



TÍNH TOÁN ĐAI THÉP BẢN CHỐNG NỔ NGANG CỦA ĐẦU CỌC BÊ TÔNG CỐT THÉP

Lê Bá Huế¹, Lê Anh Xuân²

Tóm tắt: Bài báo trình bày phương pháp xác định lực kéo và độ dày trong đai thép bản chống nổ ngang ở đầu cọc bê tông cốt thép tiết diện tròn và tiết diện vành khuyên do tải trọng dọc trực theo điều kiện bền của đai thép và của bê tông cọc. Bài báo cũng đưa ra một số kết quả tính toán cho các tiết diện cọc với các cấp tải trọng để người dùng tham khảo.

Từ khóa: Đai thép bản; cọc bê tông cốt thép; độ dày, biến dạng ngang.

Summary: This paper presents a method for determination of tensile forces and thickness of the steel bands around the top of reinforced concrete piles with hollow circular cross section or circular cross section to prevent lateral expansion when it is subjected to a longitudinal compression force. This paper also provides some reference results of several pile sections at different load levels.

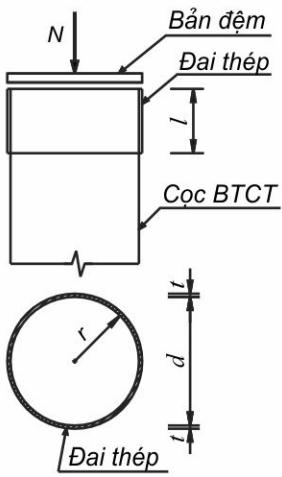
Keywords: Steel band; reinforced concrete piles; lateral expansion.

Nhận ngày 10/12/2015, chỉnh sửa ngày 24/12/2015, chấp nhận đăng 15/3/2016

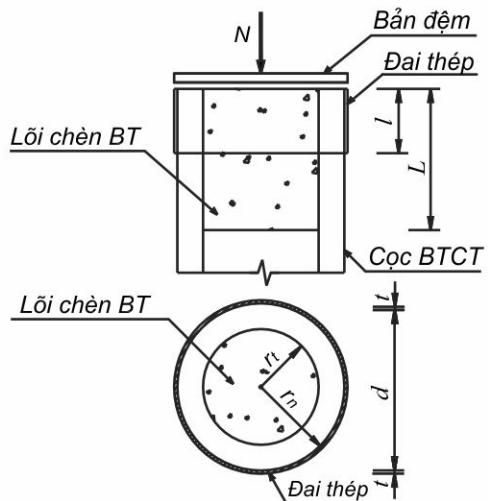


1. Đặt vấn đề

Đầu cọc là vị trí dễ bị phá hoại nhất trong cọc bê tông cốt thép do bị đóng, ép trực tiếp khi thi công hoặc khi thí nghiệm nén tĩnh dọc trực. Để tăng độ bền, đầu cọc thường được bố trí các lưỡi thép ngang hoặc cầu tạo một đai thép bản bên ngoài, Hình 1. Đai thép bản này hạn chế biến dạng ngang, làm tăng cường độ chịu nén của bê tông cọc. Khi cọc hình vành khuyên, chịu tải thí nghiệm lớn người ta còn đỗ chèn thêm bê tông bên trong, Hình 1 b.



a) Cọc tiết diện tròn



b) Cọc tiết diện vành khuyên

Hình 1. Đầu cọc bê tông cốt thép có cầu tạo đai thép bản chống nổ ngang

¹PGS. TS, Khoa Xây dựng Dân dụng & Công nghiệp. Trường Đại học Xây dựng. E-mail: le_bahue@yahoo.com.

²NCS, Khoa Xây dựng Dân dụng & Công nghiệp. Trường Đại học Xây dựng.

Trong các tài liệu thiết kế móng cọc [1, 2], đai thép bắn thường được xem là chi tiết cầu tạo để nối các đoạn cọc. Việc tính toán đai thép để hạn chế biến dạng ngang của cầu kiện chịu nén chưa được đề cập trong các tài liệu về kết cấu bê tông cốt thép [4, 6]. Bài báo trình bày cách tính lực kéo, chiều dày đai thép của đầu cọc bê tông cốt thép tiết diện tròn đặc, tiết diện vành khuyên do nở ngang của bê tông cọc khi chịu nén.



2. Xác định nội lực trong đai thép bắn

2.1 Các giả thiết và sơ đồ tính

Để tổng quát, sơ đồ tính được lập cho trường hợp cọc tiết diện vành khuyên có bán kính trong r_i , bán kính ngoài r_o ; đai thép bắn rộng l có chiều dày t ; cọc có chèn bê tông bên trong, Hình 1 b. Cọc đặc tiết diện tròn đặc là trường hợp riêng của cọc đang xét khi cho $r_i=0$. Một số giả thiết sau được sử dụng với mục đích đơn giản tính toán:

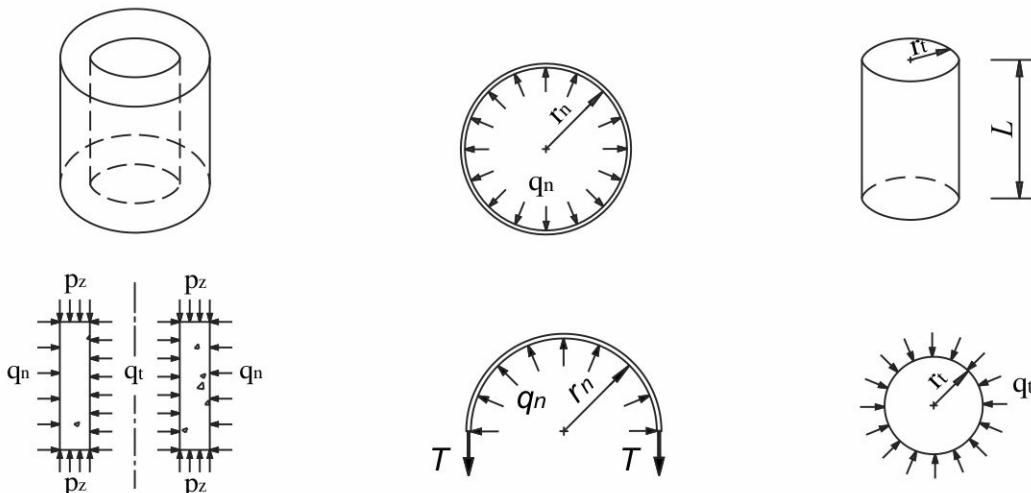
Tấm đệm đủ cứng để lực dọc N phân bố đều thành áp lực p_z trên tiết diện bê tông chịu tải đứng của cọc.

Đầu cọc đang xét không bối trí lưới thép hoặc cốt đai chống nở ngang. Lực nén do chỉ riêng bê tông không cốt thép chịu có xét đến sự tăng cường độ do hiệu ứng bó của đai thép bắn. Hệ số nở ngang của bê tông đầu cọc, $\mu_c = 0,2$.

Phần bê tông chèn trong lòng cọc không chịu tải trọng nén N mà chỉ chịu áp lực nén ngang q_n do biến dạng ngang của cọc. Giả thiết này khá phù hợp do phần bê tông đỡ chèn một đoạn ngắn, khi lực nén thăng lực ma sát thành thì bê tông chèn không tiếp nhận lực nén.

Phần bê tông cốt thép ở dưới đai thép bắt buộc đủ khả năng chịu lực nén, làm việc như cầu kiện chịu nén đúng tâm. Chọn bê tông đai thép $l \geq l_{an}$, đủ để cốt thép dọc phát huy hết cường độ chịu nén.

Dưới tác dụng của tải trọng nén N , bê tông đầu cọc bị biến dạng ngang. Do bị đai thép và bê tông chèn ngắn cần nén xuất hiện áp lực ngang giữa cọc và đai thép cũng như giữa cọc và bê tông chèn. Các nội lực này gây lực kéo vòng trong đai thép bắn và hạn chế biến dạng ngang của bê tông cọc. Sơ đồ tính đầu cọc bao gồm sơ đồ tính của ba bộ phận có tác động lẫn nhau, Hình 2: 1) Đoạn cọc tiết diện vành khuyên chịu áp lực dọc trục p_z , áp lực mặt trong q_i , áp lực mặt ngoài q_o , Hình 2 a; 2) Đai thép chịu áp lực q_n , trong đai thép xuất hiện lực kéo vòng T , Hình 2 b; 3) Phần bê tông chèn hình trụ chịu áp lực bề mặt q_t , Hình 2 c.



a) Cọc BTCT tiết diện vành khuyên

b) Đai thép bắn

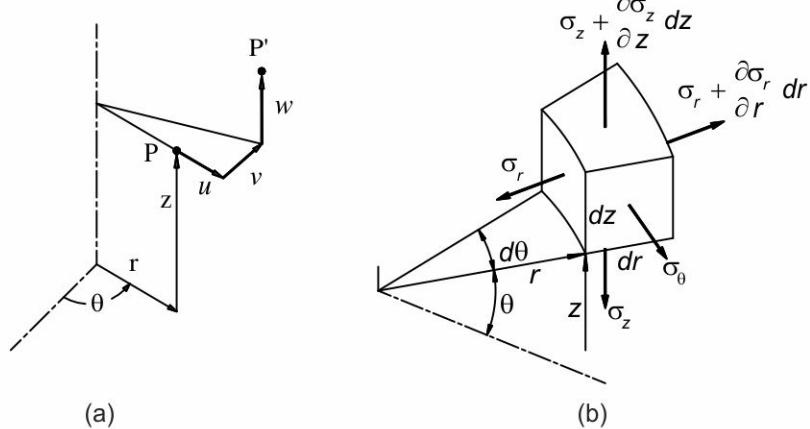
c) Phần bê tông chèn

Hình 2. Sơ đồ tính nở ngang cho đầu cọc BTCT chịu tải trọng nén

2.2 Xác định lực kéo vòng trong đai thép

Để xác định lực kéo vòng T trong đai thép cần xác định áp lực nở ngang q_n của cọc. Sử dụng hệ tọa độ trục để tính ứng suất, biến dạng trong cọc, Hình 3. Theo lý thuyết ống dày của Sức bền vật liệu [8], ứng suất pháp σ_z , ứng suất hướng tâm σ_r và ứng suất vòng (tiếp tuyến) σ_θ tại mặt trong, mặt ngoài của cọc và bề mặt của phần bê tông chèn xác định như sau:

$$\text{Ứng suất trên mặt trong: } \sigma_z = -p_z; \quad \sigma_r = -q_i; \quad \sigma_\theta = \frac{q_i(k^2 + 1) - 2q_o k^2}{k^2 - 1}; \quad \text{Trong đó: } k = \frac{r_o}{r_i}$$



Hình 3. Hệ tọa độ trục và trạng thái ứng suất của cọc

Biến dạng vòng ε_θ trên mặt trong được xác định theo quan hệ ứng suất - biến dạng:

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E_c} [\sigma_\theta - \mu_c (\sigma_z + \sigma_r)] \quad (1)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E_c} \left[\frac{q_t(k^2 + 1) - 2q_n k^2}{k^2 - 1} + \mu_c (p_z + q_t) \right] \quad (2)$$

trong đó: E_c là mô đun đàn hồi của bê tông cọc.

$$\text{Ứng suất trên bề mặt ngoài: } \sigma_z = -p_z; \sigma_r = -q_n; \sigma_\theta = \frac{2q_t - q_n(k^2 + 1)}{k^2 - 1}$$

Biến dạng vòng trên mặt ngoài của cọc:

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E_c} \left[\frac{2q_t - q_n(k^2 + 1)}{k^2 - 1} + \mu_c (p_z + q_n) \right] \quad (3)$$

Đối với lõi bê tông chèn cũng được viết tương tự cho bề mặt: $\sigma_z = 0; \sigma_r = -q_t; \sigma_\theta = -q_t$

$$\text{Biến dạng vòng trên bề mặt lõi bê tông chèn: } \varepsilon_\theta = -\frac{q_t}{E_{cl}}(1 - \mu_c) \quad (4)$$

trong đó: E_{cl} là mô đun đàn hồi của bê tông chèn.

Cũng theo Sức bền vật liệu [7], xác định được lực kéo vòng T trong đai và biến dạng dài của mép trong đai thép :

$$T = q_n r_n l \quad (5)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{E_s} \frac{T}{lt} = \frac{1}{E_s} \frac{q_n r_n}{t} \quad (6)$$

trong đó: E_s là mô đun đàn hồi của đai thép.

Sử dụng điều kiện chập biến dạng đối với biến dạng vòng trên các bề mặt:

Với mặt trong cọc, từ (2) và (4) có:

$$-\frac{q_t}{E_{cl}}(1 - \mu_c) = \frac{1}{E_c} \left[\frac{q_t(k^2 + 1) - 2q_n k^2}{k^2 - 1} + \mu_c (p_z + q_t) \right]$$

Với mặt ngoài cọc, từ (3) và (5) có:

$$\frac{1}{E_s} \frac{q_n r_n}{t} = \frac{1}{E_c} \left[\frac{2q_t - q_n(k^2 + 1)}{k^2 - 1} + \mu_c (p_z + q_n) \right]$$

Viết lại 2 phương trình trên thành hệ 2 phương trình 2 ẩn như sau:

$$\frac{2k^2}{k^2 - 1} q_n - [(1 - \mu_c) \frac{E_c}{E_{cl}} + \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - \mu_c] q_t = \mu_c p_z \quad (7)$$

$$[\frac{r_n E_c}{t E_s} + \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - \mu_c] q_n - \frac{2}{k^2 - 1} q_t = \mu_c p_z \quad (8)$$



Đề gọn đặt:

$$A_1 = \frac{2k^2}{k^2 - 1}; B_1 = -(1 - \mu_c) \frac{E_c}{E_{c1}} + \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - \mu_c; C_1 = \mu_c p_z$$

$$A_2 = \frac{r_n E_c}{t E_s} + \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - \mu_c; B_2 = -\frac{2}{k^2 - 1}; C_2 = \mu_c p_z$$

$$\text{Tác giả nhận được: } q_n = \frac{(C_1 B_2 - C_2 B_1)}{(A_1 B_2 - A_2 B_1)}$$

(9)

Trường hợp cọc tiết diện vành khuyên, bên trong không chèn bê tông nên không có phương trình tiếp xúc (6) và $q_i = 0$. Từ (8) tác giả lập được:

$$q_n = \mu_c \frac{p_z}{\frac{r_n E_c}{t E_s} + 1 - \mu_c} \quad (10)$$

Trường hợp cọc đặc, tiết diện tròn, lúc này $r_i \rightarrow 0$, số hạng $\frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} \rightarrow 1$, ta có công thức đã được lập trong [7]:

$$q_n = \mu_c \frac{p_z}{\frac{r_n E_c}{t E_s} + \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - \mu_c} \quad (11)$$



3. Tính toán chiều dày đai thép

Chiều dày đai thép được tính theo hai điều kiện: Đảm bảo điều kiện bền của đai thép: ứng suất trong nó không vượt quá cường độ; Đảm bảo điều kiện bền của bê tông không cốt thép ở đầu cọc có xét đến hiệu ứng bó.

3.1 Tính toán theo điều kiện bền của đai thép

$$\text{Ứng suất kéo trong đai thép được tính: } \sigma = \frac{T}{It} = \frac{q_n r_n}{t} \quad (12)$$

$$\text{Điều kiện bền của đai thép được tính theo điều kiện: } \sigma \leq f \quad (13)$$

trong đó: f là cường độ chịu kéo tính toán của thép đai.

Trường hợp tổng quát, từ (9), (12) và (13) sẽ xác định được chiều dày t :

$$t \geq \frac{\frac{(C_1 B_2 - C_2 B_1)}{f} + \frac{r_n E_c}{E_s} B_1}{A_1 B_2 - (\frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - \mu_c) B_1} \quad (14)$$

Trường hợp cọc rỗng, không chèn bên trong, từ (10), (12), và (13):

$$t \geq r_n \frac{\frac{\mu_c p_z - E_c}{f}}{\left(\frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - \mu_c\right)} \quad (15)$$

Trường hợp cọc tròn đặc:

$$t \geq r_n \frac{\frac{\mu_c p_z - E_c}{f}}{\left(1 - \mu_c\right)} \quad (16)$$

Theo (15) và (16), chỉ cần tính khi biểu thức $\frac{\mu_c p_z - E_c}{f} > 0$ tức $p_z > \frac{Ef_c}{E_s \mu_c}$

Khi tính toán đai thép ở trạng thái bê tông đạt cường độ nên mô đun đàn hồi E_c ở trên được thay bằng $v \cdot E_c$ (v là hệ số đàn hồi). Theo Tiêu chuẩn thiết kế [3] bê tông nặng có $v = 0,45$. Đai thép chỉ chảy dẻo chỉ khi áp lực nén p_z có giá trị lớn hơn cường độ trung bình của bê tông. Trường hợp này có thể xảy ra khi tải trọng thi công lớn, cường độ bê tông bên trong đai tăng lên do bị kiềm chế biến dạng [5].

Ví dụ 1: Tính ứng suất kéo trong đai thép của cọc BTCT đường kính D800, áp lực nén khi nén tĩnh cọc là $p_z = 30 MPa$; Cọc bê tông B30 có $E_c = 32.500 MPa$, $v = 0,45$; Đai thép CT3 dày 6mm có $E_s = 200.000 MPa$.

Từ công thức (11) có áp lực ngang: $q_n = 1,057 MPa$; Từ công thức (12) có ứng suất kéo trong đai thép: $\sigma = 70,485 MPa$; Một số kết quả tính toán độ dày đai thép CT3 trình bày ở Bảng 1.



Bảng 1. Chiều dày đai thép tính theo điều kiện bền

Đường kính (mm)	Cấp bền bê tông				
	< B40	B45	B50	B55	B60
600	-	0,2	2,0	4,5	7,1
800	-	0,2	2,5	6,0	9,4
1000	-	0,3	3,2	7,5	11,8
1200	-	0,3	3,8	9,0	14,1

Ghi chú : + (-) Đai thép không đạt cường độ giới hạn;

+ Kết quả được tính cho áp lực nén bằng 1,8 lần cường độ trung bình bê tông

3.2 Tính toán theo điều kiện bền của bê tông đầu cọc

Do bị hạn chế biến dạng ngang khi chịu nén nên bê tông nằm trong đai thép có độ bền cao hơn so với bê tông không bị hạn chế biến dạng ngang. Cường độ chịu nén của bê tông bị hạn chế biến dạng ngang $f_{ck,c}$ phụ thuộc vào áp lực ngang q_n tức phụ thuộc vào độ dày t của đai thép bắn. Bài toán đặt ra là, xác định chiều dày t để bê tông có có cường độ chịu nén $f_{ck,c}$ lớn hơn tải trọng p_z . Bài báo vận dụng quan hệ ứng suất - biến dạng khi bê tông bị hạn chế biến dạng ngang của Tiêu chuẩn Châu Âu [5] để tính toán chiều dày đai thép.

Theo tiêu chuẩn Châu Âu [5], trường hợp áp lực ngang $q_n > 0,05 f_{ck}$ với f_{ck} là cường độ đặc trưng thì có quan hệ sau:

$$f_{ck,c} = f_{ck} \left(1,125 + 2,5 \frac{q_n}{f_{ck}} \right) \text{ hay } q_n = \frac{f_{ck}}{2,5} \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} - 1,125 \right) \quad (17)$$

Từ (12) và (18), công thức tính độ dày đai thép để bê tông có cường độ $f_{ck,c}$ lớn hơn ứng suất nén p_z là:

$$t \geq r_n \frac{E_c}{E_s} \frac{1}{\mu_c p_z - 1 + \mu_c} \quad \text{với} \quad q_n^{\min} = \frac{f_{ck}}{2,5} \left(\frac{p_z}{f_{ck}} - 1,125 \right) \quad (18)$$

Trường hợp áp lực $q_n \leq 0,05 f_{ck}$ vẫn tính độ dày theo (18) nhưng q_n^{\min} tính theo biểu thức sau:

$$q_n^{\min} = \frac{f_{ck}}{5} \left(\frac{p_z}{f_{ck}} - 1,0 \right)$$

Ví dụ 2: Tính chiều dày đai thép của cọc BTCT đường kính D1000. Bê tông B30 có cường độ tính toán $R_b = 17 \text{ MPa}$; Thép dọc nhóm CII, 12 thanh đường kính 25 có $R_s = 280 \text{ MPa}$.

Diện tích bê tông: $A_b = 0,785 \text{ m}^2$; Diện tích cốt thép: $A_s = 0,0059 \text{ m}^2$; Khả năng chịu nén của tiết diện cọc dưới đai thép: $N = R_b A_b + R_s A_s = 14,997 \text{ MN}$; Áp lực nén cần tính toán: $p_z = N/A_b = 19,10 \text{ MPa}$;

Tính áp lực ngang q_{\min} theo điều kiện $q_{\min} < 0,05 R_b$: $q_{\min} = 0,338 < 0,955 = 0,05 \cdot 19,10 = 0,955$ (Dùng được biểu thức (18) đối với cường độ tính toán R_b);

Chiều dày đai thép theo điều kiện bền của bê tông, từ (18) có: $t = 0,0031 \text{ m} = 3,1 \text{ mm}$;

Cường độ kéo của đai thép, theo (12): $\sigma = \frac{0,338 \cdot 0,5}{0,0031} = 54,52 \text{ MPa} < 225 \text{ MPa}$, đạt yêu cầu;

Kết quả tính toán chiều dày đai thép cho một số tiết diện cọc đặc với một số cấp tải $p_z = 1,05 f_{ck}$ đến $p_z = 1,2 f_{ck}$ được trình bày ở Bảng 2.

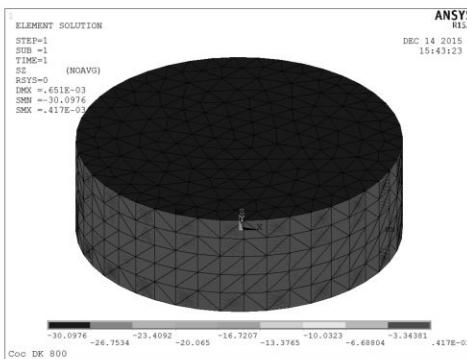
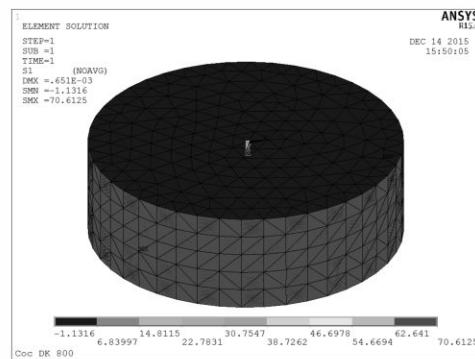
Bảng 2. Chiều dày đai thép (mm) tính theo cường độ bê tông

Pz (MPa)	Đường kính (mm)	Cấp bền bê tông			
		B25	B30	B35	B40
1,05f _{ck}	600	1,0	1,1	1,1	1,2
	800	1,4	1,5	1,6	1,6
	1000	1,7	1,8	1,9	2,0
	1200	2,0	2,2	2,3	2,4
	1500	2,5	2,7	2,9	3,0
1,10f _{ck}	600	2,0	2,1	2,3	2,4
	800	2,7	2,9	3,1	3,2
	1000	3,3	3,6	3,8	4,0
	1200	4,0	4,3	4,6	4,8
	1500	5,0	5,4	5,7	6,0
1,15f _{ck}	600	3,0	3,2	3,4	3,6
	800	4,0	4,3	4,5	4,7
	1000	5,0	5,3	5,7	5,9
	1200	5,9	6,4	6,8	7,1
	1500	7,4	8,0	8,5	8,9
1,20f _{ck}	600	3,9	4,2	4,5	4,7
	800	5,2	5,6	6,0	6,3
	1000	6,5	7,0	7,5	7,8
	1200	7,8	8,5	9,0	9,4
	1500	9,8	10,6	11,2	11,7



4. Khảo sát ứng suất đầu cọc bằng phương pháp phần tử hữu hạn

Để có hình ảnh rõ ràng về sự làm việc của đai thép và bê tông đầu cọc. Bài báo trình bày một kết quả khảo sát cụ thể trạng thái ứng suất, biến dạng bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Chương trình ANSYS được sử dụng để phân tích. Đoạn đầu cọc bịt đai thép dài 300mm có đường kính D800 dùng bê tông B30 có các thông số $E_c = 32.500 MPa$, $\nu = 0,45$. Đai thép CT3 dày 6mm có $E_s = 200.000 MPa$. Lực nén $P_z = 30 MPa$. Bê tông cọc được mô hình hóa bằng phần tử khối 8 nút Solid65 trong thư viện của phần mềm ANSYS. Tương tự, dùng phần tử Shell41 cho thép đai bắn. Phần tử Shell41 là phần tử 3 chiều, có thể thiết lập đặc tính chỉ chịu kéo để phù hợp với sự làm việc của đai thép khi xem đai thép không tác dụng theo phương tải trọng nén mà chỉ chịu kéo do nén ngang [9, 10]. Kết quả tính toán ứng suất bê tông và ứng suất đai thép thể hiện dưới dạng trường ứng suất, Hình 3.

a) *Ứng suất nén trong bê tông*b) *Ứng suất kéo trong đai thép***Hình 3.** *Ứng suất trong đầu cọc BTCT chịu nén*

Theo kết quả tính toán, ứng suất kéo lớn nhất của đai thép là 70,61MPa xảy ra kết quả tính toán theo công thức (11) và (12) ở Ví dụ 1. Tính toán với các số liệu của Ví dụ 1 cho cọc đường kính D1000, đai thép dày 8mm, kết quả tính toán ứng suất theo hai phương pháp và sai số được trình bày ở Bảng 3.

**Bảng 3. Bảng so sánh kết quả giải tích và ANSYS**

Đường kính cọc (mm)	Ứng suất kéo trong đai (MPa)		
	Phương pháp Giải tích	ANSYS	Sai số (%)
800	70,49	70,61	0,02
1000	69,83	69,77	0,08

Với kết quả trên có thể thấy việc dùng các công thức trong mục 3 để tính toán là chấp nhận được.



5. Kết luận và kiến nghị

Bài báo đã vận dụng phương pháp giải tích của bài toán sức bền để xây dựng công thức tính lực kéo đai thép. Kết quả tính lực kéo theo công thức trên phù hợp với kết quả tính toán bằng chương trình ANSYS.

Bài toán xác định bề dày đai thép theo điều kiện bền của đai, điều kiện bền của bê tông đầu cọc. Theo kết quả, thấy rằng, tính theo điều kiện bền của bê tông đầu cọc là nguy hiểm hơn.

Kiến nghị: Với cọc ống ly tâm ứng lực trước, không chèn lòng, còn nguyên mặt bích thì không cần gia cường thêm bản thép đai vì cọc được thiết kế và chế tạo có độ bền tĩnh đồng nhất trên toàn bộ chiều dài, kể cả đầu cọc, thậm chí cốt đai ở đầu cọc bố trí dày hơn (50mm).

Với cọc ống ly tâm ứng lực trước, bị cắt do ép dương, khi thí nghiệm phải cấu tạo lại đầu cọc để đặt kích. Do toàn bộ lực nén truyền lên thành ống cọc nên hiệu ứng bó trong trường hợp này không cao. Các tác giả kiến nghị chỉ nên dùng phương pháp đồ to ra đầu cọc, tròn hoặc vuông có đường kính hay cạnh $D \geq 2(r_n + 100\text{mm})$, $I \geq D + 100\text{mm}$, dùng đai vòng $\Phi 6$, $\Phi 8$, $\Phi 10$, xoắn ốc hoặc hàn kín, khoảng cách 50mm trên đoạn I.

Với cọc vuông đặc, có thể sử dụng cách tính toán và cấu tạo như cọc nhồi hoặc cọc ống ở trên tùy thuộc vào lực nén và kích thước tiết diện cọc. Với cọc khoan nhồi, thí nghiệm với lực lớn (có thể bằng hoặc lớn hơn sức chịu tải về vật liệu) thì có thể tham khảo các kết quả trên hoặc áp dụng các công thức tính để chọn cho hợp lý.

Tài liệu tham khảo

1. TCVN 10304:2014 (2014), *Móng cọc - Tiêu chuẩn thiết kế*.
2. TCVN 7888 -2008 (2008), *Cọc bê tông ly tâm ứng lực lực trước*.
3. TCVN 5574:2012 (2012), *Tiêu chuẩn thiết kế bê tông cốt thép*.
4. Phan Quang Minh, Ngô Thé Phong, Nguyễn Đình Công (2011), *Kết cấu bê tông cốt thép-Phần cấu kiện cơ bản*, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật.
5. Nguyễn Trung Hòa (dịch và chú giải) (2006), *Tiêu chuẩn Châu Âu, Eurode En 1992-1-1, Thiết kế kết cấu bê tông cốt thép*, Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội.
6. Phan Quang Minh, Ngô Thé Phong (2006), *Kết cấu bê tông cốt thép-Thiết kế theo tiêu chuẩn Châu Âu*.
7. S. Timoshenko (1940), *Strength of Materials, Part I-Elementary Theory and Problems*, D. Van Nostrand Company, Inc.
8. Stephen H. Crandall et all (1978), *An Introduction to the Mechanics of Solids*, McGraw-Hill, Inc.
9. ANSYS, Inc (2013), *ANSYS Mechanical APDL Basic Analysis Guide - Release 15.0*.
10. Vũ Quốc Anh, Phạm Thành Hoan (2006), *Tính kết cấu bằng phần mềm ANSYS version 10.0*, Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội.