tính toán. Đồng thời, các mô hình cốt thép ba đoạn cho kết quả gần với thực nghiệm hơn đáng kể so với các mô hình hai đoạn. Chẳng hạn, đối với dầm D3, sai khác so với thực nghiệm giảm từ khoảng 16,3% đối với BT2–CT2 xuống còn 9,2% đối với BT2–CT3. Kết quả này cho thấy việc xét đến ảnh hưởng tái bền sau chảy của cốt thép có thể cải thiện khả năng dự báo sức kháng uốn, đồng thời vẫn duy trì kết quả tính toán thấp hơn thực nghiệm.

4. Kết luận

Nghiên cứu đã xây dựng quy trình phân tích quan hệ mô men–độ cong của tiết diện BTCT bằng phương pháp chia thớ kết hợp tích phân số và lập trình trên MATLAB theo TCVN 5574:2018. Thuật toán cho phép xét đồng thời bốn tổ hợp mô hình vật liệu gồm BT2–CT2, BT2–CT3, BT3–CT2 và BT3–CT3.

Kết quả khảo sát cho thấy nghiệm số hội tụ nhanh theo mức độ rời rạc hóa tiết diện. Khi tăng mức chia lưới từ 20×4 lên 25×4, sai khác của mô men chịu uốn giới hạn chỉ còn 0,14–0,32%, cho thấy

nghiệm đã gần như hội tụ hoàn toàn. Do đó, lưới 25×4 được lựa chọn làm nghiệm tham chiếu trong các phân tích tiếp theo.

Kết quả đối chiếu cho thấy phương pháp số cho giá trị mô men chịu uốn giới hạn tương đồng với lời giải giải tích và phương pháp nội lực giới hạn (PPNLGH). Sai khác giữa phương pháp số và lời giải giải tích dao động từ 0,48% đến 4,48% đối với các dầm khảo sát. So với PPNLGH, sai khác của phương pháp số nằm trong khoảng 1,29–16,28% đối với các dầm và tổ hợp mô hình vật liệu được xem xét. Với cả bốn tổ hợp mô hình vật liệu, sai khác có xu hướng giảm khi hàm lượng cốt thép tăng; tuy nhiên, xu hướng này cần được kiểm chứng thêm với phạm vi khảo sát rộng hơn.

Đối với cả trường hợp sử dụng giá trị tiêu chuẩn và giá trị tính toán của vật liệu, ảnh hưởng của mô hình bê tông đến kết quả phân tích là không đáng kể; sai khác giữa các mô hình BT2 và BT3 không vượt quá 0,34%. Ngược lại, việc chuyển từ mô hình cốt thép hai đoạn thẳng sang ba đoạn thẳng làm tăng mô men chịu uốn giới hạn khoảng 8,48–9,6%, cho thấy mô hình cốt thép có ảnh hưởng đáng kể hơn nhiều so với mô hình bê tông đối với sức kháng uốn của tiết diện.

Khi sử dụng các giá trị tính toán của vật liệu theo TCVN 5574:2018, tất cả các tổ hợp mô hình đều cho kết quả thấp hơn thực nghiệm, phù hợp với yêu cầu an toàn trong thiết kế. Đối với các dầm khảo sát trong nghiên cứu này, các mô hình cốt thép ba đoạn thẳng cho kết quả gần với thực nghiệm hơn so với các mô hình hai đoạn thẳng, đồng thời vẫn duy trì dự báo theo hướng an toàn. Kết quả này cho thấy việc xét đến ảnh hưởng tái bền sau chảy của cốt thép có thể góp phần nâng cao độ chính xác của dự báo sức kháng uốn trong tính toán thiết kế.

Nghiên cứu tập trung vào việc xác định M_u tại TTGH1 từ quan hệ mô men–độ cong của các dầm BTCT tiết diện chữ nhật chịu uốn một phương. Các điểm đặc trưng như điểm nứt và điểm chảy dẻo chưa được khảo sát. Do dữ liệu thực nghiệm [17] không cung cấp phân bố biến dạng bê tông theo chiều cao tiết diện, không đủ cơ sở để đối chiếu toàn bộ quan hệ mô men–độ cong; do đó, việc đối chiếu với thực nghiệm chỉ được thực hiện tại M_u. Các nghiên cứu tiếp theo sẽ khảo sát điểm nứt, điểm chảy dẻo và mở rộng phạm vi nghiên cứu đối với các dạng tiết diện, hàm lượng và bố trí cốt thép, cũng như cấp độ bền vật liệu khác nhau.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Thủ Dầu Một trong đề tài mã số DT.25.1-101.

Tuyên bố về việc sử dụng trí tuệ nhân tạo tạo sinh và các công nghệ hỗ trợ bởi AI

Tác giả xác nhận không sử dụng bất kỳ công cụ trí tuệ nhân tạo tạo sinh hoặc công nghệ hỗ trợ bởi AI nào trong quá trình chuẩn bị và hoàn thiện bản thảo.

Tài liệu tham khảo

[1] Kwak, H.-G., Kim, S.-P. (2002). Nonlinear analysis of RC beams based on moment-curvature relation. *Computers & Structures*, 80(7–8):615–628.

[2] Park, G. K., Kwak, H. G., Filippou, F. C. (2017). Blast analysis of RC beams based on moment-curvature relationship considering fixed-end rotation. *Journal of Structural Engineering*, 143(9):04017104.

[3] Foroughi, S., Yuksel, S. B. (2022). A new approach for determining the curvature ductility of reinforced concrete beams. *Slovak Journal of Civil Engineering*, 30(1):8–20.

[4] Simão, P. D., Barros, H., Ferreira, C. C., Marques, T. (2016). Closed-form moment-curvature relations for reinforced concrete cross sections under bending moment and axial force. *Engineering Structures*, 129:67–80.

[5] Chen, X., Zhou, D. H., Wang, P., Zhang, S. P. (2015). New procedure for determining the moment–curvature relationship of a reinforced concrete section. *Magazine of Concrete Research*, 67(3):121–132.

[6] Tuấn, N. H. A. (2020). Khảo sát ứng xử uốn của dầm bê tông cốt thép thông qua biểu đồ mô men-độ cong tính theo TCVN 5574:2018. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (IBST)*, (2):62–69.

[7] Tsao, W. H., Hsu, C. T. T. (1993). A nonlinear computer analysis of biaxially loaded L-shaped slender reinforced concrete columns. *Computers & Structures*, 49(4):579–588.

[8] Spacone, E., Filippou, F. C., Taucer, F. F. (1996). Fibre beam-column model for non-linear analysis of R/C frames: Part I. Formulation. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 25(7):711–725.

[9] Kostic, S. M., Filippou, F. C. (2023). An adaptive section discretization scheme for the nonlinear dynamic analysis of steel frames. *Journal of Structural Engineering*, 149(4):04023015.

[10] Fafitis, A. (2001). Interaction surfaces of reinforced-concrete sections in biaxial bending. *Journal of Structural Engineering*, 127(7):840–846.

[11] Sfakianakis, M. G. (2002). Biaxial bending with axial force of reinforced, composite and repaired concrete sections of arbitrary shape by fiber model and computer graphics. *Advances in Engineering Software*, 33 (4):227–242.

[12] Bonet, J. L., Romero, M. L., Miguel, P. F., Fernandez, M. A. (2004). A fast stress integration algorithm for reinforced concrete sections with axial loads and biaxial bending. *Computers & Structures*, 82(2–3): 213–225.

[13] Papanikolaou, V. K. (2012). Analysis of arbitrary composite sections in biaxial bending and axial load. *Computers & Structures*, 98–99:33–54.

[14] TCVN 5574:2018. *Thiết kế kết cấu bê tông và bê tông cốt thép*. Bộ Xây dựng, ban hành bởi Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng (IBST), Hà Nội.

[15] Tâm, T. V., Tùng, P. T., Ninh, N. T., Vượng, P. N. (2019). Xây dựng phần mềm tính toán khả năng chịu lực của cấu kiện bê tông cốt thép chịu nén lệch tâm xiên có tiết diện bất kỳ theo TCVN 5574:2018. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (TCKHCNXD) - ĐHXDHN*, 13(4V):47–57.

[16] Phương, N. V., Vongchith, S., Thắng, N. T. (2020). Xác định khả năng chịu lực của cột bê tông cốt thép sử dụng các mô hình vật liệu phi tuyến của TCVN 5574:2018. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (TCKHCNXD) - ĐHXDHN*, 14(3V):93–107.

[17] Linh, N. N., Tân, N. N., Quang, N. V., Minh, P. Q. (2020). Nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm xác định mô men uốn giới hạn của cấu kiện dầm BTCT theo mô hình biến dạng phi tuyến của bê tông. *Tạp chí Khoa học và Công nghệ Việt Nam, Bản B*, 62(1):36–41.

[18] Bảo, T. Đ. (2025). So sánh các phương pháp số trong phân tích phi tuyến tiết diện bê tông cốt thép chịu uốn. *Tạp chí IBST*, (3):14–22.

[19] Tran, D. B. (2025). Effect of supplementary reinforcement on flexural strength of reinforced concrete beams. *International Journal of GEOMATE*, 29(133):89–96.

[20] Tuấn, V. C., Phẩm, T. M. (2023). Phân tích ứng xử của dầm bê tông cốt thép tiết diện chữ nhật chịu uốn phẳng theo mô hình biến dạng phi tuyến vật liệu. *Tạp chí Xây dựng*, (6):110–115.

[21] Nwry, A. W., Kareem, H. M., Ibrahim, R. B., Mohammed, S. M. (2021). Comparison between bisection, Newton and secant methods for determining the root of the non-linear equation using MATLAB. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12(14):1115–1122.

[22] Tan, N. N., Nguyen, N. D. (2019). An experimental study on flexural behavior of corroded reinforced concrete beams using electrochemical accelerated corrosion method. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE) - HUCE*, 13(1):1–11.

[23] Chinh, N. V. (2021). Flexural performance of reinforced concrete beams made with locally sourced fly ash. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE) - HUCE*, 15(2):38–50.

[24] Tan, N. N., Kien, N. T. (2020). Modeling the flexural behavior of corroded reinforced concrete beams with considering stirrups corrosion. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE) - HUCE*, 14(3):26–39.

[25] Tan, N. N., Kien, N. T., Giang, N. H. (2021). Numerical study on the flexural performance of RC beams with externally bonded CFRP sheets. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE) - HUCE*, 15(4):182–196.