Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, ĐHXDHN, 2026, 20 (3V): 162–176

TỐI ƯU TIẾT DIỆN CỘT BÊ TÔNG CỐT THÉP ĐẢM BẢO ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH TỔNG THỂ CÔNG TRÌNH THEO TIÊU CHUẨN VIỆT NAM BẰNG THUẬT TOÁN DE VÀ API ETABS

Phạm Văn Lợi[a], Phạm Thái Hoàn[b,*], Lê Đại Nhân[c]

[a]*Viện chuyên ngành địa kỹ thuật, Viện khoa học công nghệ xây dựng, 81 Trần Cung, Phường Nghĩa Đô, Hà Nội, Việt Nam*
[b]*Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, 55 đường Giải Phóng, Phường Bạch Mai, Hà Nội, Việt Nam*
[c]*Khoa Xây dựng, Trường Đại học Chulalongkorn, 254 đường Phaya Thai, Phường Wang Mai, Băng Cốc, Thái Lan*

Nhận ngày 15/01/2026, Sửa xong 14/7/2026, Chấp nhận đăng 23/7/2026

Tóm tắt

Bài báo trình bày bài toán thiết kế tối ưu tiết diện cột bê tông cốt thép để công trình đảm bảo các điều kiện ổn định tổng thể dựa theo các quy định trong tiêu chuẩn Việt Nam. Hàm mục tiêu được sử dụng là tối thiểu hóa khối lượng kết cấu của công trình, điều kiện ràng buộc gồm các quy định về chuyển vị ngang, chuyển vị lệch tầng và lực dọc quy đổi được quy định trong các tiêu chuẩn Việt Nam hiện hành. Biến thiết kế bao gồm các kích thước tiết diện cột của công trình. Để giải bài toán tối ưu được đề xuất, thuật toán tiến hóa vi phân với chiến lược chọn trước khoảng tìm kiếm cho từng biến riêng biệt được sử dụng kết hợp với hệ thống lập trình Application Programming Interface của phần mềm ETABS để tự động hóa quá trình. Bài toán đề xuất được đánh giá thông qua việc phân tích tối ưu tiết diện cột của nhà 15 tầng ở Thanh Trì, Hà Nội và công trình 12 tầng ở Cô Tô, Quảng Ninh. Kết quả cho thấy chương trình được xây dựng đảm bảo độ chính xác. Bên cạnh đó việc sử dụng thuật toán tối ưu cho phép tiết kiệm hơn phương pháp thử - sai.

Từ khoá: API ETABS; cột bê tông cốt thép tối ưu; tiến hóa vi phân; ổn định tổng thể; tiêu chuẩn thiết kế Việt Nam.

DIFFERENTIAL EVOLUTION-BASED OPTIMIZATION OF REINFORCED CONCRETE COLUMN SECTIONS FOR OVERALL STRUCTURAL STABILITY COMPLIANCE WITH VIETNAMESE STANDARDS USING ETABS API

Abstract

This paper presents an optimal design process for reinforced concrete column cross-sections to ensure the overall stability of buildings in accordance with the criteria of Vietnamese design standards. The objective function is defined as the minimization of the total structural weight, while the constraint conditions include limits on lateral displacement, story drift, and the equivalent axial force as specified in the current Vietnamese design codes. The design variables consist of the cross-sectional dimensions of the building columns. To solve the proposed optimization problem, an improved Differential Evolution (DE) algorithm is employed, in which the search ranges of the design variables are predefined individually. The algorithm is integrated with the Application Programming Interface (API) of the ETABS software to fully automate the optimization process. The proposed approach is evaluated through the optimal column section design of a 15-story building located in Thanh Tri District, Hanoi, and a 12-story building in Co To District, Quang Ninh Province. The results demonstrate that the developed program provides accurate solutions. Moreover, the application of the improved optimization algorithm yields more economical designs compared to the conventional algorithm.

Keywords: ETABS API; reinforced concrete columns; structural optimization; differential evolution; overall stability; Vietnamese standards.

https://doi.org/10.31814/stce.huce2026-20(3V)-14 © 2026 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

[*]Tác giả đại diện. *Địa chỉ e-mail:* hoanpt@huce.edu.vn (Hoàn, P. T.)

1. Đặt vấn đề

Hiện nay, công trình bê tông cốt thép là loại hình kết cấu được sử dụng phổ biến trong xây dựng dân dụng và công nghiệp, đặc biệt đối với các công trình nhà nhiều tầng. Trong bối cảnh yêu cầu ngày càng cao về hiệu quả đầu tư, tính kinh tế luôn được xem là một trong những tiêu chí quan trọng hàng đầu trong thiết kế kết cấu. Do đó, tối ưu hóa quá trình thiết kế đã trở thành yêu cầu tất yếu nhằm giảm thiểu chi phí xây dựng, đồng thời vẫn đảm bảo đầy đủ các điều kiện kỹ thuật theo quy định của hệ thống tiêu chuẩn Việt Nam, trong đó điều kiện ổn định tổng thể của công trình đóng vai trò đặc biệt quan trọng và mang tính quyết định đối với độ an toàn cũng như khả năng làm việc lâu dài của công trình.

Thiết kế đảm bảo ổn định tổng thể công trình là quá trình kiểm tra và xác nhận khả năng làm việc của kết cấu dưới tác dụng của các tải trọng ngang như gió và động đất nhằm ngăn ngừa các dạng mất ổn định, bao gồm: chuyển vị ngang vượt giới hạn cho phép, mất ổn định hình học tổng thể, lật, trượt để bảo toàn dạng cân bằng ban đầu. Trong thiết kế nhà cao tầng, ổn định tổng thể là một khía cạnh thiết yếu, không chỉ đảm bảo cấu trúc không bị mất ổn định dưới tải trọng đứng và ngang, mà còn kiểm soát phản ứng xoắn và dịch chuyển do hiệu ứng bậc hai [1]. Phân tích và lựa chọn hệ chịu lực phù hợp, cùng với việc tính toán các tương tác giữa các thành phần chịu lực là điều kiện tiên quyết để đảm bảo an toàn và hiệu quả kết cấu. Trong hệ kết cấu chịu lực, cấu kiện cột có ảnh hưởng trực tiếp đến khả năng ổn định và mức độ an toàn tổng thể của công trình, do đây là bộ phận chịu lực chủ yếu và tham gia quyết định độ cứng không gian của hệ kết cấu. Việc thiết kế tối ưu tiết diện cột nhằm thỏa mãn các điều kiện ổn định tổng thể là yêu cầu bắt buộc, không chỉ để đảm bảo công trình làm việc an toàn và đáp ứng yêu cầu sử dụng, mà còn góp phần nâng cao hiệu quả kinh tế của dự án. Tuy nhiên, trong thực tế thiết kế hiện nay, việc lựa chọn tiết diện cột vẫn chủ yếu dựa trên phương pháp truyền thống "thử - sai" [2], đòi hỏi nhiều thời gian và chi phí tính toán, đặc biệt đối với các công trình chịu đồng thời tác động của tải trọng gió và động đất, cũng như các công trình có nhiều loại tiết diện cột khác nhau. Theo các tiêu chuẩn thiết kế hiện hành của Việt Nam như TCVN 5574:2018 [3], TCVN 2737:2023 [4] và TCVN 9386:2012 [5], thiết kế công trình nhà nhiều tầng yêu cầu phải thỏa mãn đồng thời các điều kiện ràng buộc về chuyển vị đỉnh, chuyển vị lệch tầng, và đặc biệt là lực dọc quy đổi (tỉ số nén) khi xét đến tải trọng động đất để đảm bảo sự ổn định tổng thể của công trình.

Với sự phát triển mạnh mẽ về kỹ thuật tính toán, các thuật toán metaheuristic đã được đề xuất để tìm kiếm các giải pháp tối ưu trong thiết kế kết cấu công trình như Genetic Algorithm (GA) [6]; Harmony Search (HS) [7] hay Differential Evolution (DE) [8] đã được nghiên cứu và ứng dụng rộng rãi trong lĩnh vực kỹ thuật xây dựng. Điểm mạnh của các thuật toán này nằm ở khả năng duy trì sự cân bằng giữa tìm kiếm toàn cục và tìm kiếm cục bộ nhờ cơ chế dò tìm thông minh, có định hướng theo từng vòng lặp, dựa trên thông tin của những phương án thiết kế tiềm năng đã được xác định trước. Trong đó, DE được đánh giá nổi bật nhờ cấu trúc đơn giản, ít tham số điều chỉnh, dễ sử dụng và hiệu quả. Đã có một số nghiên cứu tối ưu kết cấu như: Hùng và cs. [9] đã xây dựng mô hình tối ưu khung thép có liên kết nửa cứng, xét đến ảnh hưởng của vùng cứng nút khung (panel zone) trong khả năng chịu lực và biến dạng của hệ kết cấu sử dụng thuật toán tiến hoá vi phân (DE) cải tiến do Ha và cs. [10] đề xuất, tên là mEpDE. Phan và cs. [11] tối ưu hóa chi phí trong thiết kế kết cấu khung bê tông cốt thép sử dụng thuật toán Jaya. Phần lớn các nghiên cứu hiện nay chủ yếu sử dụng các chương trình tính toán do tác giả tự phát triển, chưa kết hợp với các phần mềm phân tích kết cấu phổ biến. Điều này có thể làm hạn chế khả năng áp dụng vào thực tế, đặc biệt trong bối cảnh kết cấu công trình ngày càng đa dạng, loại hình công trình phong phú và trình độ sử dụng phần mềm của kỹ sư không đồng nhất. Do đó, việc thực hiện các nghiên cứu tích hợp phần mềm ETABS vào các chương trình tối ưu hóa kết cấu là cần thiết và có ý nghĩa thực tiễn cao.

Cùng với sự phát triển của công nghệ tính toán, các phần mềm phân tích kết cấu như ETABS đã cung cấp hệ thống lập trình Application Programming Interface (API) cho phép can thiệp trực tiếp vào mô hình phân tích bằng mã lệnh [12]. Việc kết hợp thuật toán tối ưu với API của ETABS giúp tự động hóa toàn bộ quy trình thay đổi tiết diện, phân tích nội lực, kiểm tra ràng buộc và cập nhật nghiệm tối ưu. Mặc dù có một số nghiên cứu ngoài nước sử dụng API ETABS [13, 14], nhưng hiện tại việc sử dụng API ETABS của các nghiên cứu trong nước vẫn còn hạn chế. Gần đây, Le Hoang và cs. [15, 16] đã trình bày một quy trình tự động thiết kế cột và dầm bê tông cốt thép theo tiêu chuẩn TCVN 5574:2018 bằng cách kết nối trực tiếp phần mềm ETABS với Microsoft Excel qua giao diện API của CSI. Tuy nhiên các nghiên cứu trong nước này chỉ dừng ở việc tự động hóa vòng kiểm tra thiết kế, mà không sử dụng bất kỳ thuật toán tối ưu hóa nào để tìm ra phương án thiết kế tối ưu theo các tiêu chí ràng buộc. Hơn nữa, nghiên cứu tập trung vào một loại cấu kiện riêng lẻ và không xem xét các điều kiện ổn định tổng thể của công trình. Vì vậy bài toán tối ưu tiết diện cột được thiết lập trên mô hình toàn công trình nhiều tầng với nhiều biến thiết kế theo tiêu chuẩn Việt Nam vẫn chưa được tiến hành.

Bài báo này trình bày bài toán tối ưu tiết diện cột bê tông cốt thép đảm bảo các điều kiện ổn định tổng thể của công trình theo tiêu chuẩn Việt Nam sử dụng thuật toán tiến hóa vi phân với chiến lược chọn trước khoảng tìm kiếm cho từng biến riêng biệt thông qua API ETABS để tập trung nâng cao hiệu quả tìm kiếm trong điều kiện số vòng lặp và thời gian tính toán hữu hạn, phân biệt với phương pháp truyền thống, phương pháp này được gọi tắt là DE với khoảng tìm kiếm định hướng (DE-KTDH) và so sánh mức độ hiệu quả của phương pháp thử - sai, phương pháp tối ưu truyền thống và phương pháp tối ưu DE-KTDH. Hàm mục tiêu là tổng khối lượng công trình với giả thiết tiết diện dầm, sàn là không thay đổi để tập trung tối ưu hóa tiết diện cột. Các biến thiết kế là các tiết diện cột, điều kiện ràng buộc bao gồm chuyển vị đỉnh, chuyển vị lệch tầng và tỉ số nén khi kể đến tải trọng động đất được quy định trong các tiêu chuẩn thiết kế của Việt Nam hiện hành. Kết quả bài toán được đánh giá thông qua hai công trình ở hai vùng gió và động đất khác nhau.

2. Xây dựng bài toán tối ưu tiết diện cột bê tông cốt thép thoả mãn các điều kiện ổn định tổng thể theo tiêu chuẩn Việt Nam

2.1. Hàm mục tiêu

Mục tiêu của bài toán là tối thiểu hóa tổng khối lượng kết cấu, được sử dụng như một đại lượng đại diện cho hiệu quả kinh tế tổng thể. Trong nghiên cứu này, quá trình tối ưu chỉ tập trung vào tiết diện cột bê tông cốt thép, trong khi kích thước dầm và sàn được giả thiết giữ nguyên. Giả thiết này dựa trên vai trò của cột trong hệ kết cấu nhà cao tầng. Tiết diện cột ảnh hưởng trực tiếp đến phân bố độ cứng theo chiều cao, cơ chế làm việc không gian và khả năng kháng tải trọng ngang như gió và động đất. Ngược lại, dầm và sàn chủ yếu tham gia phân phối nội lực cục bộ và đảm bảo điều kiện sử dụng, do đó ảnh hưởng của chúng đến độ ổn định tổng thể của công trình là gián tiếp. Việc giữ nguyên tiết diện dầm và sàn giúp tập trung đánh giá rõ hiệu quả của việc tối ưu tiết diện cột, đồng thời giảm số lượng biến thiết kế và độ phức tạp của bài toán.

Tổng khối lượng của công trình được trích xuất trực tiếp từ phần mềm ETABS sau khi thực hiện phân tích và kiểm tra thiết kế.

2.2. Các điều kiện ràng buộc

a. Điều kiện ràng buộc về chuyển vị đỉnh

Chuyển vị ngang giới hạn của nhà được quy định trong TCVN 2737:2023 [4] phụ lục G bảng G.5 như sau: Liên kết giữa tường, tường ngăn với khung nhà là bất kì, giá trị chuyển vị ngang giới hạn $f_u = h/500$ đối với nhà nhiều tầng và $f_u = h_s/300$ đối với nhà một tầng. Trong đó h là chiều cao nhà

nhiều tầng, lấy bằng khoảng cách từ mặt móng đến trục của xà đỡ mái; h_s là chiều cao tầng của nhà một tầng.

b. Điều kiện ràng buộc về chuyển vị lệch tầng

Trong tiêu chuẩn TCVN 2737:2023 [4] quy định chuyển vị lệch tầng do tải trọng gió lấy bằng $h_s/300$, $h_s/500$ hay $h_s/700$ tùy thuộc vào loại tường ngăn và liên kết giữa tường, tường ngăn với khung nhà. TCVN 9386:2012 [5] quy định chuyển vị lệch tầng do động đất được nêu trong yêu cầu về hạn chế hư hỏng tại mục 4.4.3.2 như sau:

$$d_r \nu \leq \alpha h \tag{1}$$

trong đó d_r là chuyển vị ngang thiết kế tương đối giữa các tầng, ν là hệ số chiết giảm phụ thuộc mức độ quan trọng của công trình.

c. Điều kiện ràng buộc về tỉ số nén (hay lực dọc quy đổi)

Theo Tiêu chuẩn thiết kế công trình chịu động đất TCVN 9386:2012 [5], để đảm bảo độ dẻo thiết kế, tỉ số nén hay lực dọc quy đổi ν_d cần được giới hạn.

$$\nu_d = \frac{N_{ed}}{A.f_{cd}} \tag{2}$$

trong đó: N_{ed} là lực dọc trong các cấu kiện cột, lấy tổ hợp có tải trọng động đất, A là diện tích tiết diện cột, f_{cd} là giá trị thiết kế của cường độ chịu nén của bê tông theo EN 1992-1-1:2004 mục 3.1.6 [17] theo công thức sau:

$$f_{cd} = \alpha_{cc}.f_{ck}/\gamma_c \tag{3}$$

trong đó f_{ck} là cường độ chịu nén đặc trưng của mẫu trụ bê tông ở tuổi 28 ngày. $\alpha_{cc} = 1$; $\gamma_c = 1{,}5$ với tải trọng cơ bản (ngắn hạn, dài hạn); $\gamma_c = 1{,}2$ với tải trọng đặc biệt (động đất)

Trong nghiên cứu này, giới hạn tỉ số nén của cột được thống nhất lựa chọn ở mức 0,65 ứng với cấp dẻo thiết kế trung bình (DCM) cho toàn bộ các trường hợp nghiên cứu nhằm đảm bảo yêu cầu về độ dẻo thiết kế và khả năng làm việc an toàn của cấu kiện chịu nén trong điều kiện có tải trọng động đất. Ở đây, tác giả lựa chọn cấp dẻo thiết kế công trình là DCM (trung bình) vì DCM là lựa chọn tối ưu cho công trình yêu cầu giảm tải động đất nhưng vẫn đảm bảo thi công hiệu quả, phù hợp với đa số dự án tại Việt Nam [18].

3. Phương pháp và quá trình tối ưu hóa

3.1. Thuật toán tiến hóa vi phân truyền thống

Thuật toán tiến hóa vi phân (Differential Evolution - DE) [8] là một trong những phương pháp tối ưu hoá meta-heuristic hiệu quả đối với các bài toán tối ưu hàm nhiều biến. Các bước vận hành cơ bản của thuật toán có thể mô tả như sau:

a. Khởi tạo quần thể

Tại bước đầu tiên, đối với thuật toán truyền thống tạo ra một quần thể ban đầu gồm NP cá thể X_i ($i = 1, \ldots, NP$). Mỗi cá thể là một vector gồm D biến thiết kế, được sinh ngẫu nhiên trong giới hạn đã định trước theo biểu thức:

$$x_{i,j} = x_j^{\min} + rand(0,1).(x_j^{\max} - x_j^{\min}); \quad i = 1 \ldots NP; \quad j = 1 \ldots D \tag{4}$$

trong đó, $rand(0,1)$ để tạo một số thực ngẫu nhiên trong đoạn [0; 1]; $x_{i,j}$ là phần tử thứ j của X_i được sinh ra ngẫu nhiên và phân bố đều trong khoảng $L_{TT} = \left[x_j^{\min}; x_j^{\max}\right]$.

b. Đột biến (mutation)

Đối với mỗi cá thể X_i một vector đột biến $V = (v_1, v_2, \ldots, v_D)$ được tạo ra dựa trên chiến lược đột biến đã chọn:

$$v = x_a + F.(x_b - x_c) \tag{5}$$

trong đó: x_a, x_b, x_c là 3 cá thể ngẫu nhiên trong quần thể; F là hệ số khuếch đại, trong nghiên cứu này lấy bằng 0,7. Sau khi vector đột biến được tạo ra, mỗi phần tử v_j của nó sẽ được kiểm tra để đảm bảo không vượt quá giới hạn của biến thiết kế.

c. Lai ghép (crossover)

Tiếp theo, thuật toán tiến hành lai tạo giữa vector đột biến V và cá thể hiện tại X_i để tạo ra cá thể thử. Phép lai được thực hiện theo quy tắc:

$$u_j = \begin{cases} v_j, & \text{nếu } rand(0,1) < CR \text{ hoặc } j = j_{rand} \\ x_{i,j}, & \text{ngược lại} \end{cases} \tag{6}$$

trong đó, CR là hệ số lai ghép (crossover rate), trong nghiên cứu này lấy bằng 0,8; j_{rand} đảm bảo ít nhất một gene từ vector V được chọn.

d. Lựa chọn (selection)

Cuối cùng, thuật toán thực hiện so sánh giá trị hàm mục tiêu giữa cá thể thử U và cá thể gốc X_i. Nếu U có giá trị hàm mục tiêu tốt hơn, nó sẽ thay thế X_i trong quần thể để bước sang thế hệ tiếp theo. Nếu không, cá thể ban đầu X_i được giữ lại. Quy trình này được lặp lại qua nhiều thế hệ cho đến khi thuật toán đạt đến điều kiện dừng.

3.2. Thuật toán tiến hóa vi phân với khoảng tìm kiếm định hướng (DE-KTDH)

Trong các công trình thực tế có số lượng tiết diện lớn, việc xác định trước khoảng tìm kiếm riêng cho từng cột không chỉ làm tăng đáng kể khối lượng công việc mà còn phụ thuộc nhiều vào kinh nghiệm chủ quan của người thiết kế, vì vậy các nghiên cứu thường chọn một khoảng chạy duy nhất cho tất cả các biến [19, 20]. Hơn nữa, các khoảng chạy được lựa chọn theo cách này thường dẫn đến việc không gian tìm kiếm có thể chứa nhiều phương án kém hiệu quả hoặc không cần thiết. Trường hợp khoảng tìm kiếm được lựa chọn quá rộng, không gian tìm kiếm sẽ trở nên lớn, dẫn đến tốc độ hội tụ của thuật toán chậm và chi phí tính toán tăng đáng kể. Ngược lại, nếu khoảng tìm kiếm được chọn quá hẹp thì thuật toán có thể bị giới hạn trong một miền nhỏ và dễ xảy ra hiện tượng hội tụ sớm vào nghiệm cục bộ, bỏ sót nghiệm tối ưu toàn cục.

Đối với bài toán tối ưu tiết diện cột bê tông trong công trình nhà nhiều tầng, các biến thiết kế có mối liên hệ chặt chẽ với lực dọc, điều kiện ổn định tổng thể và các ràng buộc của tiêu chuẩn thiết kế. Do đó, việc áp dụng phương pháp khởi tạo quần thể truyền thống với khoảng chạy cố định, không xét đến các điều kiện chịu lực này có thể làm giảm hiệu quả của quá trình tối ưu và gia tăng số lượng nghiệm không khả thi trong quần thể ban đầu. Hạn chế này chính là cơ sở để nghiên cứu đề xuất một phương pháp khởi tạo quần thể cải tiến, trong đó khoảng tìm kiếm của mỗi biến thiết kế được xác định linh hoạt dựa trên các điều kiện kỹ thuật và trạng thái làm việc của kết cấu. Trong nghiên cứu này, bước khởi tạo quần thể của thuật toán tiến hóa vi phân được điều chỉnh nhằm nâng cao hiệu quả tìm kiếm và tốc độ hội tụ của thuật toán, trong khi các bước còn lại được giữ nguyên theo thuật toán DE truyền thống.

Phương pháp đề xuất là sự kết hợp giữa việc lựa chọn khoảng chạy tự động từ điều kiện chịu nén của từng tiết diện cột thông qua API ETABS và kinh nghiệm của người thiết kế trong phương pháp truyền thống theo công thức sau:

$$L = L_{TT} \cap L_{ETABS} \tag{7}$$

trong đó L_{TT} là giới hạn chung cho tất cả các biến theo phương pháp truyền thống được chọn theo kỹ sư thiết kế; L_{ETABS} là giới hạn riêng biệt của từng biến được tính từ kết quả phân tích bằng phần mềm ETABS theo các bước:

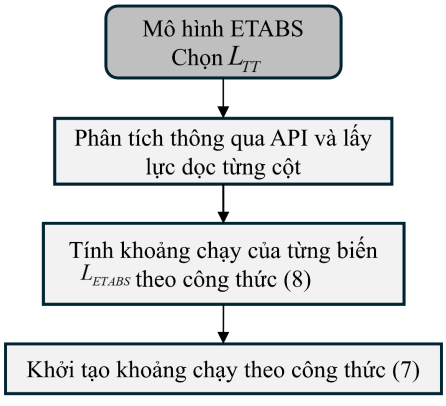
Bước 1: Chạy phân tích ETABS để lấy lực dọc thiết kế.

Bước 2: Xác định khoảng chạy cho từng biến theo công thức sau

$$\begin{cases} k = \sqrt{\dfrac{N_i}{0{,}65 \cdot f_{cd}}} \\ mk \le b, h \le nk \end{cases} \tag{8}$$

trong đó b, h lần lượt là chiều rộng và chiều cao tiết diện cột; N_i và f_{cd} là lực dọc thiết kế (có kể đến tải trọng động đất) và giá trị thiết kế của cường độ chịu nén của bê tông; m và n là hệ số tìm kiếm đảm bảo tiết diện không quá nhỏ tránh vi phạm điều kiện chịu nén và làm việc dẻo của cột hoặc các tiết diện quá lớn gây lãng phí vật liệu và không cần thiết về mặt kết cấu. Trong nghiên cứu này chọn m = 0,8; n = 2. Cách tiếp cận này cho phép miền tìm kiếm phản ánh trực tiếp điều kiện làm việc thực tế của từng cấu kiện, thay vì sử dụng một khoảng giá trị cố định cho toàn bộ công trình. Khoảng giá trị này được lựa chọn nhằm đảm bảo sự cân bằng giữa khả năng chịu lực và hiệu quả kinh tế. Khoảng tìm kiếm này không mang tính cố định, có thể được điều chỉnh tùy theo yêu cầu thiết kế, cấp độ dẻo hoặc quy mô công trình. Mục tiêu chính của việc cải tiến bước khởi tạo nhằm giảm đáng kể số nghiệm không khả thi ở giai đoạn đầu, từ đó nâng cao hiệu quả tính toán trong bối cảnh số vòng lặp bị giới hạn bởi chi phí phân tích. Khoảng tìm kiếm đề xuất được xác định tự động từ kết quả phân tích ban đầu của ETABS và chỉ sử dụng một số hệ số mở rộng đơn giản, do đó không đòi hỏi kinh nghiệm chuyên sâu của người sử dụng như trong phương pháp thử - sai truyền thống.

Các bước khởi tạo quần thể của thuật toán DE-KTDH được thể hiện ở Hình 1.



Hình 1. Quá trình khởi tạo quần thể đề xuất của DE-KTDH

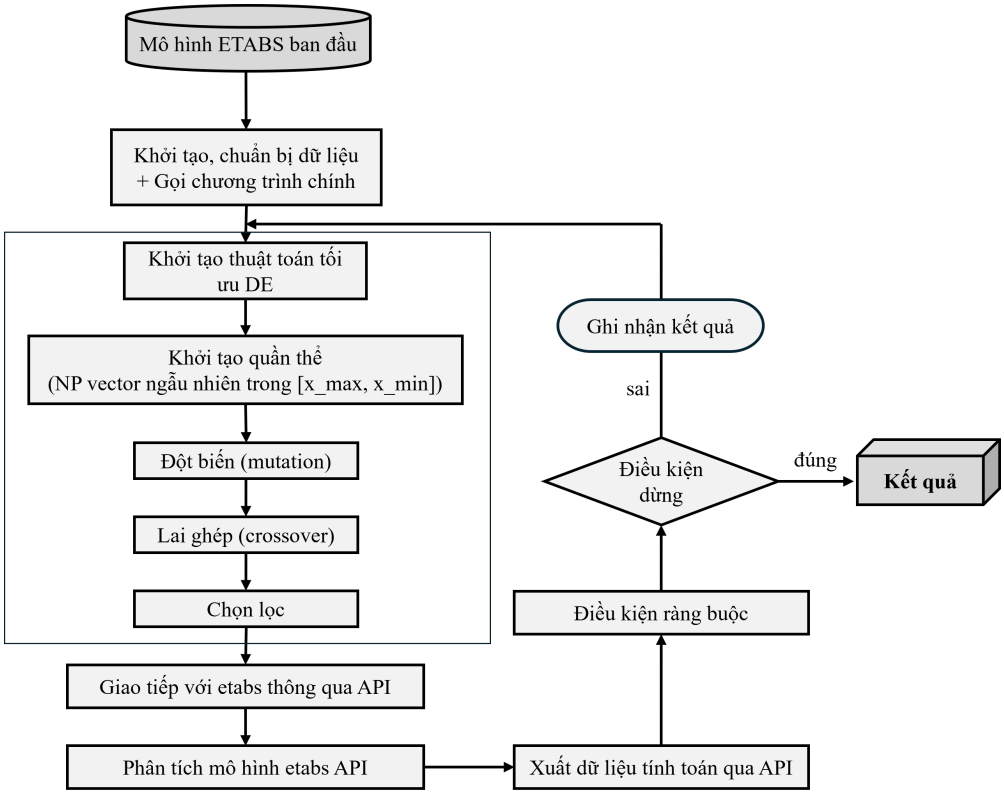
3.3. Sử dụng Application Programming Interface (API) để kết nối với ETABS

Trong nghiên cứu này, API của phần mềm ETABS được sử dụng như một công cụ trung gian nhằm kết nối thuật toán tối ưu với mô hình phân tích kết cấu. Việc kết hợp giữa thuật toán tối ưu và

API ETABS giúp tự động hóa toàn bộ quy trình từ tạo mô hình; gán vật liệu, tiết diện, tải trọng, phân tích, lấy kết quả, xuất dữ liệu, rất phù hợp nếu để chạy nhiều phương án, tối ưu hóa hay tự động hoá kết cấu, quy trình hoạt động của API như sau:

+ Bước 1. Khởi tạo và mở mô hình ETABS;
+ Bước 2. Gán các biến thiết kế cho mô hình;
+ Bước 3. Thực hiện phân tích kết cấu;
+ Bước 4. Trích xuất dữ liệu;
+ Bước 5. Đóng mô hình.

3.4. Chương trình tối ưu



Hình 2. Mô hình tối ưu cột bê tông cốt thép bằng thuật toán DE thông qua API

Chương trình tối ưu tiết diện cột bê tông cốt thép đảm bảo các điều kiện ổn định tổng thể của công trình theo TCVN 9386:2012 [5], TCVN 5574:2018 [3], TCVN 2737:2023 [4] sử dụng thuật toán tối ưu DE thông qua kết nối API ETABS xây dựng bằng ngôn ngữ lập trình Python được tóm tắt trong Hình 2 với các bước chính như sau:

+ Bước 1. Xây dựng mô hình kết cấu ban đầu trong ETABS;
+ Bước 2. Chạy phân tích sơ bộ và tạo miền tìm kiếm cho từng biến tối ưu;
+ Bước 3. Phân tích mô hình và lấy kết quả thông qua API ETABS;
+ Bước 4. So sánh các điều kiện ràng buộc;
+ Bước 5. Cập nhật tiết diện cho vòng lặp tiếp theo bằng thuật toán DE;
+ Bước 6. Lặp lại bước 3-5 cho đến khi thoả mãn điều kiện dừng.

Trong nghiên cứu này số vòng tiến hóa MaxItr = 1000 được lựa chọn để có thể theo dõi đầy đủ sự hội tụ của thuật toán. Thuật toán được xem là hội tụ khi đạt đến số vòng tiến hóa tối đa đã được chọn.

4. Ví dụ tính toán

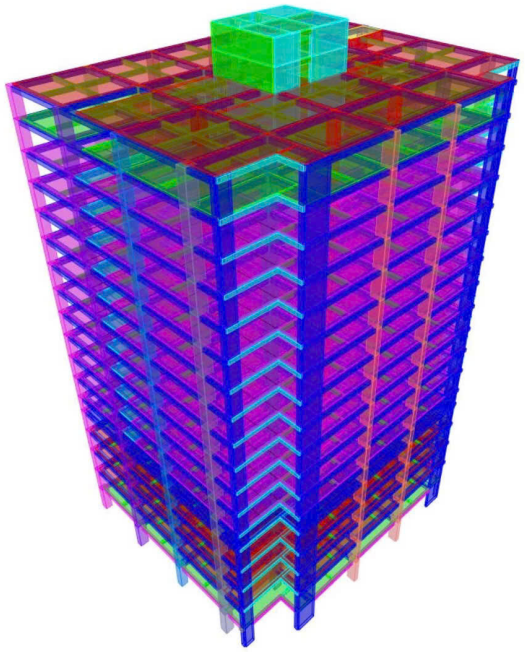
4.1. Tối ưu tiết diện cột bê tông cốt thép đảm bảo điều kiện ổn định tổng thể của công trình 15 tầng

Công trình sử dụng cấp độ bền bê tông B30 cho tất cả các cấu kiện, liên kết giữa tường, tường ngăn với khung nhà là liên kết cứng. Các thông số của công trình được thể hiện ở Bảng 1.

Bảng 1. Thông số công trình 1

Cấp bền bê tông	Địa điểm xây dựng	Số tầng	Tổng chiều cao (m)	Chiều cao tầng (m)	Hệ số tầm quan trọng
B30	Thanh Trì - Hà Nội	15	52	3,3	1
Số loại tiết diện cột	Áp lực gió tiêu chuẩn (daN/m^2)	Vùng gió	Gia tốc nền quy đổi (a_{gr})	Loại đất nền	Cấp dẻo thiết kế công trình
12	95	II-B	0,12	D	DCM

Trong ví dụ này, tiết diện cột bê tông cốt thép được tối ưu. Hệ kết cấu chịu lực chính gồm khung bê tông cốt thép toàn khối kết hợp với hệ lõi cứng bố trí tại khu vực thang máy dày 25 cm. Các cột được bố trí liên tục theo phương đứng, bảo đảm khả năng làm việc theo mô hình khung - vách thông dụng đối với nhà nhiều tầng, dầm chính điển hình sử dụng dầm bẹt kích thước 45×80 cm, dầm phụ kích thước 25×45 cm, sàn tầng điển hình dày 15 cm. Mô hình của công trình được thể hiện ở Hình 3, mặt bằng cột được thể hiện ở Hình 4.



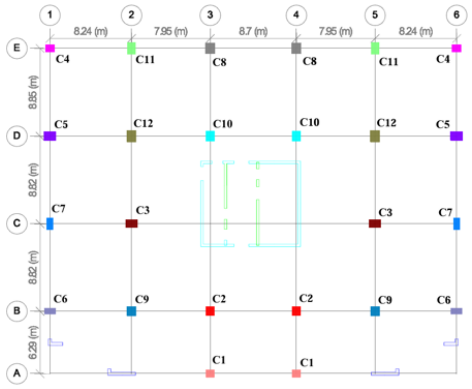
Hình 3. Mô hình công trình 1

Công trình có 24 cột bao gồm 12 loại tiết diện ứng với 24 biến thiết kế bao gồm chiều rộng và chiều cao cột cần tối ưu. Các biến thiết kế được kí hiệu thành véc-tơ $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_{24}\}$. Tĩnh tải, hoạt tải tác dụng lên công trình và các tổ hợp cơ bản của tải trọng được xác định theo TCVN 2737:2023 [4], các tổ hợp có tải trọng động đất được xác định theo TCVN 9386:2012 [5].

Các thông số sử dụng trong chương trình tối ưu là: Số cá thể trong quần thể DEpop = 25; số vòng tiến hóa MaxItr = 1000 được giữ cố định trong suốt quá trình tính toán. Đối với phương pháp DE-KTDH khoảng tìm kiếm cho từng tiết diện cột riêng biệt được xác định theo công thức (8). Còn đối với phương pháp DE truyền thống khoảng tìm kiếm được xác định dựa trên kinh nghiệm thiết kế của kĩ sư. Trong ví dụ này chọn: $L_{TT} = \left[x_j^{\min}; x_j^{\max}\right] = [0{,}4; 1{,}2]$ (m).

Các điều kiện ràng buộc của công trình được thể hiện ở Bảng 2.

Tiết diện tối ưu của các cột thu được theo DE-KTDH, thuật toán DE truyền thống và phương pháp thử - sai được tổng hợp trong Bảng 3. Kết quả cho thấy, các tiết diện xác định theo phương pháp thử - sai có giá trị lớn nhất, trong khi thuật toán DE truyền thống và DE-KTDH cho các tiết diện cột tối ưu bằng nhau và nhỏ hơn. Điều này cho thấy phương pháp sử dụng thuật toán khai thác hiệu quả hơn khả năng chịu lực của cấu kiện, qua đó góp phần giảm khối lượng và nâng cao hiệu quả kinh tế của công trình.



Hình 4. Mặt bằng cột công trình 1

Bảng 2. Các điều kiện ràng buộc của công trình 1

Điều kiện	Chuyển vị đỉnh (mm)	Chuyển vị lệch tầng do gió (mm)	Chuyển vị lệch tầng có kể đến động đất (mm)	Tỉ số nén
Giá trị giới hạn	104	6,6	10,6	0,65

Bảng 3. Tiết diện tối ưu công trình 1

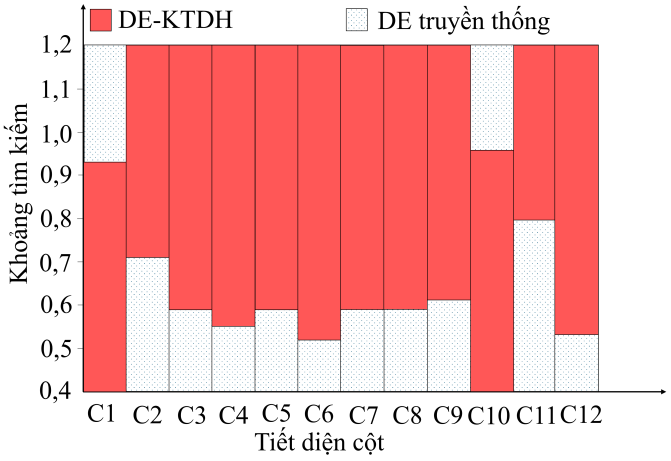
Phương pháp tối ưu	Cột C1		Cột C2		Cột C3		Cột C4		Cột C5		Cột C6	
	b_1	h_1	b_2	h_2	b_3	h_3	b_4	h_4	b_5	h_5	b_6	h_6
Thử-sai (m)	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	1,20	1,20	0,95	0,95
DE truyền thống (m)	0,76	0,79	0,85	0,85	0,79	1,16	0,70	0,80	0,80	1,20	0,53	1,10
DE-KTDH(m)	0,76	0,79	0,85	0,85	0,79	1,16	0,70	0,80	0,80	1,20	0,53	1,10
Phương pháp tối ưu	Cột C7		Cột C8		Cột C9		Cột C10		Cột C11		Cột C12	
	b_7	h_7	b_8	h_8	b_9	h_9	b_{10}	h_{10}	b_{11}	h_{11}	b_{12}	h_{12}
Thử-sai (m)	0,95	0,95	1,00	1,00	0,95	0,95	1,20	1,20	1,00	1,00	1,20	1,20
DE truyền thống (m)	1,16	0,63	1,00	0,90	0,93	0,90	0,95	0,86	1,11	0,78	1,15	0,91
DE-KTDH(m)	1,16	0,63	1,00	0,90	0,93	0,90	0,95	0,86	1,11	0,78	1,15	0,91

Bảng 4 trình bày các giá trị của các điều kiện ràng buộc sau tối ưu ứng với từng phương pháp, qua đó cho thấy việc áp dụng thuật toán DE, cả dạng truyền thống và dạng DE-KTDH, đều có khối lượng nhỏ hơn so với phương pháp thử - sai. Trong đó, khối lượng cột tối ưu thu được theo phương pháp DE-KTDH và truyền thống là bằng nhau với mức tiết kiệm 24,5% so với phương pháp thử - sai trong khi các điều kiện về chuyển vị và tỷ số nén vẫn nằm trong giới hạn cho phép theo tiêu chuẩn Việt Nam.

Để thể hiện rõ hơn hiệu quả của thuật toán DE-KTDH so với thuật toán truyền thống, các so sánh về khoảng tìm kiếm, khối lượng cột công trình và khả năng hội tụ sẽ được thể hiện ở phần tiếp theo. Hình 5 so sánh khoảng tìm kiếm giới hạn theo phương pháp DE-KTDH và theo phương pháp truyền thống. Kết quả cho thấy theo phương pháp DE-KTDH đã giảm được 20,63% khoảng tìm kiếm so với phương pháp truyền thống. Điều này làm giảm đáng kể thời gian tính toán do thu hẹp khoảng tìm kiếm phù hợp với khả năng làm việc thực tế của từng cột và giúp tăng tỷ lệ tìm được tiết diện tối ưu nhất.

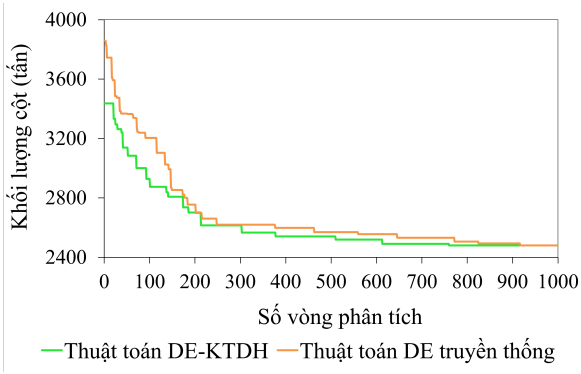
Bảng 4. Giá trị các điều kiện sau tối ưu của công trình 1

Tiêu chí	Phương pháp thử-sai	Thuật toán DE truyền thống	Thuật toán DE-KTDH	Giới hạn cho phép
Chuyển vị đỉnh (mm)	15,409	66,36	66,36	104
Chuyển vị lệch tầng do gió (mm)	0,990	1,280	1,280	6,6
Chuyển vị lệch tầng do động đất (mm)	4,224	4,350	4,350	10,6
Tỉ số nén lớn nhất	0,63	0,65	0,65	0,65
Tỉ số nén trung bình	0,50	0,61	0,61	0,65
Khối lượng cột (tấn)	3285,75	2480,24	2480,24	



Hình 5. Khoảng tìm kiếm công trình 1

Hình 6 thể hiện đường cong hội tụ của phương pháp DE truyền thống và phương pháp DE-KTDH. Với cấu hình máy tính sử dụng bộ vi xử lý Intel® Core™ i7-7800 và bộ nhớ RAM 8 GB, thời gian thực hiện một lần phân tích mô hình dao động từ 40 đến 50 giây. Do không gian tìm kiếm của phương pháp DE truyền thống rộng hơn phương pháp DE-KTDH nên quá trình tìm kiếm thường mất nhiều thời gian hơn. Trong ví dụ này, kết quả cho thấy ngay sau vòng lặp đầu tiên, phương pháp DE-KTDH đã xác định được phương án có khối lượng cột 3436,72 tấn, trong khi phương pháp DE truyền thống chỉ đạt giá trị 3857,79 tấn. Như vậy, DE-KTDH đã giảm được 10,91% khối lượng kết cấu ngay từ giai đoạn đầu của quá trình tối ưu. Từ vòng lặp thứ nhất đến khoảng vòng lặp thứ 200, DE-KTDH liên tục tìm được các nghiệm có giá trị mục tiêu nhỏ hơn so với phương pháp truyền thống. Sau khoảng 200 vòng lặp, tốc độ cải thiện nghiệm của cả hai phương pháp giảm dần, các bước nhảy trở nên nhỏ hơn và đường cong hội tụ dần ổn định. Cuối cùng, cả hai phương pháp đều hội tụ về cùng một nghiệm tối ưu. Tuy nhiên, phương pháp DE-KTDH đạt được kết quả tối ưu ở vòng lặp thứ 760 còn phương pháp DE truyền thống đạt được ở vòng lặp thứ 917. Các kết quả trong ví dụ này cho thấy phương pháp DE-KTDH có khả năng tìm kiếm nghiệm tối ưu là nhanh hơn nhờ vào khoảng tìm kiếm được thu hẹp phù hợp với khả năng chịu lực của từng cấu kiện. Đặc biệt ở các vòng phân tích đầu tiên thì thuật toán DE-KTDH có hiệu quả tốt hơn rõ rệt. Các chỉ tiêu về chuyển vị và tỉ số nén đều được kiểm soát hiệu quả, phù hợp với yêu cầu của tiêu chuẩn thiết kế và đạt được các nghiệm tối ưu hơn so với phương pháp thử - sai.



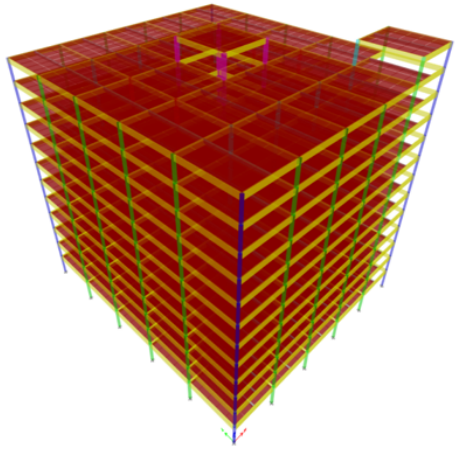
Hình 6. Đường cong hội tụ quá trình tối ưu công trình 1

4.2. Tối ưu tiết diện cột bê tông cốt thép đảm bảo điều kiện ổn định tổng thể của công trình 12 tầng

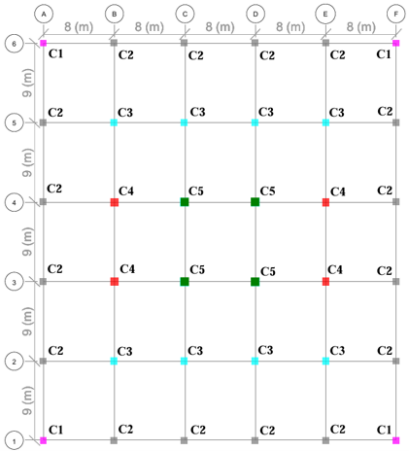
Ví dụ thứ hai được xem xét là công trình 12 tầng với kết cấu hệ khung bê tông cốt thép được xây dựng ở địa điểm có gia tốc động đất nhỏ và tải trọng gió lớn để giảm thiểu mức độ ảnh hưởng của tỉ số nén tới tiết diện cột. Công trình sử dụng hệ kết cấu khung bê tông cốt thép với kích thước dầm chính điển hình là 30×70 cm, dầm phụ 22×45 cm, sàn điển hình dày 10 cm. Ở công trình này lựa chọn liên kết giữa tường, tường ngăn với khung nhà là liên kết mềm. Thông số công trình được thể hiện ở Bảng 5. Mô hình và mặt bằng cột của công trình được thể hiện ở Hình 7 và Hình 8.

Bảng 5. Thông số công trình 12 tầng

Cấp bền bê tông	Địa điểm xây dựng	Số tầng	Tổng chiều cao (m)	Chiều cao tầng điển hình (m)	Hệ số tầm quan trọng
B45	Cô Tô-Quảng Ninh	12	42,5	3,5	1
Số loại tiết diện cột	Áp lực gió tiêu chuẩn (daN/m^2)	Vùng gió	Gia tốc nền quy đổi (a_{gr})	Loại đất nền	Cấp dẻo thiết kế công trình
5	155	IV-B	0,02	D	DCM



Hình 7. Mô hình công trình 12 tầng



Hình 8. Mặt bằng cột của công trình 2

Công trình gồm 36 cột với 5 loại tiết diện cột ứng với 10 biến thiết kế bao gồm chiều rộng và chiều cao cột cần tối ưu. Các biến thiết kế được kí hiệu thành véc-tơ $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_{10}\}$. Tĩnh tải, hoạt tải

tác dụng lên công trình và các tổ hợp cơ bản của tải trọng được xác định theo TCVN 2737:2023 [4], các tổ hợp liên quan đến động đất được xác định theo TCVN 9386:2012 [5].

Các điều kiện ràng buộc được thể hiện ở Bảng 6.

Bảng 6. Các điều kiện ràng buộc công trình 2

Điều kiện	Chuyển vị đỉnh (mm)	Chuyển vị lệch tầng do gió (mm)	Chuyển vị lệch tầng có kể đến động đất (mm)	Tỉ số nén
Giá trị giới hạn	85	11,7	11,2	0,65

Các thông số sử dụng trong chương trình tối ưu là: Số cá thể trong quần thể: DEpop = 20; số vòng tiến hóa MaxItr = 1000. Khoảng tìm kiếm cho từng tiết diện cột riêng biệt được xác định theo công thức (8). Theo phương pháp truyền thống, khoảng chạy của tiết diện cột được lựa chọn dựa vào kinh nghiệm thiết kế. Trong ví dụ này chọn: $L_{TT} = \left[x_j^{\min}; x_j^{\max}\right] = [0{,}22; 0{,}8]$ (m).

Bảng 7. Tiết diện tối ưu công trình 2

Phương pháp tối ưu	Cột C1		Cột C2		Cột C3		Cột C4		Cột C5	
	b_1	h_1	b_2	h_2	b_3	h_3	b_4	h_4	b_5	h_5
Thử-sai (m)	0,35	0,35	0,35	0,35	0,45	0,45	0,60	0,60	0,60	0,60
DE truyền thống (m)	0,22	0,31	0,28	0,40	0,52	0,41	0,40	0,52	0,36	0,44
DE-KTDH(m)	0,22	0,31	0,28	0,40	0,52	0,41	0,40	0,52	0,36	0,44

Tiết diện tối ưu của các phương pháp được trình bày trong Bảng 7. Kết quả cho thấy việc sử dụng thuật toán để tối ưu tiết diện cột vẫn cho kết quả tốt hơn so với phương pháp thử - sai. Trong đó, phương pháp DE-KTDH và DE truyền thống đều cùng đạt được kết quả tối ưu giống nhau.

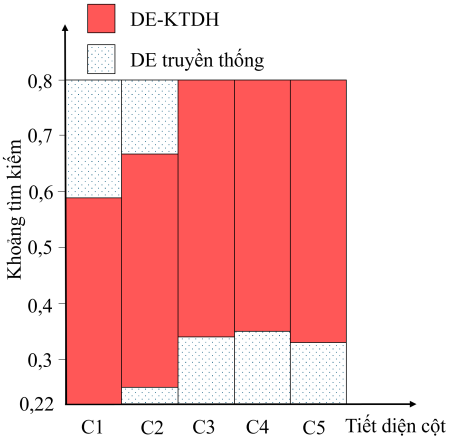
Bảng 8. Giá trị các điều kiện sau tối ưu của công trình 2

Tiêu chí	Phương pháp thử-sai	Thuật toán DE truyền thống	Thuật toán DE-KTDH	Giới hạn cho phép
Chuyển vị đỉnh (mm)	6,8	83,66	83,66	85
Chuyển vị lệch tầng do gió (mm)	8,9	11,14	11,14	11,7
Chuyển vị lệch tầng do động đất (mm)	2,73	3,88	3,88	11,2
Tỉ số nén lớn nhất	0,63	0,65	0,65	0,65
Tỉ số nén trung bình	0,5	0,61	0,61	0,65
Khối lượng cột (tấn)	738,44	553,33	553,33	

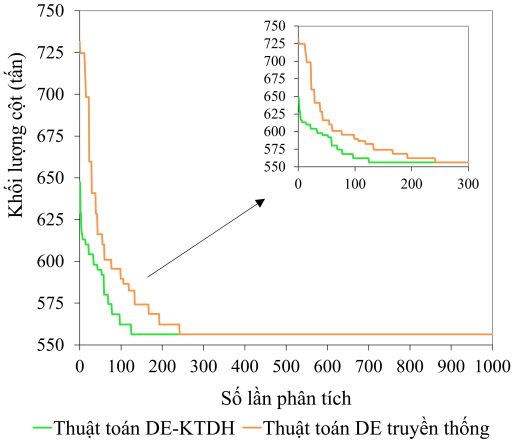
Bảng 8 thể hiện các giá trị về khối lượng, chuyển vị và tỷ số nén của các kết quả tối ưu theo từng phương pháp. Kết quả cho thấy khối lượng cột theo phương pháp DE-KTDH và truyền thống là bằng nhau và tiết kiệm được 24,66% so với phương pháp thử - sai. Ngoài ra, việc sử dụng thuật toán tối ưu cả dạng DE-KTDH và truyền thống còn cho kết quả chuyển vị đỉnh đạt tới 98,42% so với giá trị chuyển vị đỉnh giới hạn.

Hình 9 thể hiện khoảng chạy giới hạn theo phương pháp DE-KTDH và phương pháp truyền thống cho thấy theo DE-KTDH đã giảm được 29,66% khoảng tìm kiếm so với phương pháp DE truyền thống. Hình 10 thể hiện đường cong hội tụ của phương pháp sử dụng DE truyền thống và phương pháp DE-KTDH. Kết quả cho thấy phương pháp DE-KTDH vẫn có thời gian tìm kiếm nghiệm tối ưu nhanh và nhỏ hơn ngay từ vòng lặp đầu tiên khi khối lượng cột thu được ở vòng lặp đầu tiên theo

phương pháp DE-KTDH là 647,35 tấn còn theo phương pháp DE truyền thống là 731,35 tấn. Như vậy phương pháp DE-KTDH đã giảm được 11,49% khối lượng so với phương pháp DE truyền thống ngay từ vòng lặp đầu tiên. Trong ví dụ này, cả hai phương pháp đều đạt được nghiệm tối ưu bằng nhau. Điều này cho thấy rằng khi số vòng lặp đủ lớn, phương pháp DE truyền thống vẫn có thể tìm được nghiệm tối ưu tương tự như DE-KTDH, tuy nhiên phương pháp DE truyền thống cần 242 vòng để đạt được nghiệm tối ưu, còn phương pháp DE-KTDH chỉ cần 125 vòng lặp.



Hình 9. Khoảng tìm kiếm công trình 2



Hình 10. Đường cong hội tụ quá trình tối ưu công trình 2

Kết quả của ví dụ 2 cũng cho thấy rằng việc ứng dụng các thuật toán tối ưu kết hợp với hệ thống API của ETABS cho phép nâng cao hiệu quả thiết kế, đồng thời đạt được các nghiệm tối ưu hơn so với phương pháp thử - sai. Phương pháp DE-KTDH cho khả năng hội tụ ổn định và đạt được các nghiệm tối ưu nhanh hơn, từ đó có thể giảm thiểu chi phí tính toán. Các chỉ tiêu về chuyển vị và tỉ số nén đều được kiểm soát hiệu quả, phù hợp với yêu cầu của tiêu chuẩn thiết kế. Qua đó khẳng định tính đúng đắn và nhất quán của các nhận xét đã rút ra trong ví dụ 1.

5. Kết luận

Trong bài báo này, một bài toán tối ưu tiết diện cột bê tông cốt thép nhằm đảm bảo điều kiện ổn định tổng thể của công trình nhà nhiều tầng đã được xây dựng và giải quyết theo các tiêu chuẩn thiết kế của Việt Nam bao gồm TCVN 9386:2012, TCVN 5574:2018 và TCVN 2737:2023. Các điều kiện ràng buộc về chuyển vị đỉnh, chuyển vị lệch tầng và lực dọc quy đổi của cột đã được tích hợp trực tiếp vào quá trình tối ưu bảo đảm tính phù hợp về mặt kỹ thuật và khả năng áp dụng trong thực tế thiết kế.

Điểm mới của nghiên cứu nằm ở việc xây dựng được phương pháp giải bài toán tối ưu đặt ra bằng cách sử dụng thuật toán tiến hoá vi phân DE với khoảng tìm kiếm định hướng kết hợp với API ETABS để tự động hóa toàn bộ quy trình tối ưu bao gồm cập nhật mô hình, gán tiết diện, phân tích kết cấu và trích xuất kết quả.

Đề xuất phương pháp xác định khoảng tìm kiếm linh hoạt cho từng biến thiết kế dựa trên trạng thái chịu lực và điều kiện nén của từng cột thay vì sử dụng khoảng chạy cố định như trong các phương pháp tối ưu truyền thống. Cách tiếp cận này cho phép thu hẹp hợp lý không gian tìm kiếm, loại bỏ sớm các phương án không khả thi và nâng cao hiệu quả của thuật toán tối ưu.

Kết quả nghiên cứu cho thấy việc áp dụng phương pháp tối ưu cải tiến đã tìm ra phương án thiết kế cho khối lượng công trình giảm lần lượt 24,5% và 24,66% so với phương pháp thử - sai ở các ví dụ tính toán. Ngoài ra, phương pháp đề xuất DE-KTDH đã thể hiện khả năng tìm kiếm nghiệm tối ưu nhanh hơn từ 100 đến 150 vòng lặp so với phương pháp DE truyền thống. Từ đó cho thấy phương

pháp đề xuất có khả năng tìm được nghiệm tối ưu nhanh hơn nhờ vào khoảng tìm kiếm được thu hẹp, cho độ tin cậy tốt và đáp ứng hiệu quả yêu cầu của bài toán tối ưu kết cấu đặt ra.

Mặc dù nghiên cứu đã đạt được một số kết quả nhất định trong bài toán tối ưu cột bê tông cốt thép, tuy nhiên vẫn còn tồn tại một số hạn chế. Trong phạm vi bài báo, bài toán tối ưu mới tập trung vào phần bê tông của cột mà chưa xét đến tối ưu đồng thời với các cấu kiện khác trong hệ khung như dầm và cốt thép, do đó chưa phản ánh đầy đủ sự làm việc tổng thể của kết cấu. Bên cạnh đó, bài toán tối ưu được xây dựng với một số giả thiết và điều kiện giới hạn nhằm phù hợp với phạm vi khảo sát của nghiên cứu. Việc đánh giá hiệu quả của thuật toán hiện chủ yếu dựa trên mô hình khảo sát cụ thể, nên tính ứng dụng và khả năng đánh giá toàn diện hiệu quả của thuật toán trong các trường hợp thực tế khác nhau vẫn còn những giới hạn nhất định.

Trong các nghiên cứu tiếp theo, bài toán tối ưu cần được mở rộng theo hướng xét đồng thời nhiều cấu kiện trong hệ khung bê tông cốt thép như dầm, cột và cốt thép nhằm phản ánh đầy đủ hơn sự làm việc tổng thể của kết cấu. Đồng thời, cần xem xét thêm các điều kiện và ràng buộc thực tế trong thiết kế theo các tiêu chuẩn khác trên thế giới để nâng cao tính ứng dụng của mô hình tối ưu. Bên cạnh đó, việc mở rộng phạm vi khảo sát với nhiều trường hợp công trình và số lượng phân tích lớn hơn sẽ góp phần đánh giá đầy đủ hơn khả năng hội tụ, độ ổn định và hiệu quả của thuật toán đề xuất.

Tài liệu tham khảo

[1] Gustafsson, D., Hehir, J. (2005). *Stability of tall buildings*. Master's thesis, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden.

[2] Đạt, L. B., Hùng, T. T., Hà, L. P. T. (2021). Phát triển phương pháp tối ưu đa mục tiêu trong lĩnh vực thủy văn tài nguyên nước, áp dụng thử nghiệm giải bài toán ước tính tham số trong mô hình thủy văn phân bố. *Tuyển tập báo cáo khoa học hội thảo ứng dụng khoa học công nghệ trong quản lý tài nguyên nước*, Khoa học tự nhiên và Công nghệ, 133–142.

[3] TCVN 5574:2018. *Thiết kế kết cấu bê tông và bê tông cốt thép*. Bộ Khoa học và Công nghệ, Việt Nam.

[4] TCVN 2737:2023. *Tải trọng và tác động*. Bộ Khoa học và Công nghệ, Việt Nam.

[5] TCVN 9386:2012. *Thiết kế công trình chịu động đất*. Bộ Khoa học và Công nghệ, Việt Nam.

[6] Truong, V.-H., Nguyen, P.-C., Kim, S.-E. (2017). An efficient method for optimizing space steel frames with semi-rigid joints using practical advanced analysis and the micro-genetic algorithm. *Journal of Constructional Steel Research*, 128:416–427.

[7] Truong, V. H., Kim, S.-E. (2017). An efficient method for reliability-based design optimization of non-linear inelastic steel space frames. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 56(2):331–351.

[8] Storn, R., Price, K. (1997). Differential evolution - A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11(4):341–359.

[9] Hùng, H. M., Hùng, T. V. (2020). Tối ưu khung thép có liên kết nửa cứng xét đến gia cường vùng cứng nút khung panel zone. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCNXD) - ĐHXD*, 14(2V):64–74.

[10] Ha, M.-H., Vu, Q.-V., Truong, V.-H. (2020). Optimization of nonlinear inelastic steel frames considering panel zones. *Advances in Engineering Software*, 142:102771.

[11] Phan, H. D., Phan, S. V. (2024). Cost optimization in structural design for reinforced concrete frames using Jaya algorithm. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE) - HUCE*, 18(3): 76–91.

[12] Csiamerica.com. *CSI Analysis Reference Manual*. Truy cập ngày 12/11/2025.

[13] Cabrera, P. A., Medina, G. M., Delgadillo, R. M. (2025). Automation and genetic algorithm optimization for seismic modeling and analysis of tall RC buildings. *Buildings*, 15(19):3618.

[14] Ayadat, T. (2025). *Civil and environmental engineering for resilient, smart and sustainable solutions*. Materials Research Forum LLC.

[15] Hoang, L., Thi Anh Hong, L., Trong Nhan, N., Quoc Cuong, N., Manh Hung, D., Hung Thoi, D., Le Anh Tuan, B. (2025). Utilizing CSi API embedded in VBA for designing reinforced concrete beams according to TCVN 5574:2018. *Journal of Science Technology and Engineering Mien Tay Construction University*, (14):13–24.

[16] Hoang, L., Hong, L. T. A., Thoi, D. H., Hai, L. Q., Tam, N. V., Thuong, T. D., Tuan, B. L. A. (2025). Automated RC-column design to TCVN 5574:2018 using excel VBA–CSi API integration. *Journal of Materials and Construction*, 15(02):112–120.

[17] EN 1992-1-1:2004-Eurocode 2 (2004). *Design of concrete structures - General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization, Brussels.

[18] Minh, Q. V., Kiên, N. T., Tùng, V. M. (2021). Nghiên cứu ứng xử của khung bê tông cốt thép chịu tải trọng động đất bằng phương pháp phân tích phi tuyến. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (IBST)*, (4):11–18.

[19] Vũ, H. T., Minh, H. H., Thuật, Đ. V., Phúc, H. V. (2021). Thiết kế tối ưu dầm thép tổ hợp chữ I trong kết cấu cầu liên hợp nhịp đơn giản theo TCVN 11823:2017. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCNXD) - ĐHXD*, 15(3V):55–68.

[20] Hiếu, N. T., Tuấn, V. A., Cường, N. Q. (2019). Tối ưu trọng lượng khung thép cột đặc dàn vì kèo sử dụng thuật toán tiến hóa vi phân. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCNXD) - ĐHXD*, 13(5V):55–64.