

MÔ PHỎNG SỐ CỘT MẢNH BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU NÉN LỆCH TÂM ĐƯỢC GIA CƯỜNG BẰNG DẢI CFRP DÁN TRONG RÃNH BỀ MẶT BÊ TÔNG

Lê Phước Lành^{a,*}, Nguyễn Trường Thăng^a, Nguyễn Trung Hiếu^a

^a*Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, 55 đường Giải Phóng, phường Bạch Mai, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 13/01/2026, Sửa xong 24/02/2026, Chấp nhận đăng 25/03/2026

Tóm tắt

Nghiên cứu này sử dụng mô hình phần tử hữu hạn để mô phỏng ứng xử của cột mảnh bê tông cốt thép (BTCT) chịu nén lệch tâm phẳng được gia cường bằng vật liệu polyme cốt sợi các-bon (CFRP) dán trong rãnh bề mặt bê tông (NSM). Mô hình số được hiệu chỉnh và kiểm chứng bằng kết quả thực nghiệm đã công bố với sai lệch nhỏ hơn 8%, khẳng định độ tin cậy của mô hình. Phân tích các tham số được thực hiện với các tỷ số giữa độ lệch tâm và chiều cao tiết diện cột e/h là 0,1; 0,2 và 0,3, cùng với hàm lượng CFRP thay đổi lần lượt là 0%; 0,093%; 0,187%; 0,280% và 0,373%. Kết quả cho thấy, việc tăng hàm lượng CFRP giúp nâng cao tải trọng phá hoại và giảm chuyển vị ngang ở tất cả các mức lệch tâm, trong đó hiệu quả gia cường trở nên rõ rệt hơn khi độ lệch tâm tăng. Điều này phản ánh khả năng huy động sự làm việc của CFRP hiệu quả hơn sau khi bê tông nứt và khi độ cứng dọc trục của cột BTCT suy giảm do hiệu ứng bậc hai ($P-\delta$).

Từ khoá: CFRP NSM; cột mảnh BTCT; lệch tâm phẳng; mô phỏng phần tử hữu hạn; hiệu ứng bậc hai ($P-\delta$).

NUMERICAL SIMULATION OF UNIAXIALLY-LOADED SLENDER REINFORCED CONCRETE COLUMNS STRENGTHENED WITH NEAR-SURFACE MOUNTED CFRP STRIPS

Abstract

This study employs finite element analysis to investigate the behavior of slender RC columns subjected to uniaxial bending and strengthened with carbon fiber-reinforced polymer (CFRP) materials, using the near-surface mounted (NSM) technique with CFRP strips embedded in grooves closed to the concrete surface. The proposed model is calibrated and validated against published experimental results, showing discrepancies of less than 8%, thereby confirming its reliability. A parametric study is conducted considering the ratios between load eccentricity and the column cross-section height (e/h) of 0.1, 0.2 and 0.3, together with varying NSM CFRP reinforcement ratios of 0%, 0.093%, 0.187%, 0.280% and 0.373%. The results reveal that increasing the CFRP content enhances the ultimate load capacity and reduces lateral deflections at all eccentricity levels; while the strengthening effectiveness becomes more pronounced as the eccentricity increases. This behavior reflects a more effective mobilization of NSM CFRP after concrete cracking and under reduced axial stiffness induced by second-order ($P-\delta$) effects.

Keywords: NSM CFRP; slender reinforced concrete columns; uniaxial bending; finite element modeling; ($P-\delta$) effect.

[https://doi.org/10.31814/stce.huce2026-20\(2V\)-02](https://doi.org/10.31814/stce.huce2026-20(2V)-02) © 2026 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Cột bê tông cốt thép (BTCT) là cấu kiện chịu lực chính trong công trình dân dụng và công nghiệp, nhận tải trọng từ hệ dầm sàn và truyền lực xuống móng, đồng thời đảm bảo khả năng chịu lực cũng như sự ổn định tổng thể của toàn kết cấu. Sự làm việc chịu lực của cột mảnh chịu ảnh hưởng bởi chuyển vị ngang lớn [1]. Khi cột chịu nén lệch tâm, sự kết hợp giữa lực dọc và mô men uốn làm gia tăng nhanh chuyển vị ngang, dẫn đến sự suy giảm đáng kể về khả năng chịu lực và có thể dẫn đến phá hoại do mất ổn định. Trong quá trình khai thác sử dụng, nhiều cột có thể bị suy giảm khả năng chịu lực do các tác động cơ học và môi trường không được dự báo hết khi tính toán thiết kế công trình như: (i) Sự cập nhật về các số liệu trong tiêu chuẩn thiết kế (ví dụ trọng lượng xe chạy bằng điện lớn hơn so với xe chạy xăng v.v.); (ii) Do sự thay đổi công năng sử dụng; (iii) Do tác động của thiên tai (gió bão, động đất) vượt quá giá trị dự báo khi thiết kế công trình; (iv) Do tác động cháy, nổ; và (v) Ảnh hưởng

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: lanhlp@huce.edu.vn (Lành, L. P.)

của nhiệt độ, độ ẩm, các yếu tố xâm thực có nguồn gốc hóa học (Cl^- , CO_2 , ...). Trong bối cảnh đó, gia cường kết cấu cột BTCT trở thành một giải pháp vừa kinh tế, vừa hiệu quả nhằm phục hồi và nâng cao khả năng chịu lực, đồng thời duy trì tuổi thọ và công năng của công trình.

Ngày nay, vật liệu polyme cốt sợi các-bon (CFRP) đã được ứng dụng ngày càng rộng rãi trong lĩnh vực gia cường kết cấu nhờ các ưu điểm nổi bật như: cường độ chịu kéo cao, khối lượng nhẹ, bền trong môi trường chịu tác nhân gây ăn mòn góp phần kéo dài tuổi thọ và giảm chi phí bảo trì cho kết cấu [2–4]. Các kỹ thuật gia cường cột mảnh BTCT bằng vật liệu CFRP được sử dụng phổ biến bao gồm: (i) dán vải sợi các-bon CFRP ngoài bề mặt bê tông có hướng sợi theo phương ngang, phương dọc hoặc phương xiên so với trục cột [5–10]; và (ii) dán dải CFRP trong rãnh bề mặt bê tông theo phương trục cột (NSM) [11]. Trong đó, phương pháp NSM được thực hiện bằng cách khoét rãnh trong bê tông, dán dải CFRP vào khe rãnh và cố định bằng keo epoxy, được đánh giá cao nhờ khả năng tăng cường đáng kể độ cứng và khả năng chịu lực, cải thiện độ dẻo và duy trì tính thẩm mỹ của công trình.

Các nghiên cứu thực nghiệm đã chứng minh hiệu quả vượt trội của kỹ thuật gia cường cột BTCT bằng dải CFRP NSM [11, 12]. Bên cạnh đó, mô phỏng số bằng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) đang trở thành công cụ nghiên cứu mạnh mẽ, cho phép mô phỏng chi tiết ứng xử phi tuyến của vật liệu và kết cấu, tiết kiệm đáng kể thời gian và chi phí thí nghiệm. Nhiều nghiên cứu mô phỏng số tập trung vào cột BTCT chịu nén đúng tâm và lệch tâm gia cường bằng kỹ thuật dán vải sợi các-bon CFRP [13–16]. Tuy nhiên, nghiên cứu mô phỏng số tập trung vào cột mảnh BTCT chịu nén lệch tâm được gia cường bằng dải CFRP NSM vẫn còn hạn chế, đặc biệt là trong việc phân tích ảnh hưởng đồng thời của độ lệch tâm và cấu hình gia cường (số lượng dải CFRP) đến ứng xử phi tuyến tổng thể của cột.

Trong nghiên cứu này, mô hình phần tử hữu hạn sử dụng phần mềm ABAQUS [17] để mô phỏng ứng xử của cột mảnh BTCT chịu nén lệch tâm phẳng được gia cường bằng dải CFRP theo phương pháp NSM. Mục tiêu của nghiên cứu là mô phỏng số và khảo sát ảnh hưởng đồng thời của độ lệch tâm tải trọng, số lượng dải CFRP (hàm lượng CFRP) đến khả năng chịu tải và ứng xử phi tuyến của cột, qua đó làm rõ hiệu quả gia cường dải CFRP NSM đối với các cấu kiện chịu nén lệch tâm và cung cấp cơ sở khoa học cho việc ứng dụng rộng rãi kỹ thuật gia cường cột mảnh BTCT bằng CFRP theo phương pháp NSM vào thực tiễn.

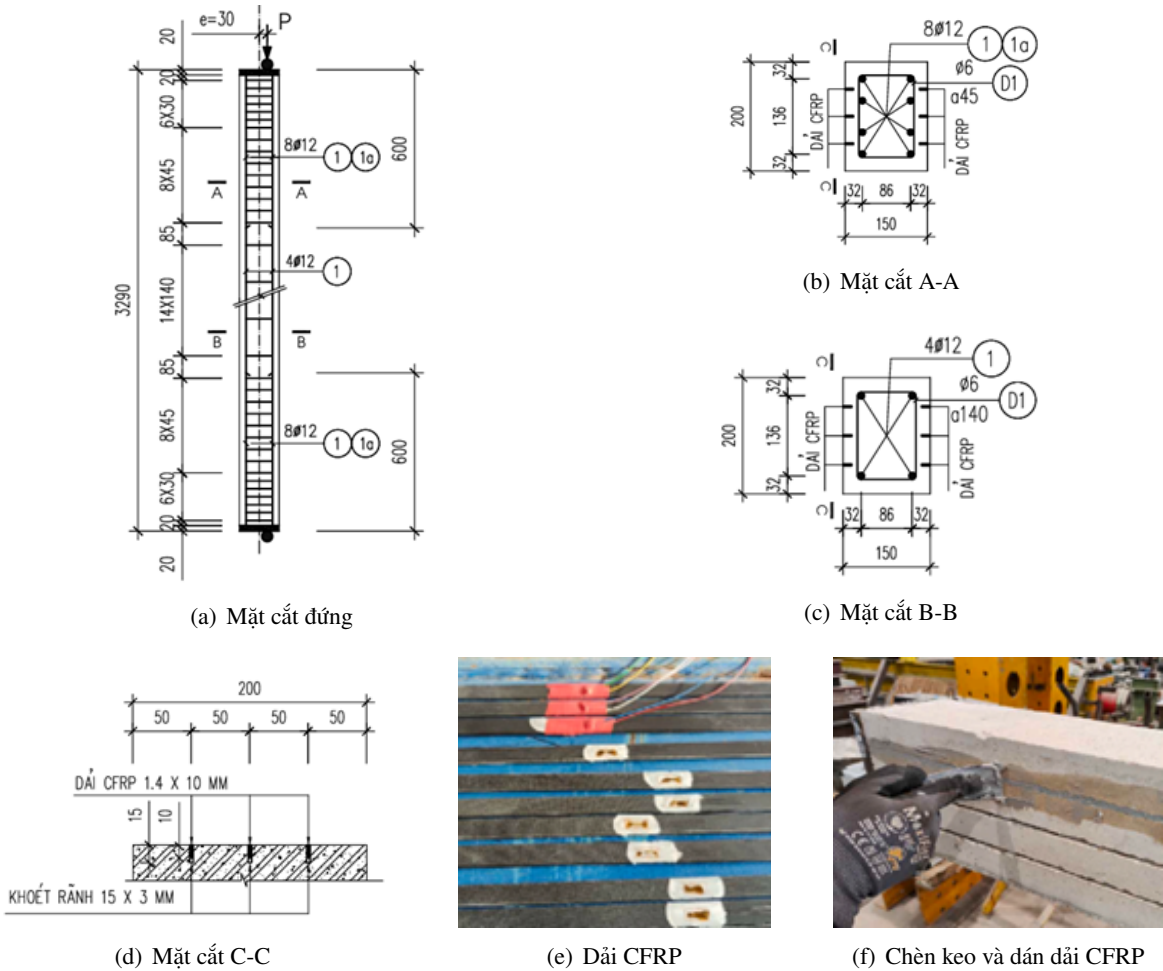
2. Chương trình thực nghiệm tham chiếu

Trong nghiên cứu này, bộ dữ liệu nghiên cứu thực nghiệm của Ján Pecka và cộng sự thực hiện năm 2025 [11] được sử dụng làm cơ sở để hiệu chỉnh các tham số vật liệu và kiểm chứng độ tin cậy của mô hình phần tử hữu hạn. Tổng cộng bảy cột mảnh BTCT đã được thí nghiệm, trong đó hai mẫu E0,2-R0 và E0,2-R3 (ký hiệu tương ứng với mẫu S1 và mẫu (S20, S30) trong nghiên cứu [11]) được lựa chọn để phục vụ công tác kiểm chứng mô hình.

Các cột mảnh BTCT có tiết diện chữ nhật $h \times b = 150 \times 200$ mm, chiều cao cột là 3290 mm, với độ mảnh theo phương uốn là $\lambda = 76,2$. Cốt thép dọc trong cột gồm 4 \varnothing 12, trong đoạn chiều dài 600 mm ở mỗi đầu cột bố trí thêm 2 thanh \varnothing 12 (tổng cộng 6 \varnothing 12) và các đầu thép dọc được hàn vào tấm bản thép đầu cột có kích thước $b \times h \times t = 150 \times 200 \times 20$ mm. Cốt thép đai trong cột sử dụng \varnothing 6a140, đồng thời cốt đai được gia cường bổ sung (khoảng cách đai gia cường là 30 mm và 45 mm) tại các vùng gần đầu cột nhằm hạn chế phá hoại cục bộ.

Mẫu thí nghiệm E0,2-R3 được gia cường bằng các dải CFRP NSM. Trên mỗi mặt cột có kích thước 200 mm được xẻ ba rãnh dọc chiều cao, trong mỗi rãnh đặt 01 dải CFRP có kích thước $b_f \times h_f = 1,4 \times 10$ mm. Các dải CFRP được dán vào rãnh bằng keo epoxy Adesilex PG1 (MAPEI Ltd.) [11], đảm bảo liên kết bền chặt giữa dải CFRP và bê tông.

Các đặc trưng cơ học của vật liệu bê tông, cốt thép và CFRP được trình bày trong Bảng 1. Các cột được thí nghiệm theo cơ cấu hệ gia tải nằm ngang, với lực nén có độ lệch tâm $e = 30$ mm theo phương cạnh cột $h = 150$ mm tác động thông qua khối thép gia tải tiết diện tròn có bán kính $R = 20$ mm và chiều dài là 200 mm. Chi tiết cấu tạo các mặt cắt của mẫu thí nghiệm và hình ảnh dải CFRP được dán vào các rãnh được thể hiện trong Hình 1.



Hình 1. Chi tiết các mặt cắt mẫu cột và hình ảnh dán CFRP [11]

Bảng 1. Đặc trưng cơ học của vật liệu bê tông, cốt thép và CFRP [11]

Bê tông	Cốt thép							CFRP		
	Đai Ø6			Đọc Ø12				σ_{fu} (MPa)	E_f (MPa)	ε_{fu} (%)
f'_c (MPa)	E_c (MPa)	σ_y (MPa)	E_s (MPa)	ε_{su} (%)	σ_y (MPa)	E_s (MPa)	ε_{su} (%)			
25,5	30,4	543	210	3,76	545	212	9,9	2280	244	0,93

trong đó: f'_c và E_c lần lượt là cường độ nén và mô đun đàn hồi của bê tông; σ_y , E_s và ε_{su} lần lượt là giới hạn chảy, mô đun đàn hồi và biến dạng dài kéo đứt của cốt thép; σ_{fu} , E_f và ε_{fu} lần lượt là cường độ chịu kéo, mô đun đàn hồi và biến dạng kéo đứt của cốt sợi CFRP.

3. Mô phỏng phần tử hữu hạn

Trong nghiên cứu này, phần mềm ABAQUS [17] được sử dụng để mô phỏng ứng xử của cột mảnh BTCT gia cường bằng dải CFRP theo phương pháp NSM.

3.1. Mô hình phần tử, liên kết và chia lưới

Các thành phần khối của mô hình bao gồm: bê tông, dải CFRP, tấm bản thép tại đầu cột, và khối thép gia tải (kích thước $R = 20 \text{ mm}$, $L = 300 \text{ mm}$), được mô phỏng bằng phần tử khối tám nút C3D8R (Hình 2). Mỗi nút có ba bậc tự do chuyển vị tịnh tiến theo các phương x , y và z . Phần tử khối C3D8R được lựa chọn do khả năng mô phỏng hiệu quả phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu trong bài toán ổn định của cột mảnh, đồng thời nâng cao tốc độ hội tụ của bài toán.

Cốt thép dọc và cốt thép đai trong cột được mô hình bằng phần tử thanh T3D2, chỉ chịu kéo-nén dọc trục, phản ánh chính xác cơ chế chịu lực của cốt thép trong BTCT. Mô hình ràng buộc bám dính hoàn toàn giữa cốt thép và bê tông bảo đảm sự tương thích biến dạng tuyệt đối giữa bê tông và cốt thép trong suốt quá trình phân tích.

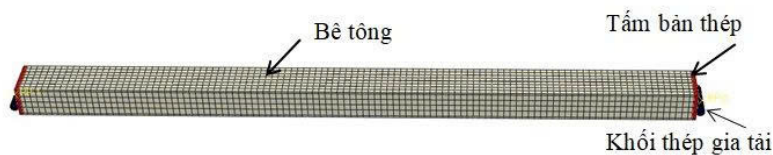
Các liên kết được mô phỏng với điều kiện biên thí nghiệm, cụ thể như sau:

- Liên kết giữa dải CFRP và bê tông được mô hình hóa bằng ràng buộc “tie constraint”, trong đó các bề mặt của dải CFRP được gắn hoàn toàn với các bề mặt tương ứng trên thành rãnh bê tông. Trong ABAQUS, ràng buộc “tie constraint” là dạng ràng buộc trong đó các bậc tự do của bề mặt phụ (bề mặt dải CFRP) được ràng buộc hoàn toàn theo bề mặt chính (bề mặt bê tông trong rãnh), bảo đảm sự tương thích tuyệt đối về chuyển vị và biến dạng giữa hai bề mặt, đồng thời không cho phép xảy ra trượt hay tách rời tại mặt tiếp xúc. Việc sử dụng ràng buộc “tie constraint” được biện minh dựa trên quan sát thực nghiệm trong nghiên cứu [11], cho thấy không ghi nhận hiện tượng bóc tách hoặc phá hoại trong lớp keo epoxy trước khi bê tông xung quanh bị phá hủy. Sau thí nghiệm, bề mặt của các dải CFRP vẫn còn keo bám dính nguyên vẹn, chứng tỏ liên kết epoxy-bê tông vẫn duy trì hiệu quả cho đến giai đoạn phá hoại cuối cùng. Cơ chế phá hoại được ghi nhận chủ yếu là mất ổn định tổng thể và bê tông vùng nén bị ép vỡ, không phải phá hủy lớp keo liên kết. Do đó, việc giả định bám dính hoàn toàn bằng “tie constraint” là hợp lý cho mục tiêu mô phỏng ứng xử của cột trong nghiên cứu này;

- Liên kết giữa tấm bản thép và đầu cột bê tông, liên kết giữa khối thép gia tải và tấm bản thép cũng đều được định nghĩa bằng ràng buộc “tie constraint” để đảm bảo phân bố đều ứng suất tiếp xúc và tránh hiện tượng trượt hoặc tách rời trong vùng truyền tải trọng.

Ngoài ra, khối thép gia tải được ràng buộc với một điểm tham chiếu (RP). Cách thiết lập này cho phép áp dụng tải trọng nén lệch tâm chính xác tại điểm tham chiếu RP, đồng thời phân bố đều ứng suất trên toàn bề mặt tiếp xúc của khối thép gia tải, tránh tập trung ứng suất cục bộ.

Trong nghiên cứu này, phần bê tông cột, tấm bản thép đầu cột, và dải CFRP được chia với kích thước phần tử trung bình 30 mm. Cốt thép dọc và cốt thép đai chia với khoảng cách trung bình giữa các nút 15 mm. Khối thép tròn gia tải được tinh chỉnh cục bộ với kích thước phần tử trung bình 5 mm để mô tả chính xác sự truyền ứng suất nén qua bề mặt tiếp xúc với tấm thép đầu cột và tránh sai lệch phân bố ứng suất tại vùng tiếp xúc. Việc lựa chọn kích thước phần tử được thực hiện qua các lần tinh chỉnh lưới cho đến khi kích thước lưới hội tụ. Cấu trúc lưới tổng thể được minh họa trong Hình 2.

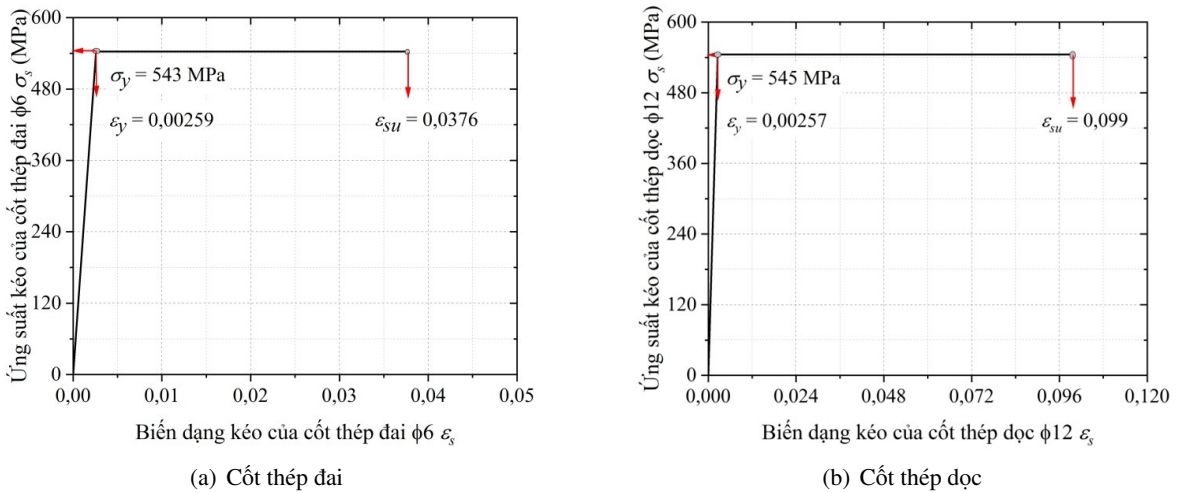


Hình 2. Mô hình các phần tử và chia lưới

3.2. Mô hình vật liệu

a. Vật liệu cốt thép

Vật liệu cốt thép có hai đặc trưng cơ học quan trọng là giới hạn chảy σ_y và mô đun đàn hồi E_s . Trong ABAQUS [17] để mô tả ứng xử làm việc của cốt thép, quan hệ ứng suất-biến dạng sử dụng mô hình vật liệu đàn-dẻo lý tưởng, trong đó vật liệu cốt thép làm việc tuyến tính đàn hồi cho đến khi ứng suất đạt tới giá trị giới hạn chảy. Tại ngưỡng này, ứng suất duy trì không đổi trong khi biến dạng tiếp tục tăng, phản ánh quá trình chảy dẻo lý tưởng của cốt thép. Ngoài ra, các đặc trưng vật lý khác của cốt thép được xét đến như trọng lượng riêng $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ và hệ số Poisson $\nu = 0,3$. Mô hình quan hệ ứng suất-biến dạng của cốt thép đai và cốt thép dọc được thể hiện lần lượt trong Hình 3(a) và (b).



Hình 3. Quan hệ ứng suất-biến dạng của vật liệu cốt thép

b. Vật liệu dải CFRP

Dải CFRP là một vật liệu giòn, sẽ bị phá hủy đứt sợi đột ngột khi đạt đến biến dạng kéo cực hạn. Quan hệ ứng suất-biến dạng ($\sigma_f - \varepsilon_f$) của CFRP được thể hiện trong công thức (1) và được minh họa trên Hình 4.

$$\sigma_f = E_f \cdot \varepsilon_f \quad \text{khi} \quad 0 \leq \varepsilon_f \leq \varepsilon_{fu} \quad (1)$$

Trong ABAQUS [17], dải CFRP được mô hình hóa là vật liệu đàn hồi trực hướng, sử dụng loại hằng số kỹ thuật, trong đó mô đun đàn hồi E_1 lấy bằng giá trị E_f là theo hướng của sợi (Bảng 1), trong khi các mô đun đàn hồi và mô đun cắt ở các hướng khác được lấy giá trị nhỏ hơn là 4500 MPa. Hệ số Poisson của tấm CFRP thông thường được lấy bằng giá trị 0,23 và trọng lượng riêng $\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$.

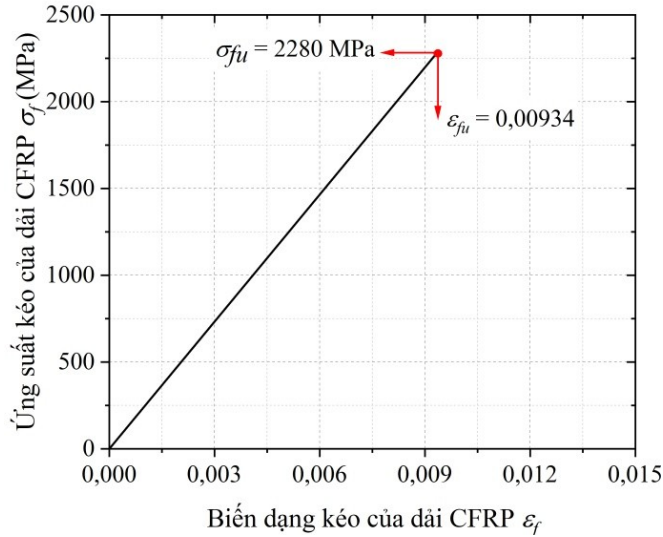
c. Vật liệu bê tông

Vật liệu bê tông trong ABAQUS [17] sử dụng mô hình vật liệu phá hoại dẻo của bê tông (CDP). Mô hình này giả thiết phá hoại của bê tông do hai nguyên nhân là nứt do chịu kéo và bê tông bị nén vỡ. Trên Hình 5 thể hiện ứng xử nén đơn trục và kéo đơn trục của bê tông trong mô hình CDP.

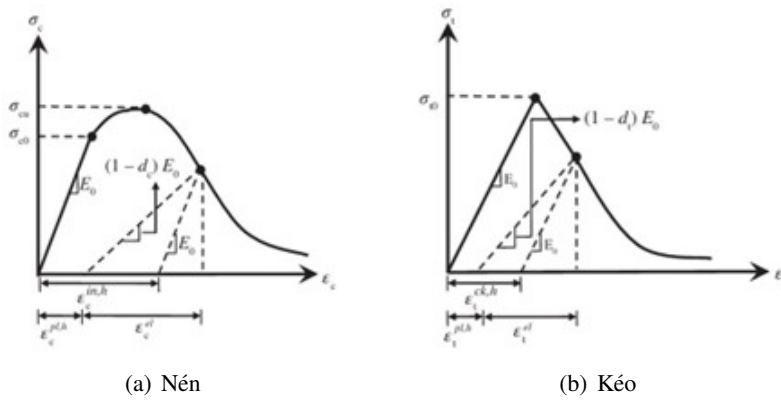
Ứng xử nén đơn trục của bê tông ở Hình 5(a) thể hiện mối quan hệ giữa cường độ nén và các thông số hư hỏng được xác định theo các công thức từ (2) đến (5).

$$\sigma_c = (1 - d_c) \cdot E_o \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl,h}) \quad (2)$$

$$\varepsilon_c^{in,h} = \varepsilon_c - \frac{\sigma_c}{E_o} \quad (3)$$



Hình 4. Quan hệ ứng suất-biến dạng của dải CFRP



Hình 5. Quan hệ ứng suất-biến dạng của bê tông dưới tải đơn trục [18]

$$\varepsilon_c^{pl,h} = \varepsilon_c - \frac{\sigma_c}{E_o} \cdot \frac{1}{1-d_c} = \varepsilon_c^{in,h} - \frac{d_c}{1-d_c} \cdot \frac{\sigma_c}{E_o} \quad (4)$$

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{cu}} \quad (5)$$

trong đó σ_c là ứng suất của nén bê tông; σ_{cu} là ứng suất nén cực hạn của bê tông; ε_c là biến dạng nén của bê tông; $\varepsilon_c^{pl,h}$ là biến dạng dẻo của bê tông; $\varepsilon_c^{in,h}$ là biến dạng sau đàn hồi của bê tông; E_o là mô đun đàn hồi của bê tông; d_c là mức độ hư hỏng nén của bê tông.

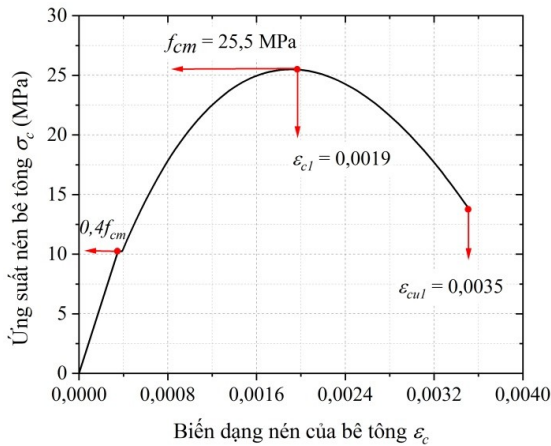
Quan hệ ứng suất-biến dạng nén đơn trục của bê tông trong nghiên cứu được tính toán theo hướng tiếp cận của tiêu chuẩn Eurocode EN 1992-1-1 [19] theo các công thức (6) đến (8), sau đó được hiệu chỉnh để phù hợp với dạng dữ liệu yêu cầu của ABAQUS [17] trong các công thức (2) đến (5). Dữ liệu thí nghiệm trong nghiên cứu [11] cung cấp giá trị cường độ nén trung bình của mẫu trụ $f_{cm} = 25,5$ MPa và mô đun đàn hồi của bê tông là $E_c = 30400$ MPa, biến dạng nén cực hạn được lấy theo khuyến nghị của tiêu chuẩn EN 1992-1-1 [19] là 0,0035. Đường cong nhánh nén của bê tông tính theo Eurocode EN 1992-1-1 [19] được thể hiện trong Hình 6(a) và dữ liệu nhập trong ABAQUS

được thể hiện trong Hình 6(b) và (c).

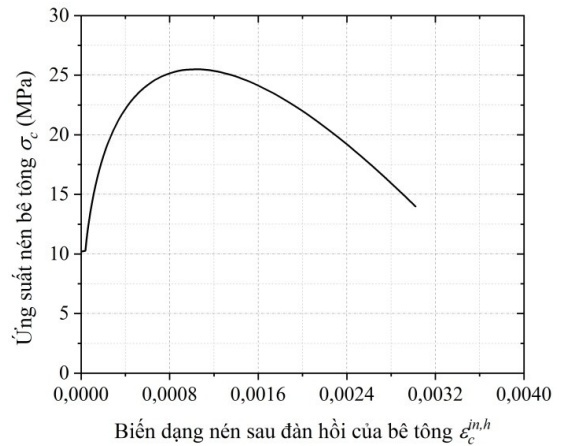
$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \quad (6)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} = \frac{\varepsilon_c}{0,7 \cdot f_{cm}^{0,31}} \quad (7)$$

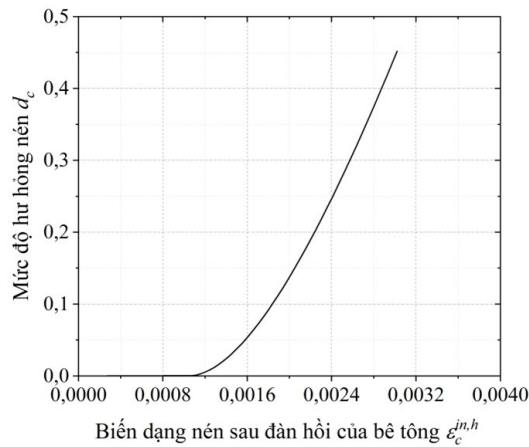
$$k = \frac{1,05 \cdot E_{cm} \cdot |\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \quad (8)$$



(a) Ứng suất-biến dạng nén của bê tông



(b) Ứng suất-biến dạng nén sau đàn hồi



(c) Mức độ hư hỏng-biến dạng nén sau đàn hồi

Hình 6. Ứng xử nén đơn trục của bê tông

Ứng xử kéo đơn trục của bê tông ở Hình 5(b) trong ABAQUS [17] thể hiện mối quan hệ giữa cường độ kéo và các thông số hư hỏng được xác định theo các công thức (9) đến (12).

$$\sigma_t = (1 - d_t) \cdot E_o \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl,h}) \quad (9)$$

$$\varepsilon_t^{ck,h} = \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E_o} \quad (10)$$

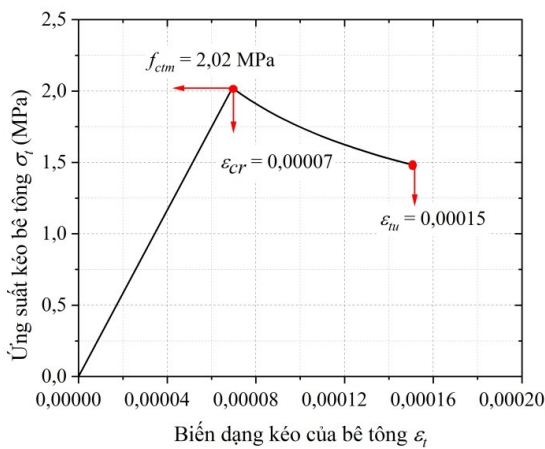
$$\varepsilon_t^{pl,h} = \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E_o} \cdot \frac{1}{1 - d_t} = \varepsilon_t^{ck,h} - \frac{d_t}{1 - d_t} \cdot \frac{\sigma_t}{E_o} \quad (11)$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{\sigma_{to}} \quad (12)$$

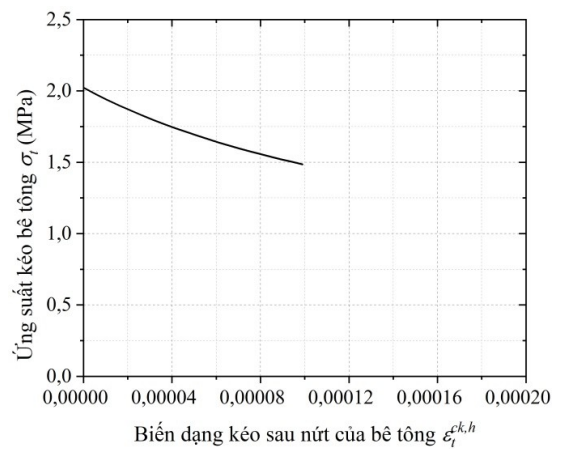
trong đó σ_t là ứng suất kéo của bê tông; σ_{to} là ứng suất kéo cực hạn của bê tông; ε_t là biến dạng kéo của bê tông; $\varepsilon_t^{pl,h}$ là biến dạng dẻo khi kéo của bê tông; $\varepsilon_t^{in,h}$ là biến dạng sau nứt của bê tông; E_o là mô đun đàn hồi của bê tông; d_t là mức độ hư hỏng khi kéo của bê tông.

Trong nghiên cứu [11] không có số liệu thí nghiệm xác định cường độ kéo trực tiếp của bê tông nên giá trị này được tính toán gián tiếp theo khuyến nghị của tiêu chuẩn Eurocode EN 1992-1-1 [19] theo công thức (13), dựa trên cường độ nén đặc trưng của bê tông f_{ck} .

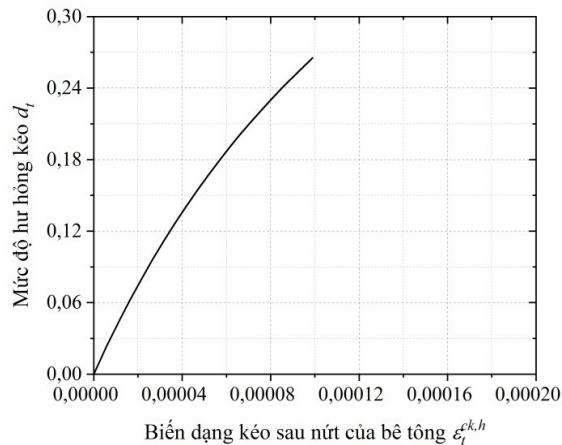
$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (13)$$



(a) Ứng suất-biến dạng kéo của bê tông



(b) Ứng suất-biến dạng kéo sau nứt



(c) Mức độ hư hỏng-kéo biến dạng kéo sau nứt

Hình 7. Ứng xử kéo đơn trục của bê tông

Đường cong quan hệ ứng suất-biến dạng kéo của bê tông được xây dựng theo công thức (14) đến (15) [18], và sau đó được hiệu chỉnh phù hợp với các dữ liệu nhập vào ABAQUS [17] theo công

thức (9) đến (12). Ứng xử kéo đơn trục của bê tông trong nghiên cứu được thể hiện trong Hình 7.

$$\sigma_t = E_c \cdot \varepsilon_t \quad \text{khi} \quad \varepsilon_t \leq \varepsilon_{cr} \quad (14)$$

$$\sigma_t = f_{ctm} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_t} \right)^{0,4} \quad \text{khi} \quad \varepsilon_t > \varepsilon_{cr} \quad (15)$$

trong đó ε_{cr} là biến dạng kéo tại ứng suất kéo cực hạn.

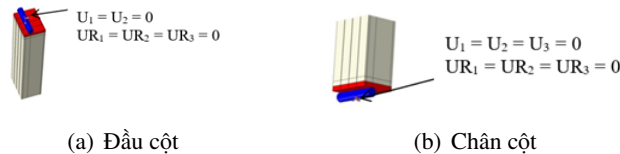
Các thông số độ dẻo trong mô hình bê tông CDP được thể hiện trong Bảng 2.

Bảng 2. Các thông số độ dẻo của mô hình bê tông CDP

Góc giãn nở (Ψ)	Độ lệch tâm (e)	Tỷ số f_{b0}/f_{c0}	Hệ số K	Hệ số nhớt (c)
30	0,1	1,16	0,667	0,001

3.3. Quy trình gia tải

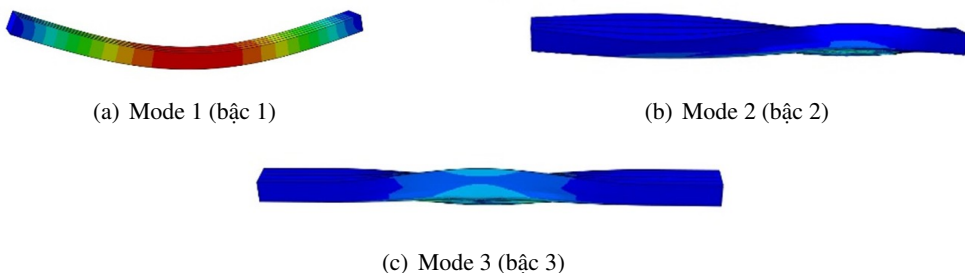
Trong mô hình, các khối thép gia tải ở đầu và chân cột đều được gắn với các điểm tham chiếu (RP). Tại chân cột, tất cả bậc tự do tịnh tiến và quay của điểm tham chiếu RP được cố định hoàn toàn ($U_1 = U_2 = U_3 = UR_1 = UR_2 = UR_3$). Tại đầu cột, tải trọng nén lệch tâm được áp dụng gián tiếp tại điểm tham chiếu RP gắn với khối thép gia tải. Điểm RP này được điều khiển theo chuyển vị dọc trục theo phương z . Hình 8 minh họa điều kiện biên, vị trí RP và hướng tải trọng.



Hình 8. Điều kiện biên trong mô hình số

3.4. Quy trình phân tích số

Quy trình phân tích số trên ABAQUS được tiến hành theo ba giai đoạn chính từ bước 3 đến bước 5, như thể hiện trong sơ đồ Hình 9. Trong bước 3, phân tích ổn định tuyến tính được thực hiện để xác định các dạng mất ổn định đặc trưng của cột. Mục tiêu của bước này là để trích xuất các dạng mất ổn định đặc trưng dùng làm biến dạng hình học ban đầu cho phân tích phi tuyến sau đó. Ba mode đầu tiên (bậc 1, bậc 2 và bậc 3) được xem xét (Hình 10) và so sánh về đặc trưng hình dạng và phân bố chuyển vị. Trong đó, mode 1 (bậc 1) thể hiện dạng uốn tổng thể cơ bản với chuyển vị cực đại tại giữa chiều cao cột, phù hợp với dạng mất ổn định quan sát trong thí nghiệm thực tế trên mẫu cột thí nghiệm [11]. Do đó, mode 1 trong Hình 10(a) được lựa chọn để xây dựng biến dạng ban đầu trong bước 4 và phân tích phi tuyến ở bước 5.



Hình 10. Các dạng mất ổn định của cột mảnh BTCT

3.5. Khảo sát tham số trong ABAQUS

Trong nghiên cứu này, phân tích tham số được thực hiện nhằm đánh giá mức độ ảnh hưởng đến ứng xử phi tuyến của cột mảnh BTCT chịu nén lệch tâm phẳng của hai tham số bao gồm: (i) Số lượng dải CFRP (thể hiện hàm lượng CFRP); và (ii) độ lệch tâm tải trọng e . Việc lựa chọn hai tham số này dựa trên cơ sở khoa học là số lượng dải CFRP trên bề mặt cột quyết định tới hàm lượng CFRP tham gia vào quá trình chịu lực, trong khi độ lệch tâm e chi phối trạng thái làm việc của cột.

Số lượng dải CFRP được khảo sát là 0, 1, 2, 3 và 4 dải trên mỗi mặt cột có kích thước $b = 200$ mm của cột (số mặt cột là 2). Hàm lượng gia cường CFRP được xác định dựa trên tỷ lệ giữa tổng diện tích tiết diện dải CFRP và diện tích tiết diện bê tông, được tính theo công thức (16).

$$\rho_f = \frac{A_f}{A_c} = \frac{2 \cdot n \cdot b_f \cdot h_f}{b \cdot h} \quad (16)$$

trong đó n là số lượng dải trên mỗi mặt cột; b_f là bề rộng tiết diện của dải CFRP; h_f là chiều cao tiết diện dải CFRP; b và h lần lượt là kích thước của tiết diện cột.

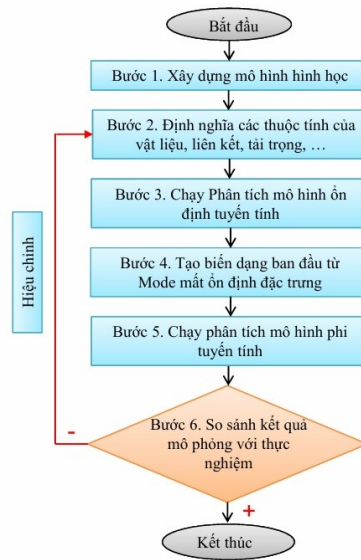
Như vậy hàm lượng CFRP sẽ thay đổi trong khoảng từ 0% đến 0,373% tương ứng với số dải CFRP từ 0 đến 4 trên mỗi hai mặt cột có kích thước $b = 200$ mm, phù hợp với khả năng thi công thực tế. Về mặt cơ học, việc tăng số lượng dải CFRP đồng nghĩa với việc gia tăng diện tích tiết diện CFRP tham gia chịu kéo, giúp nâng cao khả năng chịu nén lệch tâm và giảm chuyển vị ngang ở giữa cột.

Độ lệch tâm e được khảo sát thông qua tỷ số e/h với $h = 150$ mm là chiều cao tiết diện cột trong mặt phẳng uốn, tại ba mức là 0,1; 0,2 và 0,3. Các mức này được lựa chọn để phản ánh phổ ứng xử từ nén gần đúng tâm (trường hợp e nhỏ ứng xử chi phối bởi nén), nén lệch tâm trung bình (ứng xử chi phối nén-uốn), đến nén lệch tâm lớn (ứng xử chi phối bởi uốn).

Sự kết hợp của hai tham số trên tạo nên ma trận khảo sát gồm 15 trường hợp cột mô phỏng bao gồm các trường hợp từ 0 đến 4 dải CFRP ở mỗi hai mặt cột, ứng với mỗi giá trị e được thể hiện trong Bảng 3. Trong đó, hai mẫu E0,2-R0 và E0,2-R3 để kiểm chứng mô hình. Cách tiếp cận này cho phép xây dựng bức tranh toàn diện về mối tương quan giữa hàm lượng CFRP và độ lệch tâm, từ đó nhận diện được vùng làm việc tối ưu mà giải pháp gia cường bằng CFRP phát huy hiệu quả cao nhất. Kết quả thu được không chỉ cung cấp cơ sở khoa học cho việc đánh giá hiệu quả gia cường mà còn định hướng tối ưu hóa giải pháp trong thiết kế và thực tiễn thi công.

Bảng 3. Ma trận số lượng mẫu và ký hiệu mẫu thí nghiệm

Độ lệch tâm e/h	Hàm lượng CFRP (%)				
	0	0,093	0,187	0,280	0,373
0,1	E0,1-R0	E0,1-R1	E0,1-R2	E0,1-R3	E0,1-R4
0,2	E0,2-R0	E0,2-R1	E0,2-R2	E0,2-R3	E0,2-R4
0,3	E0,3-R0	E0,3-R1	E0,3-R2	E0,3-R3	E0,3-R4



Hình 9. Sơ đồ mô hình hóa trong ABAQUS

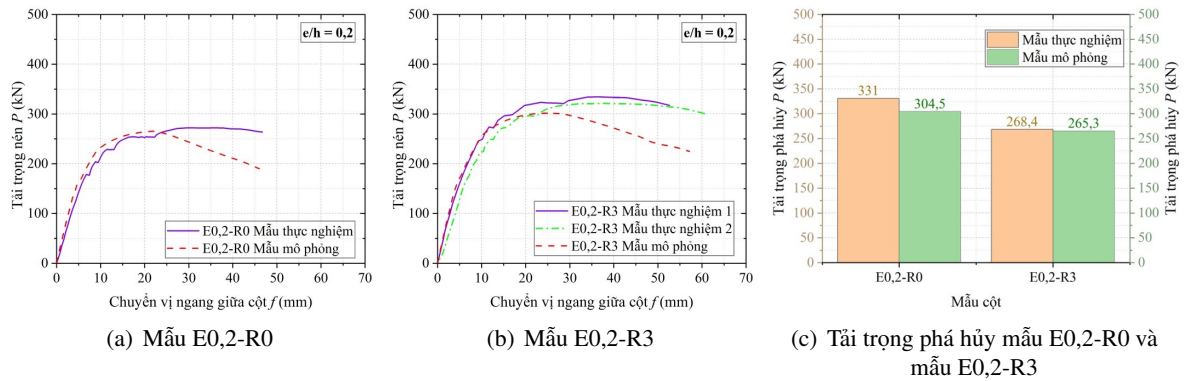
4. Kết quả nghiên cứu

4.1. Kiểm chứng thực nghiệm

Độ tin cậy của mô hình phần tử hữu hạn được đánh giá thông qua so sánh giữa kết quả mô phỏng số và kết quả thực nghiệm về tải trọng phá hoại được định lượng thể hiện trong Bảng 4 và Hình 11(c), dạng đường cong quan hệ giữa tải trọng-chuyển vị ngang tại giữa cột được chỉ ra ở Hình 11(a) và (b). Kết quả trong Bảng 4 và Hình 11(c) cho thấy, mô hình số dự đoán giá trị tải trọng phá hủy tương đối sát với thực nghiệm, với sai lệch +7,99% đối với mẫu E0,2-R3 và +1,15% đối với mẫu E0,2-R0. Các đường cong thể hiện quan hệ giữa tải trọng và chuyển vị ngang giữa cột thể hiện trên Hình 11(a) và (b) cho thấy sự tương đồng rõ rệt giữa mô phỏng và thực nghiệm về độ cứng ban đầu, tải cực đại và xu hướng phi tuyến sau đỉnh. Như vậy, với mức độ sai lệch nhỏ và sự tương hợp về dạng đường cong $P-f$ cho thấy mô hình phần tử hữu hạn được phát triển có độ chính xác và độ tin cậy cao, hoàn toàn đáp ứng yêu cầu cho các phân tích phi tuyến và khảo sát tham số được trình bày trong các phần tiếp theo.

Bảng 4. Tải trọng phá hủy của cột giữa thực nghiệm và mô phỏng

Mẫu	Tải trọng phá hủy theo thực nghiệm [11] P_{ph} (kN)		Tải trọng phá hủy trung bình theo thực nghiệm P_{tb} (kN)	Tải phá hủy theo mô phỏng theo số P_{FEM} (kN)	Sai số giữa thực nghiệm và mô phỏng (%)
	Mẫu số 1	Mẫu số 2			
E0,2-R0	337,1	324,8	331,0	304,5	+7,99
E0,2-R3	268,4	–	–	265,3	+1,15

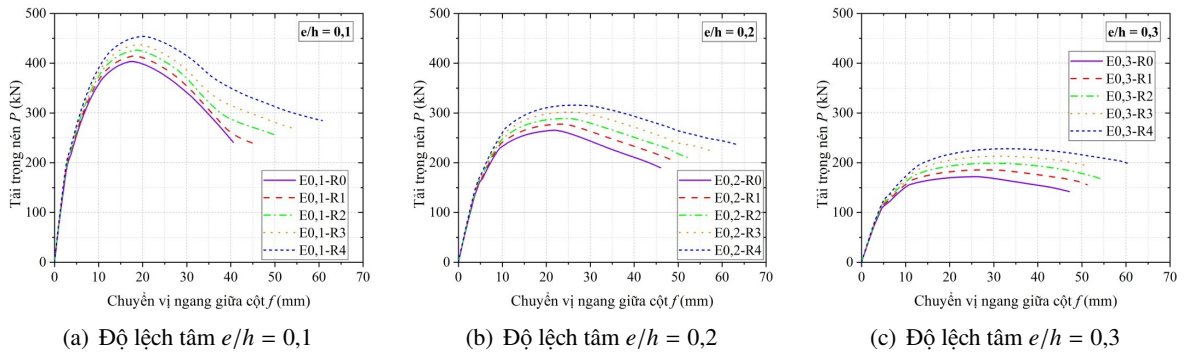


Hình 11. Quan hệ tải trọng-chuyển vị ngang của cột mảnh BTCT

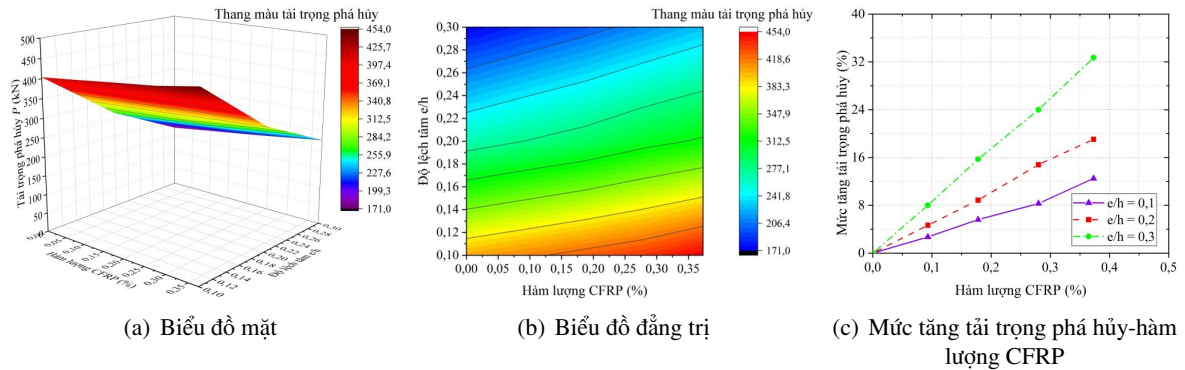
4.2. Phân tích ảnh hưởng của độ lệch tâm tải trọng và hàm lượng CFRP

Mô hình phần tử hữu hạn được thực hiện trong mục 3 đã kiểm chứng về độ chính xác và độ tin cậy thông qua so sánh với kết quả thực nghiệm, nghiên cứu tiếp tục thực hiện khảo sát tham số nhằm làm rõ ảnh hưởng của độ lệch tâm tải trọng (e/h) và hàm lượng CFRP (số lượng dải CFRP NSM) đến ứng xử chịu nén lệch tâm của cột mảnh BTCT. Các kết quả của 15 mẫu mô phỏng được thể hiện trong Hình 12 và Hình 13 nhằm mô tả đầy đủ mối quan hệ giữa độ lệch tâm, hàm lượng CFRP và khả năng chịu tải của cột BTCT.

Hình 12 mô tả quan hệ giữa tải trọng nén và chuyển vị ngang tại giữa cột ở các mức độ lệch tâm khác nhau ($e/h = 0,1; 0,2$ và $0,3$). Khi độ lệch tâm tăng, hiệu ứng bậc hai ($P-\delta$) biểu hiện rõ hơn, dẫn đến sự suy giảm độ cứng và gia tăng chuyển vị ngang đáng kể. Trong cùng điều kiện tải lệch tâm, việc tăng hàm lượng CFRP góp phần cải thiện độ cứng uốn, làm tăng tải phá hoại và giảm chuyển vị ngang ở giữa cột. Mức tăng tải trọng phá hủy được thể hiện trong Hình 13(c).



Hình 12. Quan hệ tải trọng-chuyển vị ngang giữa cột khi thay đổi hàm lượng CFRP



Hình 13. Quan hệ giữa tải trọng phá hủy và các tham số khảo sát

Hình 13(a) và (b) trình bày biểu đồ bề mặt không gian và biểu đồ đường đẳng trị thể hiện ảnh hưởng đồng thời của hai tham số bao gồm: độ lệch tâm e và hàm lượng CFRP đến khả năng chịu tải giới hạn của cột mảnh BTCT được gia cường bằng CFRP NSM. Kết quả cho thấy mỗi quan hệ phi tuyến rõ rệt, tải trọng phá hoại giảm phi tuyến khi độ lệch tâm tăng và tăng gần như tuyến tính khi hàm lượng CFRP tăng. Hình dạng bề mặt cong trên biểu đồ 3D có độ dốc theo trục độ lệch tâm lớn hơn độ dốc theo trục hàm lượng CFRP, thể hiện độ nhạy cao hơn của tải trọng phá hoại đối với độ lệch tâm so với ảnh hưởng của hàm lượng CFRP. Hình 13(b) cho thấy miền e/h tăng từ 0,2 đến 0,3, độ dốc đường đẳng trị lớn nhất (hoặc dải màu biến thiên màu sắc rõ rệt hơn) đồng nghĩa việc hiệu quả CFRP phát huy mạnh nhất khi độ lệch tâm tăng lên. Đây là hệ quả của hai yếu tố kết hợp: (i) tải phá hoại ban đầu giảm mạnh khi độ lệch tâm tăng; và (ii) ở độ lệch tâm lớn dải CFRP được huy động sự làm việc mạnh hơn trong vùng kéo sau nứt. Về mặt mức tăng phần trăm, CFRP tác dụng hiệu quả nhất trên cột chịu lệch tâm lớn và được định lượng ở Hình 13(c).

5. Kết luận

Trên cơ sở các kết quả nghiên cứu mô phỏng đã đạt được, có thể rút ra một số kết luận như sau:

- Việc sử dụng phần mềm ABAQUS để mô phỏng ứng xử của cột mảnh BTCT chịu nén lệch tâm phẳng được gia cường bằng dải CFRP dán trong rãnh bề mặt bê tông thể hiện độ tin cậy và khả năng phản ánh hợp lý sự làm việc của cột.

- Độ lệch tâm có ảnh hưởng chi phối mạnh nhất đến khả năng chịu lực và chuyển vị ngang của cột mảnh BTCT. Hiệu quả gia cường cột mảnh BTCT bằng dải CFRP NSM trở nên nổi bật hơn ở các cột có tỷ số độ lệch tâm e/h lớn, đặc biệt trong các trường hợp $e/h = 0,2$ và $e/h = 0,3$.

- Sự tương tác giữa độ lệch tâm và hàm lượng CFRP cho thấy, trong phạm vi số liệu khảo sát tải trọng phá hủy của cột mảnh BTCT chịu ảnh hưởng chủ yếu bởi độ lệch tâm e so với hàm lượng CFRP.

Tài liệu tham khảo

- [1] Punurai, W., Hsu, C.-T. T., Punurai, S., Chen, J. (2013). [Biaxially loaded RC slender columns strengthened by CFRP composite fabrics](#). *Engineering Structures*, 46:311–321.
- [2] ISIS Canada (2007). *Design Manual No. 3: Reinforcing Concrete Structures with Fibre Reinforced Polymers*. Winnipeg, Canada.
- [3] fib – International Federation for Structural Concrete (2007). *FRP Reinforcement in RC Structures*. Bulletin No. 40, Lausanne, Switzerland, ISBN 978-2-88394-080-2.
- [4] Amran, Y. H. M., Alyousef, R., Rashid, R. S. M., Alabduljabbar, H., Hung, C.-C. (2018). [Properties and applications of FRP in strengthening reinforced concrete structures: A review](#). *Structures*, 16:208–238.
- [5] Tao, Z., Teng, J. G., Han, L.-H., Lam, L. (2004). Experimental behaviour of FRP-confined slender RC columns under eccentric loading. *Advanced Polymer Composites for Structural Applications in Construction*, Elsevier, 26:203–212.
- [6] Hadi, M. N. S. (2006). [Behaviour of FRP-wrapped normal-strength concrete columns under eccentric loading](#). *Composite Structures*, 72(4):503–511.
- [7] Sadeghian, P., Rahai, A. R., Ehsani, M. R. (2010). [Experimental Study of Rectangular RC Columns Strengthened with CFRP Composites under Eccentric Loading](#). *Journal of Composites for Construction*, 14(4):443–450.
- [8] Hadi, M. N. S., Widiarsa, I. B. R. (2012). [Axial and Flexural Performance of Square RC Columns Wrapped with CFRP under Eccentric Loading](#). *Journal of Composites for Construction*, 16(6):640–649.
- [9] Mehdi, B., Hadi, M. N. S. (2021). Parametric study of square reinforced concrete columns confined by CFRP under uniaxial loading. *Engineering Structures*, 236:112118.
- [10] Hùng, N. M., Lành, L. P., Hiếu, N. T. (2021). [Nghiên cứu thực nghiệm hiệu quả gia cường vai cột bằng tấm sợi composite gốc các bon CFRP](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCN XD) - ĐHXDHN*, 15(5V):146–156.
- [11] Pecka, J., Gajdošová, K. (2025). [The effect of preloading on carbon fibre reinforced polymers strengthened concrete columns](#). *Structures*, 79:109530.
- [12] Bournas, D. A., Triantafyllou, T. C. (2009). [Flexural strengthening of reinforced concrete columns with near-surface-mounted FRP or stainless steel](#). *ACI Structural Journal*, 106(4):495–505.
- [13] Abdulla, Z. A., Mohammed, D. A. (2019). Nonlinear finite element analysis of circular reinforced concrete columns strengthened with CFRP. *Engineering and Technology Journal*, 37:45–53.
- [14] Hemzah, S. A., Al-Sultani, W. S., Jabbar, A. H. (2021). Numerical investigation of the structural behaviour of partially loaded high-strength concrete columns under uniaxial loading. *Kerbala Journal for Engineering Science*, 8(2):15–26.
- [15] Kurniawan, P., Kasyanto, H., Mauludin, L. M. (2021). [Numerical modeling of low strength reinforced concrete column strengthened with CFRP jacketing](#). *Journal of Physics: Conference Series*, 1839(1): 012007.
- [16] Al-hasnawey, T. H. A., Al-Mutairee, H. M. K., Kadhim, M. M. A., Jawdhari, A. (2025). [Experimental and numerical behavior of eccentrically loaded rubberized concrete columns](#). *Structures*, 80:110018.
- [17] ABAQUS Inc. (2024). *ABAQUS/CAE User's Guide*. Dassault Systèmes, Providence, RI, USA.
- [18] Wang, T., Hsu, T. T. C. (2001). [Nonlinear finite element analysis of concrete structures using new constitutive models](#). *Computers & Structures*, 79(32):2781–2791.
- [19] European Committee for Standardization (CEN), EN 1992-1-1 (2004). *Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. Brussels.