



TỐI ƯU TIẾT DIỆN NGANG KẾT CẤU DÀN THEO ĐIỀU KIỆN BỀN VÀ CHUYỂN VỊ

Phạm Hoàng Anh¹

Tóm tắt: Bài báo giới thiệu một kỹ thuật xử lý điều kiện ràng buộc về bền và chuyển vị trong bài toán tối ưu hóa tiết diện ngang của kết cấu dàn. Kỹ thuật này sử dụng mối quan hệ tuyến tính tải trọng-chuyển vị và tải trọng-nội lực để đưa các phương án thiết kế về lân cận biên miền thiết kế. Trong quá trình tối ưu, khoảng lân cận sẽ được thu hẹp dần và việc tìm kiếm được thực hiện trên biên miền thiết kế nhằm đảm bảo thiết kế thu được là khả dĩ. Kỹ thuật đề xuất được kết hợp với thuật giải mô phỏng thụ phấn hoa (FPA) cho ta một phương pháp mới để tối ưu trọng lượng kết cấu dàn. Một số ví dụ được thực hiện nhằm minh họa cho hiệu quả của phương pháp.

Từ khóa: Kết cấu dàn; tối ưu tiết diện ngang; xử lý ràng buộc; tối ưu có ràng buộc; FPA.

Summary: The paper introduces a constraint handling technique for stress and displacement constraints in the optimal sizing of truss structures. This technique utilizes the linear elastic characteristics of load-displacement and load-stress to direct the design solutions to the vicinity of the feasible boundary. As the optimization progressing, the vicinity range is reduced and the searching space is restricted on the feasible boundary to enable feasible solutions to be obtained. The proposed technique is then integrated with the Flower Pollination Algorithm (FPA) for weight optimization of truss structures. Some design examples are used to illustrate the effectiveness of the method.

Keywords: Truss structure; optimal sizing; constraint handling; constrained optimization; flower pollination algorithm.

Nhận ngày 9/12/2015, chỉnh sửa ngày 23/12/2015, chấp nhận đăng 15/3/2016



1. Giới thiệu

Bài toán thiết kế tối ưu kết cấu dàn là một trong những bài toán tối ưu phổ biến nhất trong thiết kế công trình. Thông thường, mục tiêu là đi tìm trọng lượng nhỏ nhất của kết cấu với các ràng buộc về bền, chuyển vị và/hoặc tần số dao động riêng. Đây là bài toán khá phức tạp do có các ràng buộc phi tuyến và miền nghiệm không lồi. Đã có nhiều nghiên cứu được thực hiện cả về mô hình phân tích và các phương pháp tối ưu [1]. Trong những năm gần đây, các phương pháp tối ưu mô phỏng như thuật giải di truyền (GA), tối ưu bầy đàn (PSO), thuật giải tiến hóa (EA) ngày càng được sử dụng thay cho các phương pháp truyền thống để giải bài toán tối ưu kết cấu dàn [2]. Một số thuật giải hiện đại có thể kể đến như: differential Evolution (DE) [3], teaching-learning-based optimization (TLBO) [4,5], harmony search algorithm (SAHS) [6], colliding bodies optimization (CBO) [7,8], flower pollination algorithm (FPA) [9], Chaotic swarming of particles (CSP) [10]. Đặc điểm chung của các phương pháp này là “tìm kiếm ngẫu nhiên” mô phỏng theo các hiện tượng, quá trình (tự nhiên hoặc nhân tạo).

Trong số các phương pháp tối ưu mô phỏng quá trình tự nhiên, thuật giải thụ phấn hoa (FPA) là một thuật giải khá mới do Yang đề xuất năm 2012 [11] và nhận được khá nhiều quan tâm. FPA kết hợp tương đối hiệu quả quá trình tìm kiếm toàn miền và tìm kiếm địa phương khi thực hiện tối ưu. Ưu điểm chính của FPA là có cấu trúc đơn giản, yêu cầu ít tham số điều khiển. FPA đã được áp dụng để giải bài toán tối ưu trọng lượng kết cấu dàn với các biến diện tích tiết diện liên tục [9]. Kết quả tính toán cho thấy [9] với ba kết cấu dàn cho thấy FPA vượt trội so với một số thuật toán khác, bao gồm cả GA, PSO, CBO, TLBO.

¹TS, Khoa Xây dựng Dân dụng & Công nghiệp. Trường Đại học Xây dựng. E-mail: anhpham.nuce@gmail.com.

Hai vấn đề chính khi áp dụng các thuật toán tìm kiếm ngẫu nhiên nói chung và FPA nói riêng là: 1) Tốc độ hội tụ thường chậm và việc phân tích kết cấu phải thực hiện nhiều lần để có thể thu được phương án tiệm cận tối ưu; 2) Khó khăn trong việc xử lý điều kiện ràng buộc để đảm bảo phương án thiết kế thu được là khả dĩ. Ngoài ra đối với bài toán tối ưu hệ dàn, có khá ít nghiên cứu khai thác các đặc trưng cụ thể của bài toán để cải thiện tốc độ và tăng mức độ chính xác. Một kỹ thuật xử lý điều kiện ràng buộc về ứng suất và chuyển vị được Baghlani và Makiabadi [12] đề xuất trong đó sử dụng mối quan hệ tuyến tính giữa tải trọng-chuyển vị và giữa tải trọng-ứng suất để đưa các phương án thiết kế về biên của miền thiết kế và giới hạn việc tìm kiếm trên biên miền thiết kế. Do nghiệm tối ưu thường nằm trên biên miền thiết kế, đây là kỹ thuật khá hiệu quả để tăng tốc độ hội tụ và luôn đảm bảo nghiệm thu được là khả dĩ. Kỹ thuật được gọi là "Tìm kiếm theo biên khả dĩ" (Feasible Boundary Search, FBS).

Trong bài báo này, kỹ thuật FBS được kết hợp với FPA để giải bài toán tối ưu tiết diện thanh dàn. Tuy nhiên, khác với FBS nguyên bản, trong đó các phương án thiết kế được đưa về trên biên miền nghiệm trong suốt quá trình lặp, ở đây tác giả đề xuất như sau: ban đầu, các phương án thiết kế được đưa về lân cận dưới của biên miền nghiệm, sau đó lân cận này sẽ được thu hẹp dần về 0 theo các bước lặp. Bằng cách này, một số phương án có mức độ vi phạm nhỏ ban đầu vẫn được chấp nhận do các phương án này có thể gần với nghiệm tối ưu. Thuật giải mới viết tắt là "aFBS-FPA" (asymtotic Feasible Boundary Search Flower Pollination Algorithm). Thuật giải aFBS-FPA được dùng để giải ba bài toán tối ưu tiết diện dàn và so sánh với kết quả của một số thuật giải khác công bố gần đây.



2. Bài toán tối ưu tiết diện thanh dàn

2.1 Các biến thiết kế

Các biến thiết kế là diện tích tiết diện các thanh dàn, A_i , được chọn trong khoảng giá trị cho trước $A_{i,low} \leq A_i \leq A_{i,up}$ với $A_{i,low}$, $A_{i,up}$ giá trị nhỏ nhất cho phép và giá trị lớn nhất cho phép của tiết diện thanh thứ i .

2.2 Hàm mục tiêu và điều kiện ràng buộc

Mục tiêu là đi xác định trọng lượng nhỏ nhất của dàn bằng cách lựa chọn hợp lý tiết diện các thanh dàn sao cho kết cấu thỏa mãn các điều kiện về bền và điều kiện chuyển vị (sử dụng bình thường theo các tiêu chuẩn thiết kế). Như vậy, đối với một kết cấu dàn cho trước, cần xác định véc tơ giá trị tiết diện ngang của N_m thanh dàn, $\mathbf{A} = [A_1, A_2, \dots, A_{N_m}]$ để tổng trọng lượng W của kết cấu (1) là nhỏ nhất với các điều kiện ràng buộc đã cho:

$$W = \sum_{i=1}^{N_m} \rho_i L_i A_i \rightarrow \text{Min} \quad (1)$$

thỏa mãn điều kiện ràng buộc:

$$g_j \leq g_{0,j}, j=1, \dots, N_c \quad (2)$$

trong đó ρ_i và L_i lần lượt là trọng lượng riêng vật liệu và chiều dài thanh dàn thứ i ; g_j là hàm ràng buộc thứ j $g_{0,j}$ là giá trị cho phép của g_j , N_c là số lượng hàm ràng buộc. Trong bài báo này, chỉ xét các ràng buộc về bền và chuyển vị.

2.3 Tìm kiếm theo biên khả dĩ (FBS)

Giả thiết hệ kết cấu là đàn hồi tuyến tính, chuyển vị tại các nút được xác định theo (3)

$$\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\delta} = \mathbf{f} \quad (3)$$

trong đó $\mathbf{K}$ là ma trận độ cứng của hệ, $\mathbf{f}$ là véc tơ ngoại lực tại nút, $\boldsymbol{\delta}$ là véc tơ chuyển vị nút. Với hệ kết cấu và tải trọng cho trước, giải (3) ta sẽ thu được chuyển vị tại các nút, từ đó xác định được nội lực và ứng suất trong các thanh dàn.

Có thể thấy, nếu nhân ma trận độ cứng $\mathbf{K}$ với một hệ số β (tương đương với việc nhân tất cả diện tích tiết diện các thanh với β), chuyển vị và ứng suất mới sẽ bằng giá trị cũ nhân với hệ số $1/\beta$. Như vậy, để thỏa mãn điều kiện ràng buộc thứ j , ta chỉ cần nhân tất cả diện tích tiết diện của phương án thiết kế đang xét với một hệ số sau:

$$\beta_j = \frac{g_j}{g_{0,j}} \quad (4)$$

trong đó, g_j là giá trị của ràng buộc thứ j (chuyển vị hoặc ứng suất) ứng với phương án thiết kế đang xét. Để thỏa mãn tất cả các điều kiện ràng buộc và đưa nghiệm về biên miền thiết kế, ta chỉ cần nhân diện tích tiết diện các thanh với giá trị $\beta_{\max} = \max\{\beta_j\}$, $j = 1, \dots, N_c$.

Để đảm bảo các thanh có tiết diện không nhỏ hơn giá trị nhỏ nhất cho phép, cần nhân diện tích tiết diện các thanh lên với hệ số:

$$\alpha_{\max} = \max \left\{ 1, \frac{A_{low}}{A_i} \right\}, i = 1, \dots, N_m \quad (5)$$

2.4 Tìm kiếm tiệm cận biên khả dĩ (aFBS)

Phép chuyển đổi trên luôn đưa các phương án thiết kế về trên biên miền thiết kế trong toàn bộ quá trình lặp. Để nới lỏng điều kiện ràng buộc trong những bước lặp ban đầu, ở đây tác giả đề xuất đưa các thiết kế về tiệm cận biên miền nghiệm theo các bước lặp. Bằng cách này, một số phương án có mức độ vi phạm nhỏ ban đầu vẫn được chấp nhận do các phương án này có thể gần với nghiệm tối ưu. Kỹ thuật này được thực hiện như sau:

Thay vì nhân diện tích tiết diện thanh với $\beta_{\max}$, ta nhân với hệ số $\beta_a = a \beta_{\max}$, với a được thay đổi theo các bước lặp như sau:

$$a = 1 - \varepsilon \left(1 - \frac{3t}{2t_{\max}} \right)^{cp}, a \leq 1 \quad (6)$$

trong đó ε là dung sai cho phép ban đầu (chọn bằng $1e-3$ cho các ví dụ ở phần sau); t là thứ tự bước lặp; $t_{\max}$ là số bước lặp lớn nhất sẽ thực hiện; cp là số nguyên dương (lấy bằng 5 trong nghiên cứu này). Như vậy, khi $t < (2/3)t_{\max}$ giá trị a sẽ tăng dần theo t , từ $t = (2/3)t_{\max}$ giá trị $a = 1$ và các thiết kế mới sẽ được đưa về trên biên miền thiết kế.



3. Thuật giải thụ phấn hoa (FPA)

Năm 2012, Yang [11] đề xuất một phương pháp tối ưu toàn miền có tên gọi “Thuật giải thụ phấn hoa” (Flower Pollination Algorithm). Thuật giải thuộc lớp các thuật giải tiến hóa dựa trên quần thể, mô phỏng quá trình sinh học thụ phấn hoa trong tự nhiên theo các quy tắc được lí tưởng hóa như sau:

- Thụ phấn sinh học hay chéo được xem như quá trình thụ phấn toàn miền bởi các vật chủ mang phấn thực hiện các bước bay Levy.
- Tự thụ phấn được xem là quá trình thụ phấn cục bộ của cây không có vật chủ mang phấn
- Xác suất tái sinh tỷ lệ với mức độ tương tự của hai bông hoa tham gia thụ phấn
- Sự chuyển đổi giữa thụ phấn chéo và tự thụ phấn được kiểm soát bằng một giá trị xác suất chuyển đổi $p \in [0; 1]$. Do khoảng cách gần và ảnh hưởng của các yếu tố như gió, tự thụ phấn thường có xác suất lớn hơn thụ phấn chéo.

Các quy tắc trên được biểu diễn dưới dạng các biểu thức (7) và (8). Trong đó, biểu thức (7) biểu diễn quy tắc 1 (thụ phấn chéo hay tìm kiếm toàn miền) và quy tắc 3, biểu thức (8) đại diện cho quá trình tự thụ phấn (hay tìm kiếm địa phương).

$$\mathbf{x}_k^{t+1} = \mathbf{x}_k^t + \mathbf{L} \cdot (\mathbf{x}_{best}^t - \mathbf{x}_k^t) \quad (7)$$

$$\mathbf{x}_k^{t+1} = \mathbf{x}_k^t + r \cdot (\mathbf{x}_l^t - \mathbf{x}_m^t) \quad (8)$$

Trong các công thức trên, $\mathbf{x}_k^t$ là giải pháp thiết kế $\mathbf{x}_k$ tại bước lặp thứ t , $\mathbf{x}_{best}^t$ là giải pháp thiết kế tốt nhất hiện có, $\mathbf{x}_l^t$ và $\mathbf{x}_m^t$ là hai giải pháp thiết kế khác nhau được chọn ngẫu nhiên trong quần thể các giải pháp thiết kế tại bước lặp t , r là giá trị chọn ngẫu nhiên theo phân bố đều trong khoảng $[0; 1]$, $\mathbf{L}$ là véc tơ bước bay Levy được tạo ra từ phân bố Levy [9, 11].

Giải pháp thiết kế mới $\mathbf{x}_k^{t+1}$ được xác định theo biểu thức (7) hoặc (8) dựa trên quy tắc 4. Theo Yang [11] và một số tác giả khác, giá trị xác suất chuyển đổi giữa tìm kiếm toàn miền (thụ phấn chéo) và tìm kiếm địa phương (tự thụ phấn) có thể lấy bằng $p=0,8$. Trong bài báo này, $p=0,8$ được sử dụng cho cả ba bài toán tối ưu.

Kết hợp FPA với kỹ thuật tìm kiếm tiệm cận biên khả dĩ (aFSB), thuật giải mới aFSB-FPA được thực hiện với các bước chính theo cấu trúc thuật toán như sau:

Định nghĩa: hàm mục tiêu, điều kiện ràng buộc, NP, $t_{\max}$, p,

Tạo quần thể gồm NP các giải pháp thiết kế một cách ngẫu nhiên trong không gian tìm kiếm.

Xác định giá trị các ràng buộc g_j và xác định $\beta_{\max}$, β_a và $\alpha_{\max}$, đưa thiết kế về lân cận biên miền thiết kế:

$$\mathbf{x}_k^0 = \alpha_{\max} \beta_a \mathbf{x}_k^0$$

while ($t < t_{\max}$)

 Tìm giải pháp thiết kế tốt nhất $\mathbf{x}_{best}$ trong các giải pháp hiện có.

 Xác định a theo biểu thức (6)

for k = 1:NP

if rand() > p

$$\mathbf{x}_k^{t+1} = \mathbf{x}_k^t + \mathbf{L} \cdot (\mathbf{x}_{best} - \mathbf{x}_k^t)$$

else

 Chọn ngẫu nhiên l và m trong số các giải pháp thiết kế

$$\mathbf{x}_k^{t+1} = \mathbf{x}_k^t + r \cdot (\mathbf{x}_l^t - \mathbf{x}_m^t)$$

end if

 Xác định giá trị các ràng buộc và xác định $\beta_{\max}$, β_a và $\alpha_{\max}$

 Đưa thiết kế về lân cận biên miền thiết kế: $\mathbf{x}_k^{t+1} = \alpha_{\max} \beta_a \mathbf{x}_k^{t+1}$

 Định giá $\mathbf{x}_k^{t+1}$ và so sánh với $\mathbf{x}_k^t$. Nếu $\mathbf{x}_k^{t+1}$ tốt hơn, $\mathbf{x}_k^{t+1}$ sẽ thay thế $\mathbf{x}_k^t$ trong quần thể

end for

end while



4. Các ví dụ số

Ba kết cấu dàn bao gồm hệ dàn phẳng 10 thanh, hệ dàn không gian 25 thanh và hệ dàn không gian 72 thanh được lấy làm ví dụ minh họa. Để thuận tiện cho việc so sánh, hệ đơn vị dùng trong các ví dụ được lấy theo các công bố trước đây [3,5,6,7,8,10,12].

4.1 Mô tả các ví dụ

4.1.1 Hệ dàn phẳng 10 thanh

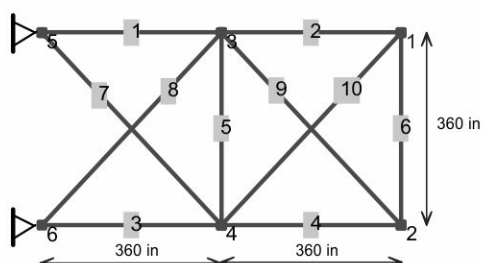
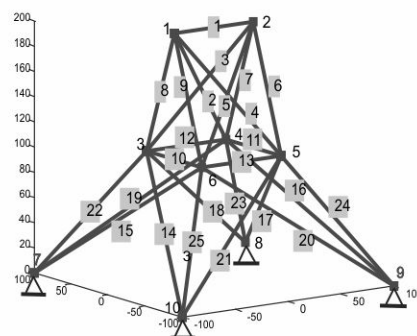
Sơ đồ kết cấu dàn cho trên Hình 1. Kết cấu chịu các lực $P=100$ kips thẳng đứng hướng xuống dưới tại nút 2 và 4. Diện tích tiết diện thanh (in^2) được chọn trong khoảng $[0,1; 40]$. Mô đun đàn hồi và trọng lượng riêng của vật liệu lần lượt là 10^4 ksi và $0,1 \text{ lb/in}^3$. Ứng suất cho phép trong mỗi thanh dàn (cả kéo và nén) là ± 25 ksi. Chuyển vị cho phép tại nút theo cả phương x và y là $2,0 \text{ in}$.

4.1.2 Hệ dàn không gian 25 thanh

Sơ đồ hệ cho trên Hình 2. Trọng lượng riêng và mô đun đàn hồi của vật liệu lần lượt là $0,1 \text{ lb/in}^3$ và 10^4 ksi. Tiết diện các thanh dàn được nhóm thành 8 nhóm. Điều kiện ràng buộc về chuyển vị tại tất cả các nút theo cả ba phương x, y, z là $0,35 \text{ in}$. Điều kiện ràng buộc về bền là ứng suất kéo trong các thanh không vượt quá 40 ksi và ứng suất nén cho phép (có xét đến yêu cầu ổn định của thanh chịu nén) tương ứng với từng nhóm tiết diện là: -35,092; -11,590; -17,305; -35,092; -35,092; -6,759; -6,959; -11,082 (ksi). Kết cấu chịu hai trường hợp tải trọng với số liệu cho trong Bảng 1. Diện tích tiết diện thanh (in^2) được chọn trong khoảng $[0,01; 3,4]$.

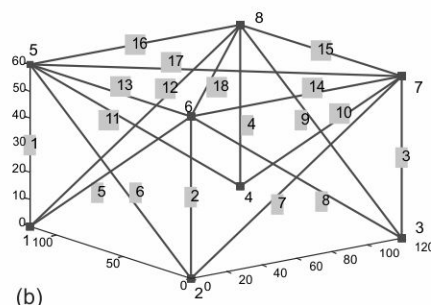
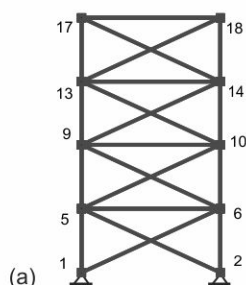
Bảng 1. Thông số tải trọng tác dụng lên hệ dàn 25 thanh

Trường hợp	Nút	F_x (kips)	F_y (kips)	F_z (kips)
1	1	0	20	-5
	2	0	-20	-5
2	1	1	10	-5
	2	0	10	-5
	3	0,5		
	6	0,5		

**Hình 1.** Sơ đồ kết cấu hệ dàn 10 thanh**Hình 2.** Sơ đồ kết cấu hệ dàn 25 thanh

4.1.3 Hệ dàn không gian 72 thanh

Hình 3a mô tả sơ đồ kết cấu trong mặt phẳng xOz và Hình 3b là đồ thị phần tử. Diện tích tiết diện các thanh được phân thành 16 nhóm và chọn trong khoảng giá trị $[0, 1; 2, 5]$ (in^2). Điều kiện ràng buộc bao gồm chuyển vị cho phép bằng 0,25 in tại các nút 5 đến 20 theo phương x và y và ứng suất cho phép trong các thanh là ± 25 ksi. Trọng lượng riêng và mô đun đàn hồi của vật liệu lần lượt là 0,1 lb/in^3 và 10^4 ksi. Kết cấu chịu hai trường hợp tải trọng được cho trong Bảng 2.

**Hình 3.** Sơ đồ hệ dàn 72 thanh:

(a) Hình chiếu và thứ tự nút; (b) đánh số phần tử cho đồ thị phần tử

Bảng 2. Thông số tải trọng tác dụng lên hệ dàn 72 thanh

Trường hợp	Nút	F_x (kips)	F_y (kips)	F_z (kips)
1	17	5	5	-5
2	17	0	0	-5
	18	0	0	-5
	19	0	0	-5
	20	0	0	-5

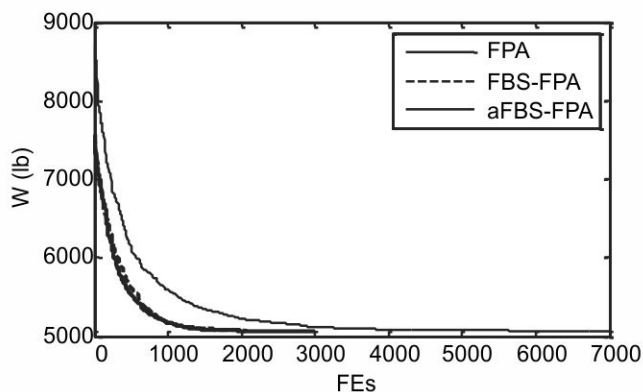
Thuật giải aFBS-FPA được sử dụng để giải mỗi bài toán với 20 lần chạy độc lập. Ứng suất và chuyển vị của kết cấu được phân tích theo phương pháp phần tử hữu hạn. Thuật toán và các chương trình tính toán được xây dựng trong MATLAB 7 R2012a. Kích thước quần thể được chọn là NP=25 cho cả ba ví dụ. Điều kiện dừng tối ưu là khi số bước lặp vượt quá 280 đối với ví dụ hệ dàn 10 thanh và dàn 25 thanh và quá 360 đối với ví dụ hệ dàn 72 thanh.

4.2 Kết quả tính toán

4.2.1 Hệ dàn 10 thanh

Hình 4 mô tả đồ thị trung bình quá trình tối ưu trọng lượng kết cấu bằng FPA với các phương pháp xử lý điều kiện biên khác nhau: 1) Xử dụng các quy tắc Deb [13] (FPA); 2) sử dụng tìm kiếm trên biên khả dĩ (FBS-FPA) và sử dụng tìm kiếm tiệm cận biên khả dĩ (aFBS-FPA). Có thể thấy aFBS-FPA và FBS-FPA có tốc độ hội tụ tương đương nhau và đều nhanh hơn FPA.

Các kết quả tính toán thống kê được cho trong Bảng 3. Có thể thấy, aFBS-FPA cho kết quả tốt hơn FBS-FPA. Ở phương án thiết kết tốt nhất, chuyển vị nút lớn nhất đạt giá trị cho phép trong khi ứng suất cực đại trong thanh xấp xỉ giá trị cho phép. So với kết quả tham khảo một số phương pháp khác mới công bố như SAHS [6], TLBO [5], ADEA [3] và FBSFA [12], trong đó FBSFA là phương pháp sử dụng tìm kiếm trên biên kết hợp với thuật giải “Đom đóm” (Firefly Algorithm), aFBS-FPA cho trọng lượng tối ưu nhẹ nhất (5060,8554 lb) trong các phương pháp. Kết quả trung bình trong 20 lần tính của cả FBS-FPA và aFBS-FPA đều tốt hơn kết quả của các phương pháp còn lại. Thuật giải đề xuất cải thiện đáng kể khối lượng tính toán so với các phương pháp còn lại, thể hiện ở số lần phân tích kết cấu (FEs) yêu cầu ít hơn (chỉ bằng khoảng một nửa của TLBO và hơn 2/3 của ADEA).



Hình 4. So sánh quá trình hội tụ của trọng lượng dàn 10 thanh

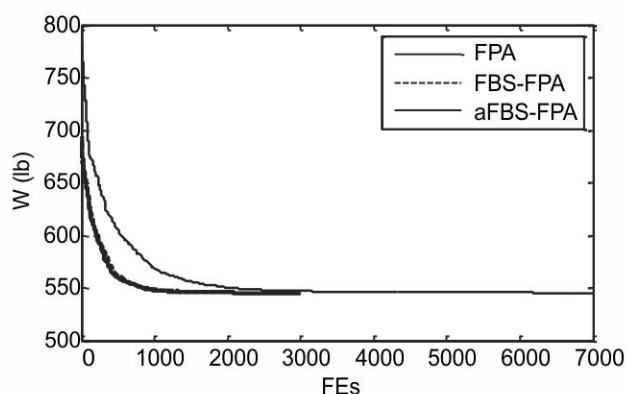
Bảng 3. So sánh trọng lượng tối ưu của dàn 10 thanh

Phương pháp	SAHS [6]	TLBO [5]	ADEA [3]	FBSFA [12]	FBS-FPA	aFBS-FPA
A_1	30,394	30,6684	30,5139	30,55155	30,52739	30,51353
A_2	0,100	0,1000	0,1000	0,10000	0,10001	0,10000
A_3	23,098	23,1584	23,2052	23,20861	23,18208	23,196153
A_4	15,491	15,2226	15,2084	15,23060	15,22181	15,2291
A_5	0,100	0,1000	0,1000	0,10000	0,10000	0,10000
A_6	0,529	0,5421	0,5318	0,55019	0,551208	0,548652
A_7	7,488	7,4654	7,4585	7,45737	7,45662	7,45760
A_8	21,189	21,0255	21,0512	21,03241	21,02041	21,04009
A_9	21,342	21,4660	21,5391	21,50054	21,55463	21,53046
A_{10}	0,100	0,1000	0,1000	0,10000	0,100000	0,100000
W nhỏ nhất (lb)	5061,42	5060,973	5060,8949	5060,86	5060,8580	5060,8554
W trung bình (lb)	5061,95	5064,808	5062,5965	-	5061,6658	5061,6582
W lớn nhất (lb)	-	-	5077,0290	-	5076,6787	5076,6732
Độ lệch chuẩn	0,71	6,3707	3,9401	-	3,53380	3,53416
Ứng suất lớn nhất (ksi)				25,0000	24,99988	24,99992
Chuyển vị lớn nhất (in)				2,00000	2,0	2,0
Số lần phân tích (FEs)	7081	13767	10000	-	7025	7025

4.2.2 Hệ dàn 25 thanh

Hình 5 mô tả đồ thị trung bình quá trình tối ưu trọng lượng kết cấu. Cũng như ví dụ hệ dàn 10 thanh, aFBS-FPA và FBS-FPA có tốc độ hội tụ tương đương nhau và đều nhanh hơn FPA. Với số lần phân tích kết cấu chỉ bằng khoảng một phần ba, aFBS-FPA và FBS-FPA đã có thể đạt kết quả tối ưu tương tự FPA.

Bảng 4 cho kết quả tối ưu trọng lượng của hệ dàn 25 thanh cùng với kết quả của một số phương pháp khác, bao gồm CBO [7], CSP [10], TLBO [5], ADEA [3] và FBSFA [12]. Thuật giải đề xuất ổn định hơn (với độ lệch chuẩn của 20 lần tính là 0,00128 lb) và cho kết quả trọng lượng tối ưu trung bình (545,1649 lb) tốt hơn tất cả các phương pháp được so sánh. Số lần phân tích kết cấu sử dụng đều ít hơn số lần phân tích kết cấu mà các phương pháp khác công bố. Ngoài ra, mặc dù phương án thiết kế tốt nhất của CBO (544,310 lb) và CSP (545,09 lb) có nhẹ hơn kết quả của aFBS-FPA, các phương án này đều có chút vi phạm ràng buộc (phương án của CBO vi phạm cả ràng buộc ứng suất và chuyển vị trong khi của CSP vi phạm ràng buộc chuyển vị). Ở ví dụ này, aFBS-FPA cũng cho kết quả tối ưu hơn một chút so với FBS-FPA.



Hình 5. So sánh quá trình hội tụ của trọng lượng dàn 25 thanh

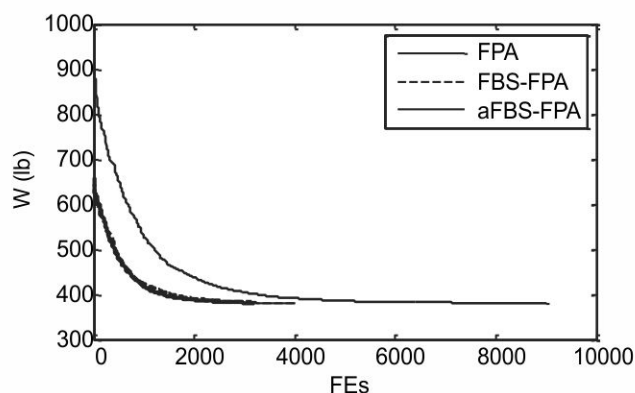
Bảng 4. So sánh trọng lượng tối ưu của dàn 25 thanh

Phương pháp	CBO [7]	CSP [10]	TLBO [5]	ADEA [3]	FBSFA [12]	FBS-FPA	aFBS-FPA
A_1	0,0100	0,010	0,0100	0,0100	0,01000	0,010002	0,010011
$A_2 - A_5$	2,1297	1,910	1,9878	5,6406	1,99248	1,9838	1,9856
$A_6 - A_9$	2,8865	2,798	2,9914	8,5941	2,98329	2,998	2,9958
$A_{10} - A_{11}$	0,0100	0,010	0,0102	0,0100	0,01000	0,01001	0,01
$A_{12} - A_{13}$	0,0100	0,010	0,0100	0,0100	0,01000	0,010052	0,010003
$A_{14} - A_{17}$	0,6792	0,708	0,6828	1,9368	0,68417	0,68541	0,68349
$A_{18} - A_{21}$	1,6077	1,836	1,6775	4,7857	1,6771	1,6775	1,6771
$A_{22} - A_{25}$	2,6927	2,645	2,664	7,5921	2,66454	2,659	2,6621
W nhỏ nhất (lb)	544,310	545,09	545,175	545,1657	545,17	545,1630	545,1630
W trung bình (lb)	545,256	545,20	545,483	545,2200	-	545,1654	545,1649
W lớn nhất (lb)	-	-	-	-	-	545,1698	545,1682
Độ lệch chuẩn	0,294	0,487	0,306	730	-	0,00148	0,00128
Ứng suất lớn nhất (ksi)	-7,1716	-6,3869			-6,9547	-6,95879	-6,95892
Chuyển vị lớn nhất (in)	0,35089	0,35229			0,35000	0,35	0,35
Số lần phân tích (Fes)	9090	17500	12199	10000	-	7025	7025

4.2.3. Hệ dàn 72 thanh

Kết quả tối ưu được cho trong Bảng 5, cùng với kết quả tham khảo của các phương pháp 2D-CBO [8], CSP [10], TLBO [5], ADEA [3] và FBSFA [12]. Thiết kế tốt nhất theo thuật toán đề xuất là 379,6226 lb, nhẹ hơn kết quả của các phương pháp còn lại trừ 2D-CBO. Tuy nhiên, 2D-CBO sử dụng 12000 lần phân tích kết cấu trong khi aFBS-FPA chỉ sử dụng 9025 phân tích. Kết quả trung bình của aFBS-FPA (379,6433 lb) tốt hơn kết quả của các phương pháp còn lại. aFBS-FPA cho kết quả rất ổn định với độ lệch chuẩn chỉ là 0,013975 lb, trong khi giá trị tương ứng của 2D-CBO, CSP, TLBO và ADEA lần lượt là 0,251520, 1,803, 0,149 và 0,1842 lb.

Ở ví dụ này, kỹ thuật tìm kiếm theo biên miền nghiệm cũng cho kết quả hội tụ nhanh hơn đáng kể so với việc sử dụng quy tắc Deb, thể hiện trên Hình 6. Một lần nữa, aFBS-FPA cho thiết kế nhẹ hơn FBS-FPA. Kết quả này chứng tỏ kỹ thuật tìm kiếm tiệm cận biên cho phép cải thiện độ chính xác của lời giải tối ưu.



Hình 6. Quá trình hội tụ của trọng lượng dàn 72 thanh

Bảng 5. So sánh trọng lượng tối ưu của dàn 72 thanh

Phương pháp	2D-CBO [8]	CSP [10]	TLBO [5]	ADEA [3]	FBSFA [12]	FBS-FPA	aFBS-FPA
$A_1 - A_4$	1,892462	1,94459	1,8807	1,8861	1,90107	1,8844	1,8841
$A_5 - A_{12}$	0,510027	0,50260	0,5142	0,5231	0,49688	0,51193	0,51207
$A_{13} - A_{16}$	0,100000	0,10000	0,1000	0,1000	0,10003	0,10006	0,10001
$A_{17} - A_{18}$	0,100000	0,10000	0,1000	0,1000	0,10003	0,1	0,10001
$A_{19} - A_{22}$	1,266465	1,26757	1,2711	1,2576	1,26497	1,2723	1,2789
$A_{23} - A_{30}$	0,509992	0,50990	0,5151	0,5043	0,50802	0,51141	0,51127
$A_{31} - A_{34}$	0,100000	0,10000	0,1000	0,1000	0,10003	0,1	0,10001
$A_{35} - A_{36}$	0,100000	0,10000	0,1000	0,1000	0,10003	0,1	0,10001
$A_{37} - A_{40}$	0,524176	0,50674	0,5317	0,5200	0,57209	0,52565	0,52487
$A_{41} - A_{48}$	0,517540	0,51651	0,5134	0,5235	0,52720	0,51585	0,51421
$A_{49} - A_{52}$	0,100000	0,10752	0,1000	0,1000	0,10003	0,10001	0,1
$A_{53} - A_{54}$	0,100000	0,10000	0,1000	0,1000	0,10237	0,10003	0,10002
$A_{55} - A_{58}$	0,156420	0,15618	0,1565	0,1568	0,15632	0,15642	0,15642
$A_{59} - A_{66}$	0,546158	0,54022	0,5429	0,5394	0,53325	0,54627	0,54679
$A_{67} - A_{70}$	0,414840	0,42229	0,4081	0,4083	0,43573	0,40783	0,41122
$A_{71} - A_{72}$	0,569529	0,57941	0,5733	0,5734	0,56554	0,57432	0,56927
W nhỏ nhất (lb)	379,6217	379,97	379,632	379,6851	379,93	379,6228	379,6226
W trung bình (lb)	379,6446	381,56	379,759	379,9205	-	379,6503	379,6433
W lớn nhất (lb)	-	-	-	-	-	379,6888	379,6706
Độ lệch chuẩn	0,251520	1,803	0,149	0,1842	-	0,01865	0,013975
Ứng suất lớn nhất (ksi)					24,9667	24,99808	24,99866
Chuyển vị lớn nhất (in)					0,25000	0,25	0,25
Số lần phân tích (Fes)	12000	10500	21542	10000	-	9025	9025



5. Kết luận

Xử lý điều kiện ràng buộc trong bài toán tối ưu bằng kỹ thuật tìm kiếm theo biên miền thiết kế (FBS) cho phép tăng tốc độ hội tụ, đồng thời đảm bảo thiết kế tối ưu thu được luôn khả dĩ. Trong bài báo này, kết hợp kỹ thuật FBS với thuật giải mô phỏng thụ phấn hoa (FPA), một thuật giải mới có tên gọi aFBS-FPA được xây dựng để giải bài toán tối ưu tiết diện thanh dàn với ràng buộc về ứng suất và chuyển vị. Áp dụng vào một số ví dụ thiết kế với số lượng biến vừa phải cho thấy aFBS-FPA có thể tìm được thiết kế tối ưu với độ chính xác cao. So với kỹ thuật tìm kiếm hoàn toàn trên biên trước đây, kỹ thuật tìm kiếm tiệm cận biên được đề xuất tuy không hội tụ nhanh hơn nhưng góp phần cải thiện kết quả tối ưu. Sử dụng số lần phân tích kết cấu ít hơn, aFBS-FPA vẫn cho kết quả tốt hơn hoặc tương đương với một số thuật giải tối ưu hiện đại mới công bố gần đây. Khả năng áp dụng của thuật toán này vào các bài toán có số lượng biến thiết kế lớn hơn cần được tiếp tục khảo sát và nghiên cứu.

Tài liệu tham khảo

1. Lê Xuân Huỳnh (2006), *Tính toán kết cấu theo lý thuyết tối ưu*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
2. M. Stolpe (2015), "Truss optimization with discrete design variables: a critical review", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, doi: 10.1007/s00158-015-1333-x.
3. S. Bureerat and N. Pholdee (2015), "Optimal Truss Sizing Using an Adaptive Differential Evolution Algorithm", *Journal of Computing in Civil Engineering*, 04015019.
4. S. O. Degertekin and M. S. Hayalioglu (2013), "Sizing truss structures using teaching-learning-based optimization", *Computers & Structures*, 119, 177-188.
5. C. V. Camp and M. Farshchin (2014), "Design of space trusses using modified teaching-learning based optimization", *Engineering Structures*, 62, 87-97.
6. S. O. Degertekin (2012), "Improved harmony search algorithms for sizing optimization of truss structures", *Computers & Structures*, 92, 229-241.
7. A. Kaveh and V. R. Mahdavi (2014), "Colliding bodies optimization method for optimum design of truss structures with continuous variables", *Advances in Engineering Software*, 70, 1-12.
8. A. Kaveh, V. R. Mahdavi (2015), "Two-dimensional colliding bodies algorithm for optimal design of truss structures", *Advances in Engineering Software*, 83, 70-79.
9. G. Bekdaş, S. M. Nigdeli, X. S. Yang (2015), "Sizing optimization of truss structures using flower pollination algorithm", *Applied Soft Computing*, 37, 322-331.
10. A. Kaveh, R. Sheikholeslami, S. Talatahari, M. Keshvari-Illkhichi (2014), "Chaotic swarming of particles: a new method for size optimization of truss structures", *Advances in Engineering Software*, 67, 136-147.
11. X. S. Yang (2012), "Flower pollination algorithm for global optimization", In *Unconventional computation and natural computation*, pp. 240-249, Springer Berlin Heidelberg.
12. A. Baghlani & M. H. Makiabadi (2014), "Weight optimization of truss structures by a new feasible boundary search technique hybridized with firefly algorithm", *KSCE Journal of Civil Engineering*, 18(4), 1105-1118.
13. K. Deb (2000), "An efficient constraint handling method for genetic algorithms", *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 186(2), 311-338.