

NGHIÊN CỨU ẢNH HƯỞNG CỦA HỆ SỐ KHUẾCH ĐẠI ĐẾN ỨNG XỬ CHỊU XOẮN THUẦN TÚY CỦA DẦM HỘP BÊ TÔNG CỐT THÉP

Nguyễn Vĩnh Sáng^{a,*}, Nguyễn Anh Dũng^a, Nguyễn Ngọc Thắng^a

^aKhoa Công trình, Trường Đại học Thủy Lợi, số 175 Tây Sơn, quận Đống Đa, Hà Nội, Việt Nam

Nhận ngày 18/10/2024, Sửa xong 21/01/2025, Chấp nhận đăng 17/02/2025

Tóm tắt

Mô hình màng hóa mềm chịu xoắn (SMMT) được phát triển dựa trên mô hình màng hóa mềm (SMM) cho cấu kiện chịu cắt. Mô hình SMMT được hiệu chỉnh khi xem xét ứng xử kéo của bê tông và hệ số ảnh hưởng của hiện tượng Poisson thông qua hệ số khuếch đại Hsu/Zhu. Ban đầu, mô hình SMMT được áp dụng để dự báo ứng xử chịu xoắn cho dầm đặc BTCT, tiếp đến các hiệu chỉnh để sử dụng dự báo cho dầm hộp BTCT chịu xoắn thông qua các hệ số khuếch đại của bê tông gồm: ứng suất kéo, ứng suất nén và mô đun đàn hồi. Ngoài ra, ảnh hưởng của chiều dày thực của thành dầm hộp cũng được xem xét. Các hiệu chỉnh này, mô hình SMMT đã dự báo toàn bộ đường cong mô men xoắn - góc xoắn của dầm hộp BTCT chịu xoắn thuần túy. Tuy nhiên, các hệ số khuếch đại liên quan đến vật liệu bê tông được đề xuất bởi các nghiên cứu khác nhau, điều này ảnh hưởng đến ứng xử trước và sau nứt của dầm. Mô hình SMMT hiệu chỉnh mô hình hai đoạn thẳng chảy dẻo lý tưởng của cốt thép theo TCVN 5574:2018 và ảnh hưởng của hệ số khuếch đại Hsu/Zhu tại điểm phân giới 0,002 được sử dụng. Mô hình SMMT sửa đổi này cho dự báo tốt về ứng xử chịu xoắn ở giai đoạn đàn hồi và khá tốt về mô men xoắn nứt và mô men xoắn cực hạn so với các nghiên cứu thực nghiệm trước đây. Cuối cùng, ảnh hưởng của các hệ số khuếch đại bê tông cho dầm hộp BTCT được xem xét và đánh giá.

Từ khóa: ứng xử chịu xoắn; mô men xoắn; dầm hộp bê tông cốt thép; hệ số khuếch đại; mô hình màng hóa mềm cho xoắn.

STUDYING THE IMPACT OF AMPLIFYING COEFFICIENT ON THE PURE TORSIONAL BEHAVIOR OF REINFORCED CONCRETE BOX GIRDERS

Abstract

The Softened Membrane Model for Torsion (SMMT) was developed based on the Softened Membrane Model (SMM) for shear members. The SMMT model was modified by considering the tensile behavior of concrete and the influence of Poisson phenomenon through the Hsu/Zhu amplification factor. The SMMT model was first utilized to forecast the torsional behavior of solid reinforced concrete beams and subsequently adapted to predict the torsional behavior of reinforced concrete box girders by incorporating amplification factors for concrete, including tensile stress, compressive stress, and elastic modulus. In addition, the influence of the actual thickness of the box girder wall was also considered. With these modifications, the SMMT model predicted the entire torque-twist curve of the reinforced concrete box girder subjected to pure torsion. However, the amplification factors related to concrete materials were proposed by different research, which affected the pre- and post-cracking behavior of the beam. The SMMT model calibrates the simple bilinear model with full plastic reinforcement according to TCVN 5574:2018 and the influence of the Hsu/Zhu amplification factor at the demarcation point of 0.002 is used. This modified SMMT model gives good prediction of torsional behavior in elastic stage and quite good prediction of cracking moment and ultimate torsional moment compared with previous experimental studies. Finally, the influence of amplification factors was considered and evaluated.

Keywords: torsional behavior; torque; reinforcement concrete hollow beam; amplification factor; softening membrane model for torsion.

[https://doi.org/10.31814/stce.huce2025-19\(1V\)-08](https://doi.org/10.31814/stce.huce2025-19(1V)-08) © 2025 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: sangnv@tlu.edu.vn (Sáng, N. V.)

1. Giới thiệu

Cấu kiện kết BTCT như dầm công sơn, dầm cong hay dầm rỗng trong các công trình cầu phải chịu ảnh hưởng đáng kể bởi mô men xoắn đến cường độ và chuyển vị. Tiết diện dạng hộp BTCT ngày càng được sử dụng phổ biến trong kết cấu công trình bao gồm cầu và các toà nhà. Bởi kết cấu tiết diện hộp có những ưu điểm hơn so với dạng tiết diện truyền thống như kết cấu có trọng lượng nhẹ, vượt được nhịp lớn, thẩm mỹ cao, tốn ít chi phí hơn [1].

Mô hình giàn hóa mềm (STM) là một trong những mô hình đầu tiên dự báo ứng xử cấu kiện BTCT chịu xoắn [2]. Mô hình này liên tục được phát triển và sửa đổi ứng xử vật liệu bê tông và cốt thép [3–5]. Hạn chế của mô hình STM là không xét đến ứng suất kéo của bê tông nên chỉ dự đoán được ứng xử sau nứt. Tiếp đến, mô hình SMM được phát triển cho phần tử màng chịu cắt bởi Hsu và Zhu [6]. Mô hình SMM xem xét đến ảnh hưởng của biến dạng hai trục và đơn trục thông qua hệ số ảnh hưởng Hsu/Zhu. Tương tự như STM, mô hình SMM cũng chỉ dự đoán được ứng xử sau nứt. Hsu và Jeng [7] cải tiến mô hình SMM khi xem xét ứng suất kéo của bê tông và sự suy giảm biến dạng ngoài mặt phẳng do xoắn khi giảm hệ số Hsu/Zhu 20% so với chịu cắt, được áp dụng cho cấu kiện chịu xoắn gọi là SMMT.

Mô hình SMMT ban đầu sử dụng để đánh giá ứng xử chịu xoắn cho dầm đặc BTCT và sau đó được cải tiến để sử dụng dự đoán cho kết cấu dầm rỗng [8–10]. Các hiệu chỉnh để áp dụng cho dầm hộp liên quan đến hệ số khuếch đại ứng suất nén và kéo của bê tông (η), biến dạng kéo (μ) và mô đun đàn hồi của bê tông (λ). Bên cạnh đó, điều kiện về hạn chế chiều dày cho dầm đặc của mô hình SMMT (t_d) mở rộng cho dầm hộp nhỏ hơn chiều dày thành dầm hộp thực (t_H) cũng được xem xét. Các điều chỉnh này đã cho dự đoán tốt ứng xử trước nứt. Trong đó, Ch Jeng [10] sử dụng hệ số khuếch đại (η , μ và λ) xem xét đến ảnh hưởng chiều dày thành dầm phụ thuộc vào cường độ bê tông (thành dầm mỏng và dày). Trong khi Ch Jeng [9] đề xuất một hệ thức đơn giản áp dụng cho tất cả các loại dầm rỗng. Điều này dẫn tới ứng xử sau nứt theo hai đề xuất này khác nhau khi hệ số khuếch đại này không đồng nhất. Trong nghiên cứu này, ảnh hưởng của hệ số khuếch đại cho hai trường hợp này đến ứng xử trước và sau nứt, mô men ở các điểm nứt và cực hạn được xem xét. Ngoài ra, mô hình hai đoạn thẳng chảy dẻo lý tưởng cho vật liệu cốt thép đơn giản được sử dụng theo TCVN 5574:2018 [11]. Hơn nữa, hệ số khuếch đại Hsu/Zhu [12] tính đến hiệu ứng Poisson trong mô hình SMMT lấy điểm phân giới là 0,002 để dự đoán ứng xử sau nứt của dầm chịu xoắn [13]. Mô hình SMMT cũng được cải tiến để áp dụng cho bê tông ứng suất trước [14]. Ngoài ra, SMMT cũng được sử dụng để dự đoán ứng xử dầm được gia cường bằng kết cấu bọc ngoài chịu xoắn [15]. Một số nghiên cứu bằng thực nghiệm và tính toán lý thuyết cho dầm BTCT chịu xoắn để đánh giá ứng xử và khả năng chịu xoắn của dầm BTCT trong điều kiện và vật liệu Việt Nam [16, 17]. Trong các tiêu chuẩn hiện hành, TCVN 5574:2018 [11] dự báo sức kháng xoắn dựa trên lý thuyết uốn vênh được phát bởi Lesig [18], bằng tổng khả năng chịu xoắn của cốt đai và cốt dọc nhưng không vượt quá khả năng chịu nén của bê tông. Trong khi đó, tiêu chuẩn EC2 [19], ACI 318-19 [20] xác định khả năng chịu xoắn cho dầm BTCT trước và sau nứt có cùng giả thiết như sau: giai đoạn trước nứt, dầm BTCT làm việc như một ống thành mỏng chịu xoắn; sau nứt bê tông, khả năng chịu xoắn của dầm được mô phỏng bằng một hệ giàn ảo không gian cấu tạo bởi thanh chống bê tông theo phương nghiêng, cốt dọc và cốt thép đai là thanh chịu kéo theo phương ngang và đứng tương ứng.

Trong nghiên cứu này, mô hình SMMT được sử dụng để dự đoán ứng xử dầm hộp BTCT chịu xoắn thuần túy. Trong mô hình SMMT này, ứng xử cốt thép theo mô hình hai đoạn thẳng chảy dẻo lý tưởng theo TCVN 5574:2018 được sử dụng để đơn giản quá trình tính toán. Hệ số Hsu/Zhu lấy điểm phân giới chảy dẻo là 0,002. Ảnh hưởng của hệ số khuếch đại bê tông chịu kéo và nén, biến dạng kéo và mô đun đàn hồi của bê tông cũng như chiều dày thực của dầm hộp và tính toán theo mô hình ảnh

hường đến ứng xử chịu xoắn dầm hộp BTCT được xem xét. Dựa trên 33 mẫu thử nghiệm của các nghiên cứu trước đây được sử dụng tính toán theo SMMT và so sánh độ bền xoắn với các tiêu chuẩn TCVN 5574:2018 [11], EC2 [19], ACI 318-19 [20].

2. Mô hình phân tích

Mô hình SMMT được phát triển dựa trên mô hình SMM cho cấu kiện chịu cắt trong ống thành mỏng, được minh họa trên Hình 1. SMMT mô hình hóa dầm BTCT chịu xoắn bằng một ống thành mỏng và giàn ảo không gian. Theo cách tiếp cận này, các phương trình cân bằng và tương thích được giải cùng với các quan hệ ứng suất - biến dạng của vật liệu cấu thành cấu kiện khi chịu xoắn thuần túy. Một thuật toán thử và sai đã được phát triển để tính toán từng điểm của đường cong mô men xoắn - góc xoắn [7].

2.1. Phương trình cân bằng

Mô men xoắn T tác dụng vào tiết diện hình chữ nhật của dầm hộp BTCT được thể hiện trên Hình 1 tạo ra dòng cắt có chiều dày t_d và bằng ($\tau_{lt} = q/t_d$). Xét phân tố A của dầm chữ nhật BTCT chịu xoắn thuần túy trong dòng cắt, trạng thái ứng suất có thể biểu diễn bằng vòng tròn Mohr bằng cách xác định tọa độ trục $l - t$ là phương ngang của cốt thép dọc và phương đứng thép đai, tọa độ 2 - 1 là phương của ứng suất chính. Các phương trình cân bằng trong mặt phẳng cho phần tử A được đưa ra bởi các phương trình (1)–(3).

$$\sigma_l = \sigma_2^c \cos^2 \alpha_2 + \sigma_1^c \sin^2 \alpha_2 + 2\tau_{21}^c \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \rho_{sl} f_{sl} \quad (1)$$

$$\sigma_t = \sigma_2^c \sin^2 \alpha_2 + \sigma_1^c \cos^2 \alpha_2 - 2\tau_{21}^c \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \rho_{st} f_{st} \quad (2)$$

$$\tau_{lt} = (\sigma_2^c + \sigma_1^c) \sin^2 \alpha_2 - 2\tau_{21}^c \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \rho_{st} f_{st} \quad (3)$$

trong đó σ_l và σ_t lần lượt là ứng suất pháp tuyến tác dụng theo phương dọc l và phương ngang t của phần tử BTCT, σ_1^c và σ_2^c lần lượt là ứng suất pháp tuyến trung bình của bê tông theo phương 1 và phương 2, τ_{lt} là ứng suất cắt tác dụng theo phương tọa độ $l - t$ của các cốt thép, τ_{21}^c là ứng suất cắt trên vết nứt tròn của bê tông theo tọa độ 2 - 1, α_2 là góc của ứng suất nén chính tác dụng giữa trục 2 và trục l . ρ_{sl} và ρ_{st} lượt là hàm lượng thép dọc và thép ngang, f_{sl} và f_{st} lần lượt là ứng suất kéo của thép dọc và thép ngang. Vì ứng suất pháp tuyến trong phần tử chịu lực xoắn thuần túy bằng 0, nên theo cơ học vật liệu với phần tử vô cùng nhỏ được thể hiện trong Hình 1, ở trạng thái ứng suất cắt thuần túy ($\sigma_l = \sigma_t = 0$) và $\alpha_2 = 45^\circ$. Hàm lượng cốt thép dọc và thép đai trong phương trình (1)–(3) được xác định bởi:

$$\rho_{sl} = \frac{A_{sl}}{p_0 t_d} \quad \text{và} \quad \rho_{st} = \frac{A_{st}}{s t_d} \quad (4)$$

Áp dụng phương trình cân bằng trên toàn bộ dòng cắt của lý thuyết Brest' khi chịu xoắn, ta xác định được mô men xoắn T thông qua phương trình dưới đây:

$$T = 2A_0 q = 2A_0 t_d \tau_{lt} \quad (5)$$

trong đó A_{sl} là tổng diện tích thép dọc, A_{st} là diện tích một nhánh đai, s là khoảng cách thép đai. A_0 và p_0 diện tích và chu vi của dòng cắt tương ứng được xác định bởi ($A_0 = A_c - 0.5p_c t_d + t_d^2$) và ($p_0 = p_c - 4t_d$). $A_c = b \times h$ và $p_c = 2(b + h)$ tương ứng là diện tích và chu vi hình chữ nhật có bề rộng (b) và chiều cao (h).

2.2. Phương trình tương thích

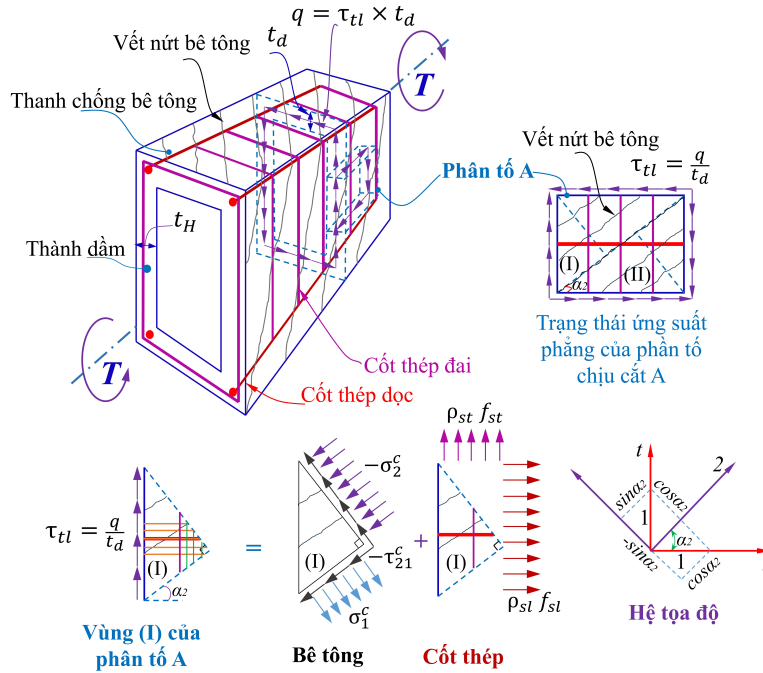
Khả năng tương thích trong mặt phẳng của phần tử A trong Hình 1 phải đảm bảo ba phương trình (6)–(8) tương thích được biểu diễn bằng vòng tròn Mohr [6].

$$\varepsilon_l = \varepsilon_2 \cos^2 \alpha_2 + \varepsilon_1 \sin^2 \alpha_2 + \gamma_{12} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (6)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_2 \sin^2 \alpha_2 + \varepsilon_1 \cos^2 \alpha_2 - \gamma_{12} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (7)$$

$$\gamma_{lt} = 2(-\varepsilon_2 + \varepsilon_1) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \gamma_{21} (\cos \alpha_2 - \sin \alpha_2) \quad (8)$$

trong đó ε_l và ε_t tương ứng là biến dạng trung bình của thép dọc và cốt đai theo phương ngang dọc và đứng, γ_{lt} là biến dạng cắt trung bình theo hệ trục $l-t$, ε_1 và ε_2 là biến dạng hai trục trung bình theo phương 1 và 2 tương ứng, γ_{12} là biến dạng cắt trung bình trong hệ tọa độ 2-1.



Hình 1. Dầm hộp chịu xoắn thuần túy và trạng thái ứng suất phẳng

Vì các quy luật cấu tạo của vật liệu được tính toán từ các biến dạng đơn trục nên cần phải xác định các ảnh hưởng biến dạng đơn trục đến biến dạng hai trục. Zhu và Hsu [12] đưa ra mối quan hệ giữa các biến dạng hai trục và đơn trục trong ứng xử chịu cắt bởi phương trình (9)–(11).

$$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \varepsilon_1 + \frac{\nu_{12}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \varepsilon_2 \quad (9)$$

$$\bar{\varepsilon}_2 = \frac{\nu_{12}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \varepsilon_1 + \frac{1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \varepsilon_2 \quad (10)$$

$$\bar{\gamma}_{21} = \gamma_{21} \quad (11)$$

Đối với mối quan hệ giữa biến dạng hai trục và đơn trục, Hsu và Zhu [12] đã đề xuất hai hệ số cho cắt $(\nu_{12})_{shear}$ và $(\nu_{21})_{shear}$. Sau đó, Jeng và Hsu [7] đã đề xuất hệ số Hsu/Zhu thứ nhất cho xoắn $(\nu_{12})_{torsion}$ bằng 80% do $(\nu_{12})_{shear}$ do sự suy giảm biến dạng bởi sự uốn cong ngoài mặt phẳng do

xoắn. Hệ số Hsu/Zhu thứ hai cho xoắn $(\nu_{21})_{shear}$ bằng không. Hệ số $(\nu_{12})_{torsion}$ được xác định như sau:

$$(\nu_{12})_{torsion} = 0,16 + 680\varepsilon_{sf} \quad \text{khi } \varepsilon_{sf} \leq \varepsilon_y \quad (12)$$

$$(\nu_{12})_{torsion} = 1,52 \quad \text{khi } \varepsilon_{sf} > \varepsilon_y \quad (13)$$

Từ đó sự suy giảm biến dạng theo phương (1)–(3) và (6)–(8) của phương trình (9) và (10) cho xoắn được xác định như phương trình (14)–(15).

$$\bar{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 + (\nu_{12})_{torsion}\varepsilon_2 \quad (14)$$

$$\bar{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 \quad (15)$$

trong đó ε_{sf} là biến dạng trung bình của các thanh thép chảy dẻo đầu tiên; ε_{sy} là biến dạng chảy của cốt thép.

Các biến dạng một trục trung bình theo hướng trục $l\bar{\varepsilon}_l$ và hướng trục $t\bar{\varepsilon}_t$ của các thanh thép được tính theo quy trình tương tự như phương trình (6) và (7), biến dạng một trục được thay thế bằng biến dạng hai trục bởi phương trình sau:

$$\bar{\varepsilon}_l = \bar{\varepsilon}_2 \cos^2 \alpha_2 + \bar{\varepsilon}_1 \sin^2 \alpha_2 + \gamma_{12} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (16)$$

$$\bar{\varepsilon}_t = \bar{\varepsilon}_2 \sin^2 \alpha_2 + \bar{\varepsilon}_1 \cos^2 \alpha_2 - \gamma_{12} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (17)$$

Ngoài ra, hai phương trình tương thích khác liên quan đến góc xoắn trên một đơn vị chiều dài θ và độ cong do uốn ψ của bê tông với biến dạng cắt trong chiều dày ống thành mỏng [7], thể hiện bởi phương trình:

$$\theta = \frac{p_0}{2A_0} \gamma_{lt} \quad (18)$$

$$\psi = \theta \sin 2\alpha_2 = \frac{p_0}{2A_0} \gamma_{lt} \sin 2\alpha_2 \quad (19)$$

Vì sự phân bố biến dạng được giả định là tuyến tính nên độ dày t_d được tính như [7] theo phương trình (20) và (21). Thay thế ψ từ phần đầu tiên của phương trình (19) và các phương trình tính toán p_0 và A_0 dẫn đến việc tính toán t_d theo biểu thức (21).

$$t_d = \frac{\bar{\varepsilon}_{2s}}{\psi} \quad (20)$$

$$t_d = \frac{1}{2(Q+4)} \left[p_c \left(1 + \frac{Q}{2} \right) - \sqrt{\left(1 + \frac{Q}{2} \right)^2 (p_c)^2 - 4Q(Q+4)A_c} \right] \quad (21)$$

$$Q = \frac{2\bar{\varepsilon}_{2s}}{\gamma_{lt} \sin 2\alpha} = \frac{4\bar{\varepsilon}_2}{\gamma_{lt} \sin 2\alpha} \quad (22)$$

2.3. Quan hệ ứng suất-biến dạng của vật liệu

Khác với mô hình do Hsu và Jeng [7] đề xuất, ứng suất kéo trong vết nứt tròn của bê tông được xem xét trong mô hình SMMT, mối quan hệ ứng suất - biến dạng của cốt thép dọc và thép đai thông thường được xem xét đến ứng suất kéo nứt của bê tông do cốt thép được nhúng trong bê tông. Trong nghiên cứu này, mô hình hai đoạn thẳng chảy dẻo lý tưởng cho quan hệ ứng suất - biến dạng của cốt

thép được sử dụng theo tiêu chuẩn EC2 [19] và TCVN 5574:2018 [11], biểu diễn trên Hình 2(a) và qua các phương trình:

$$f_s = E_s \bar{\varepsilon}_s \quad \text{khi } \bar{\varepsilon}_s < \varepsilon_y \quad (23)$$

$$f_s = f_y \quad \text{khi } \bar{\varepsilon}_s \geq \varepsilon_y \quad (24)$$

Như trong SMM, mối quan hệ biến dạng - ứng suất nén của bê tông mềm hóa đề xuất bởi Wang [21] được sử dụng và được minh họa trong Hình 2(b). Hệ số mềm hóa trong Hình 2(b) đại diện cho sự suy giảm cường độ chịu nén của bê tông được biểu thị dưới dạng hàm của ba tham số: biến dạng kéo $\bar{\varepsilon}_{2s}$ theo phương chính, cường độ bê tông f'_c và góc nghiêng β . Ứng suất nén trong bê tông trong mô hình SMMT được xác định thông qua hệ số trung bình k_{1c} của thanh chống bê tông biểu diễn trên Hình 2(b) và xác định bởi phương trình (27) và (28). Từ đó, hệ số ứng suất trung bình σ_2^c thu được bằng cách tích hợp các phương trình biến dạng ứng suất theo phương trình (25)–(29).

$$\sigma_2^c = -\eta k_{1c} \zeta f'_c \quad (25)$$

$$k_{1c} = \left[\frac{\bar{\varepsilon}_{2s}}{\varepsilon_p} - \frac{1}{3} \left(\frac{\bar{\varepsilon}_{2s}}{\varepsilon_p} \right)^2 \right] \quad \text{khi } \frac{\bar{\varepsilon}_{2s}}{\varepsilon_p} \leq 1 \quad (26)$$

$$k_{1c} = 1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_p}{\bar{\varepsilon}_{2s}} - \frac{(\bar{\varepsilon}_{2s} - \varepsilon_p)^3}{3\bar{\varepsilon}_{2s}(4\varepsilon_0 - \varepsilon_p)^2} \quad \text{khi } \frac{\bar{\varepsilon}_{2s}}{\varepsilon_p} > 1 \quad (27)$$

$$\zeta = \frac{5,8}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\sqrt{1 + 400\bar{\varepsilon}_1}} \left(1 - \frac{|\beta|}{24^\circ} \right) \leq 0,9 \quad \text{và} \quad \frac{5,8}{\sqrt{f'_c}} \leq 0,9 \quad (28)$$

$$\beta (\text{deg}) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\gamma_{21}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \right) \frac{180}{\pi} \quad (29)$$

Đối với bê tông chịu kéo, ứng suất kéo σ_1^c thể hiện trên Hình 2(c) xác định bởi phương trình (30)–(33).

$$\sigma_1^c = \eta k_{1t} f_{cr} \quad (30)$$

$$k_{1t} = \frac{\bar{\varepsilon}_{1s}}{2\varepsilon_{cr}} \quad \text{khi } \frac{\bar{\varepsilon}_{1s}}{\varepsilon_{cr}} \leq 1 \quad (31)$$

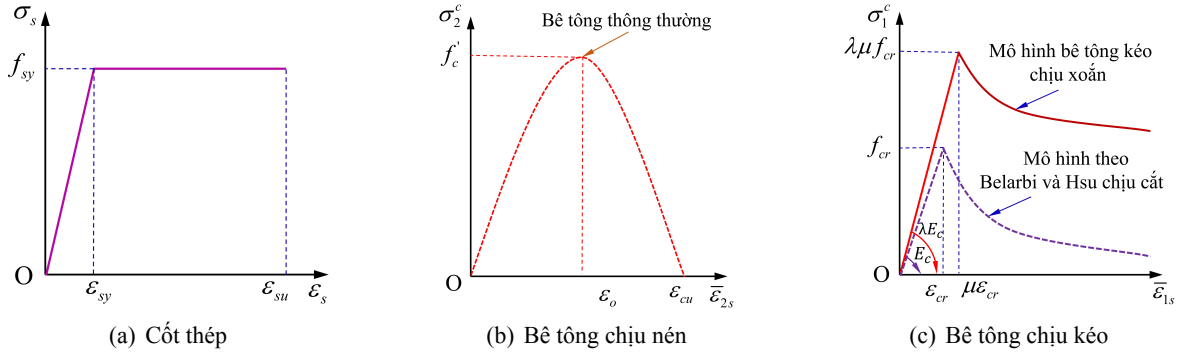
$$k_{1t} = \frac{\bar{\varepsilon}_{1s}}{2\varepsilon_{cr}} + \frac{(\varepsilon_{cr})^{0,4}}{(0,6)\bar{\varepsilon}_{1s}} \left[(\bar{\varepsilon}_{1s})^{0,6} - (\varepsilon_{cr})^{0,6} \right] \quad \text{khi } \frac{\bar{\varepsilon}_{1s}}{\varepsilon_{cr}} > 1 \quad (32)$$

$$\varepsilon_{cr} = \mu (0,00008) \quad \text{và} \quad f_{cr} = \lambda \mu (0,31) \sqrt{f'_c} \quad (33)$$

trong đó η là hệ số khếch đại ứng suất nén và kéo của bê tông, μ và λ lần lượt là hệ số khếch đại biến dạng kéo và mô đun đàn hồi của bê tông.

Theo xác định mô đun cắt của Zhu và Hsu [7], ứng suất cắt của bê tông có liên quan đến biến dạng cắt như sau:

$$\tau_{21}^c = \frac{\sigma_1^c - \sigma_2^c}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \gamma_{21} \quad (34)$$



Hình 2. Quan hệ ứng suất – biến dạng vật liệu

2.4. Hiệu chỉnh ứng suất-biến dạng bê tông áp dụng cho dầm hộp

Đối với dầm hộp, các giá trị μ , λ và η xác định theo nghiên cứu của CH Jeng và cs. [9] vào năm 2014 không phụ thuộc vào dạng chiều dày thành dầm hộp, kết quả này dựa trên ba mươi tám mẫu thử nghiệm của các nghiên cứu trước đây. Ba hệ số này xác định như sau:

$$\mu = \lambda = 1,15 \text{ và } \eta = 1,85 / \sqrt{f'_c} + 0,73 \quad (35)$$

Các giá trị μ , λ và η cũng được xác định theo nghiên cứu của CH Jeng và cs. [10] vào năm 2015 sau khi thực hiện các thí nghiệm cho dầm hộp tiết diện lớn có chiều dày thành dầm và bê tông cường độ khác nhau theo các phương trình (36)–(38) như sau [10]:

Nếu $t_H \leq (0,91) t_{d,cr,solid}$ cho dầm có thành mỏng:

$$\mu = \lambda = 0,93 \text{ và } \eta = (0,033) \sqrt{f'_c} + 0,73 \quad (36)$$

Nếu $t_H > (0,91) t_{d,cr,solid}$ cho dầm có thành dày và bê tông thường có $f'_c \leq 47,85$ MPa:

$$\mu = \lambda = 1,20 \text{ và } \eta = (0,094) \sqrt{f'_c} + 0,43 \quad (37)$$

Nếu $t_H > (0,91) t_{d,cr,solid}$ cho dầm có thành dày và bê tông cường độ cao có $f'_c > 47,85$ MPa xác định bởi phương trình:

$$\mu = \lambda = 1,129 \text{ và } \eta = (8,45) / \sqrt{f'_c} + 0,017 \quad (38)$$

Chiều dày $t_{d,cr,solid} = \frac{A}{C} \left[1 - \sqrt{1 - 4BC} \right] \frac{A_c}{p_c}$ với các hệ số được xác định như sau:

$$A = \frac{1}{2} \frac{149,8 + 16,23 \sqrt{f'_c}}{102,7 + 15,76 \sqrt{f'_c}} \text{ và } B = 1 - \left(\frac{55,6 + 15,29 \sqrt{f'_c}}{149,8 + 16,23 \sqrt{f'_c}} \right)^2 \quad (39)$$

$$C = \frac{r}{(1+r)^2}; \quad r = \frac{h}{b} \geq 1 \quad (40)$$

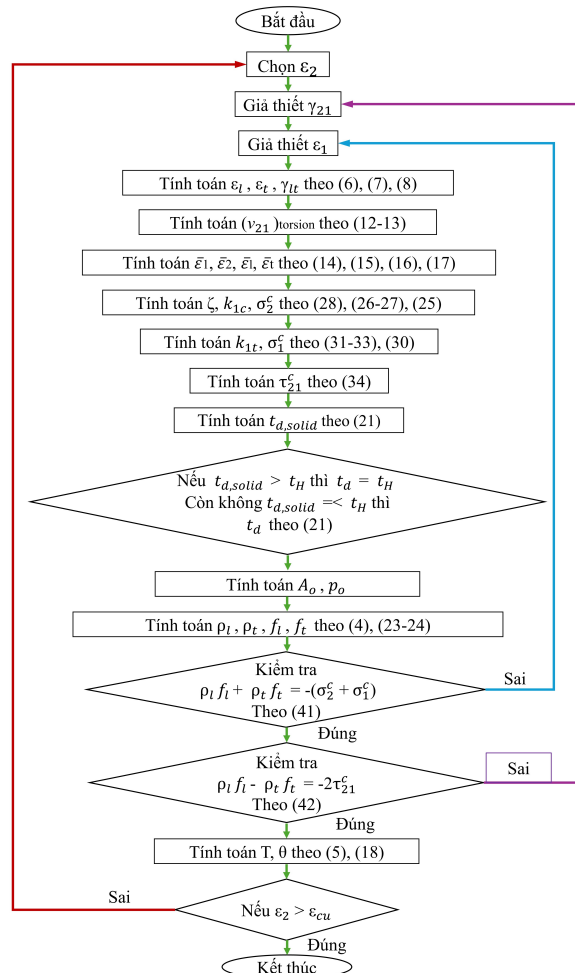
2.5. Ảnh hưởng của hệ số khuếch đại Hsu/Zhu

Hệ thức (12)–(13) thể hiện quan hệ của số khuếch đại Hsu/Zhu và biến dạng đầu tiên của cốt thép ϵ_{sf} (cốt đai hoặc cốt thép dọc) [12]. Mô hình SMTT cho điểm phân giới $\epsilon_{sf} = 0,002$ và mô hình SMTT tại điểm phân giới của $\epsilon_{sy} = \epsilon_{sf}$ để đánh giá ảnh hưởng của độ xoắn (v_{12}) đến mô men xoắn. Biến dạng chảy dẻo đầu tiên của cốt thép ϵ_{sf} được thể hiện trong phương trình (12)–(13) ở trên, ảnh

hường của tỉ số Hsu/Zhu đến xoắn thông qua hệ số $(v_{12})_{torsion}$ được chia thành hai giai đoạn thông qua điểm phân giới giả thiết là $\varepsilon_{sf} = 0,002$ theo đề xuất của Luu và cs. [22]. Trong thực tế, 0,002 cũng là biến dạng chảy dẻo điển hình của cốt thép. Nếu ε_{sy} lớn hơn hoặc nhỏ hơn 0,002, cả độ xoắn (v_{12}) và mô men xoắn T sẽ có sự thay đổi đột ngột ở mức $\varepsilon_{sy} = \varepsilon_{sf}$ theo phương trình (10) sử dụng trong SMMT. Theo kiến nghị của Sáng và cs. [13], để tránh sự thay đổi đột ngột này, mô hình SMMT đánh giá ứng xử chịu xoắn lấy điểm phân giới tại vị trí này lấy $\varepsilon_{sf} = 0,002$. Trong nghiên cứu này, khi xảy ra chảy dẻo đầu tiên của cốt thép, giá trị ε_{sf} lấy bằng 0,002 thay cho ε_{sy} của cốt thép.

2.6. Xác định chiều dày thành dầm hộp

Các giá trị nhỏ của t_d sau khi rút cho thấy giá trị mô men xoắn của dầm hộp và dầm đặc BTCT gần bằng nhau [23]. Tại mô men xoắn cực hạn, chiều dày t_d thường nhỏ hơn chiều dày thành t_H của tiết diện hộp. Tuy nhiên, các giá trị t_d được tính toán cho dầm đặc (SMMT-S) không vượt quá chiều dày thành t_H của dầm hộp (Hình 1) [23]. Do đó, đối với tiết diện hộp có chiều dày $t_H \leq t_{d,solid}$, vùng dòng cắt chiếm toàn bộ chiều dày thành mỏng và $t_d = t_H$, trong đó $t_{d,solid}$ là giá trị của t_d được tính bằng công thức (21). Dựa trên giả định này, t_d được giới hạn trong độ dày thành mỏng của mặt cắt tiết diện hộp và thuật toán giải được thiết lập như trên Hình 3. Ảnh hưởng của chiều dày này sẽ được thảo luận ở Phần 3.4 của nghiên cứu này.



Hình 3. Sơ đồ thuật toán dầm hộp BTCT chịu xoắn theo mô hình SMMT

2.7. Sơ đồ thuật toán

Thuật toán giải pháp của SMMT sử dụng làm tiêu chí hội tụ cho quy trình nghiệm của Hsu và Zhu [6] thông qua hai phương trình (41) và (42) dưới đây:

$$\rho_{st}f_l + \rho_{st}f_t = -(\sigma_2^c + \sigma_1^c) \quad (41)$$

$$\rho_{st}f_l - \rho_{st}f_t = -(-\sigma_2^c + \sigma_1^c) \cos 2\alpha - 2\tau_{21}^c \sin 2\alpha \quad (42)$$

Thuật toán giải pháp của SMMT cho dầm hộp được mở rộng từ tiết diện dầm đặc nhưng xét thêm ảnh hưởng và giới hạn bởi thành dầm t_H thực tế. Trong nghiên cứu này, sơ đồ thuật toán SMMT cho dầm hộp được trình bày, minh họa các bước giải đường cong quan hệ $T - \theta$ được thể hiện trên Hình 3. Một chương trình được sử dụng trong môi trường MATLAB [24] bằng thuật toán thử và sai để tính toán từng điểm của đường cong quan hệ mô men xoắn – góc xoắn trên một đơn vị chiều dài. Trong nghiên cứu này, giá trị ε_2 thay đổi từ 0 đến cực hạn là 0,0035 theo TCVN 5574:2018 [11]. Ở mỗi bước xác định điểm mô xoắn và góc xoắn (Hình 3), ban đầu chọn giá trị ε_2 , sau đó giả thiết γ_{12} , ε_1 , tiếp đến tiến hành tính toán và kiểm tra hội tụ theo phương trình (41) và (42). Tiếp đến, gia tăng giá trị ε_2 bởi một số gia $\Delta\varepsilon_2 = \varepsilon_{cu}/n$, với $\varepsilon_{cu} = 0,0035$ và $n = 1000$ là tổng số bước lặp cho chương trình chạy MATLAB của nghiên cứu này.

3. Kiểm chứng mô hình

Tổng cộng 33 mẫu thử nghiệm được thu thập của các nghiên cứu [25–27] trong những năm gần đây để đánh giá. Các mẫu thử có hàm lượng cốt thép (dọc và đai), tỉ lệ kích thước hình học, chiều dày thành dầm hộp và cường độ bê tông cường độ cao (HSC), bê tông cường độ thông thường (NSC) được tóm tắt trong Bảng 1. Trong đó, nghiên cứu của Lopes và cs. [26] thực hiện với ba nhóm mẫu thử nghiệm được kí hiệu A, B, và C. Các mẫu thử có cùng kích thước hình học, chiều dày thành dầm hộp nhưng khác nhau về cường độ bê tông (nhóm mẫu A có cường độ bê tông NSC xấp xỉ 50MPa, hai nhóm mẫu còn lại sử dụng bê tông HSC với nhóm mẫu B là 80 MPa, còn nhóm mẫu C là 90 MPa). Bên cạnh đó, hàm lượng thép dọc và thép đai khác nhau trong từng nhóm mẫu này cũng được xem xét để đánh giá ứng xử, khả năng chịu xoắn của dầm hộp. Hao-Jan Chiu và cs. [25] đã tiến hành thực nghiệm với cả dầm đặc và dầm hộp BTCT, trong đó có 08 mẫu dầm hộp để đánh giá ứng xử chịu xoắn. Các mẫu thử sử dụng bê tông HSC có cùng kích thước hình học nhưng hàm lượng cốt thép khác nhau được xem xét. CH Jeng [27] thực hiện thực nghiệm với dầm hộp tiết diện lớn có cùng kích thước hình học nhưng chiều dày thành dầm khác nhau, bên cạnh đó cường độ bê tông thông thường đến cường độ cao cũng được xem xét trong khoảng (35-100) MPa.

3.1. Mô men xoắn nứt

Mô men xoắn nứt được xác định bởi lý thuyết ống thành mỏng Bres't được trình bày trong tiêu chuẩn ACI 318-19 [20] được thể hiện trong hệ thức (43) khi xét đến ảnh hưởng của lõi hộp.

$$T_{cr} = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right) \frac{A_g}{A_{cp}} \quad (43)$$

trong đó A_{cp} , p_{cp} , A_g tương ứng là diện tích tiết diện bao ngoài, chu vi tiết diện bao ngoài và diện tích phần bê tông.

Tổng cộng 33 mẫu thử nghiệm được thu thập của các nghiên cứu [25–27] để đánh giá. Bảng 1 thể hiện tóm tắt giá trị mô men xoắn nứt của 33 mẫu thử dầm hộp tính toán theo SMMT, lý thuyết ống thành mỏng Bres't được trình bày trong ACI 318-19 [20]. Trong nghiên cứu này, hệ số khuếch đại μ ,

λ và η sử dụng chung theo công thức (35) của CH Jeng [9], áp dụng cho tất cả 33 mẫu thử này. Tỷ số giữa mô men xoắn nứt tính toán và mô men xoắn nứt của thực nghiệm cũng được thực hiện. Bảng 1 cho thấy, tỉ số trung bình và độ lệch chuẩn giữa tính toán và thực nghiệm ($T_{cr,SMMT}/T_{cr,exp}$) của mô men xoắn nứt theo SMMT có giá trị lớn hơn và bằng 0,95; 0,20 tương ứng. Trái lại, theo ACI 318-19 [20] có giá trị nhỏ hơn lần lượt là 0,72 và 0,13. Điều này cho thấy, tính toán thiết kế theo tiêu chuẩn ACI 318-19 an toàn hơn, trong khi mô hình SMMT lại phản ánh gần với thực tế hơn. Tuy nhiên, hệ số độ lệch chuẩn theo SMMT lớn hơn so với tiêu chuẩn ACI 318-19 (0,2 và 0,13 tương ứng). Điều này có thể do việc lấy hệ số khếch đại theo phương trình (35) tính toán cho tất cả mẫu thử dẫn đến độ lệch chuẩn lớn hơn.

3.2. Mô men xoắn cực hạn

Mô men xoắn cực hạn theo ACI 318M-19 [20] và EC2 [19] không nhỏ hơn một trong ba giá trị tương ứng là khả năng chịu lực của cốt đai, cốt thép dọc và tránh phá hoại nén vỡ thanh chống bê tông: ACI 318M-19 [20]:

$$T_{u,ACI} = \min \left\{ \frac{2A_0A_vf_{yt}}{s} \cot \alpha; \frac{2A_0A_{sl}f_{yl}}{P_h} \tan \alpha; \frac{17\sqrt{f'_c}A_{oh}^2}{12P_h} \right\} \quad (44)$$

EC2 [19]:

$$T_{u,EC2} = \min \left\{ \frac{2A_kA_vf_{yt}}{s} \cot \alpha; \frac{2A_kA_{sl}f_{yl}}{U_k} \tan \alpha; 2vf'_cA_kt_{ef} \sin \alpha \cos \alpha \right\} \quad (45)$$

trong đó A_v , f_{yt} tương ứng là diện tích một nhánh đai và cường độ chảy dẻo của cốt thép đai. A_{sl} , f_{yl} là tổng diện tích và cường độ chảy dẻo thép dọc tương ứng. P_h là chu vi lõi được bao bởi cốt đai kín. A_k , U_k tương ứng là diện tích, chu vi trung bình phần ống thành mỏng hiệu dụng. t_{ef} là chiều dày ống thành mỏng hiệu dụng. Lưu ý, với dầm hộp sẽ lấy $t_{ef} \leq t_H$.

Với tổng 33 mẫu thử dùng để xác định mô men xoắn nứt cũng được sử dụng để xác định mô men xoắn cực hạn (T_u). Giá trị mô men xoắn cực hạn T_u tính toán và tỉ số so với thực nghiệm theo SMMT, TCVN 5574:2018 [11], ACI 318-19 [20] và EC2 [19] được thể hiện trong Bảng 1. Tỷ số trung bình giữa mô men xoắn cực hạn theo tính toán và mô men xoắn theo tính toán ($T_{u,cal}/T_{u,exp}$) theo SMMT lớn nhất (0,98), trong khi độ lệch chuẩn lại nhỏ nhất (0,13). Trái lại, tỷ số trung bình theo EC2 [20] cho giá trị nhỏ nhất (0,67) với độ lệch chuẩn là 0,22. Tỉ số trung bình theo ACI 318-19 [20] khá cao (0,85) và TCVN 5574:2018 [11] thấp hơn (0,76). Hệ số độ lệch chuẩn của tiêu chuẩn ACI 318-19 [20] và TCVN 5574:2018 [11] khá tương đồng tương ứng là 0,23 và 0,21. Thông qua tỷ số trung bình cho thấy, các tiêu chuẩn TCVN 5574:2018 [11], ACI 318-19 [20] và EC2 [19] cho thấy độ an toàn khi thiết kế kháng xoắn và tiêu chuẩn EC2 cho độ an toàn cao nhất, trong khi mô hình SMMT phản ánh gần đúng với kết quả thực nghiệm.

Hơn nữa, các mẫu thử của Lopes và cs. [26] có cùng kích thước hình học và chiều dày thành dầm nhưng khác nhau về cường độ bê tông. Các tiêu chuẩn TCVN 5574:2018 [11], ACI 318-19 [20] và EC2 [19] dễ cho dự báo thiếu an toàn, đặc biệt với nhóm mẫu C có cường độ bê tông xấp xỉ 90 Mpa. Tỷ số giữa tính toán và thực nghiệm lớn nhất bằng 1,35 cho mẫu C6 (theo TCVN 5574:2018 [11]). Điều này có thể là do các mẫu thử này có hàm lượng cốt thép lớn, sự phá hoại mẫu thử xảy ra do sự nén vỡ thanh chống bê tông có thành dày t_H . Trong khi các tiêu chuẩn này chưa xem xét đến ảnh hưởng của lõi hộp bên trong làm suy giảm khả năng chịu nén của thanh chống bê tông trong dầm hộp chịu xoắn. Nghiên cứu thực nghiệm mới nhất bởi Eltaly và cs. [28] cũng cho thấy, dầm đặc có khả năng chịu xoắn tốt hơn dầm hộp cùng vật liệu và tiết diện hình học. Sự phá hoại sớm xảy ra do nén vỡ bê tông trong dầm hộp là nguyên nhân chính dẫn đến kết quả của nghiên cứu này [28].

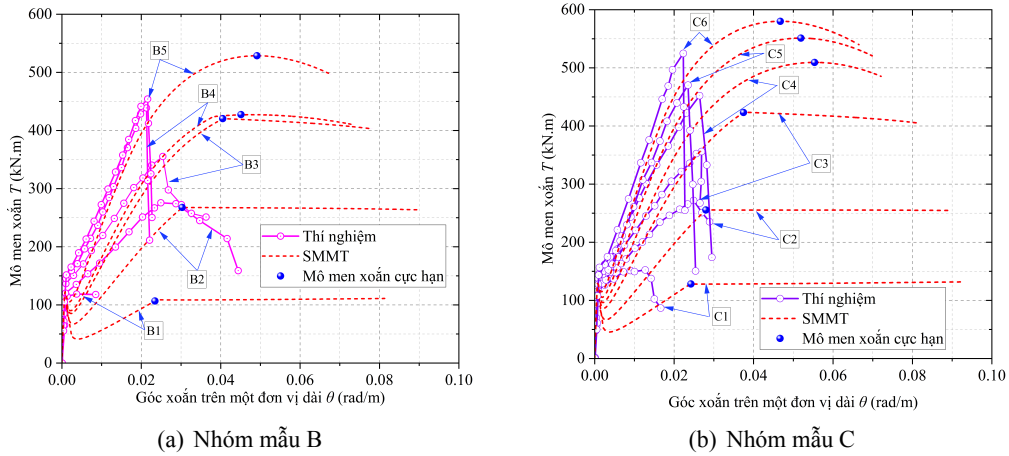
Bảng 1. Tóm tắt kết quả tính toán so với thực nghiệm

Tài liệu	Mẫu thử	$T_{cr,exp}$ (kN.m)	$T_{u,exp}$ (kN.m)	SMMT		ACI 318-19 [20]		SMMT		TCVN 5574:2018 [11]		EC2 [19]		ACI 318-19 [20]	
				$T_{cr,SMMT}$ (kN.m)	$T_{cr,SMMT}$ $T_{cr,exp}$	$T_{cr,ACI}$ (kN.m)	$T_{cr,ACI}$ $T_{cr,exp}$	$T_{u,cal}$ (kN.m)	$T_{u,cal}$ $T_{u,exp}$	$T_{u,cal}$ (kN.m)	$T_{u,cal}$ $T_{u,exp}$	$T_{u,cal}$ (kN.m)	$T_{u,cal}$ $T_{u,exp}$	$T_{u,cal}$ (kN.m)	$T_{u,cal}$ $T_{u,exp}$
[26]	A1	104,10	150,80	104,10	0,99	68,87	0,66	132,02	0,88	96,72	0,64	87,28	0,58	107,76	0,71
	A2	109,50	254,80	109,50	0,94	68,09	0,62	252,40	0,99	209,30	0,82	174,57	0,69	231,01	0,91
	A3	113,30	299,90	113,30	0,90	67,29	0,59	320,19	1,07	280,28	0,93	229,69	0,77	300,72	1,00
	A4	120,90	368,20	120,90	0,90	73,29	0,61	409,46	1,11	367,86	1,00	311,72	0,85	394,69	1,07
	A5	120,90	412,20	120,90	0,90	72,14	0,60	438,37	1,06	444,14	1,08	392,77	0,95	483,00	1,17
	B1	111,50	116,00	111,50	1,05	86,08	0,77	116,67	1,01	54,07	0,47	71,41	0,62	93,32	0,80
	B2	116,70	273,30	116,70	0,98	82,71	0,71	267,66	0,98	135,63	0,50	186,20	0,68	241,45	0,88
	B3	130,50	355,90	130,50	0,92	87,32	0,67	420,46	1,18	225,92	0,63	311,72	0,88	394,69	1,11
	B4	142,90	437,90	142,90	0,85	88,44	0,62	427,43	0,98	255,69	0,58	290,94	0,66	396,78	0,91
	B5	146,30	456,20	146,30	0,84	86,53	0,59	528,61	1,16	393,91	0,86	523,70	1,15	579,35	1,27
	C1	117,30	151,80	117,30	1,05	94,80	0,81	136,07	0,90	65,30	0,43	87,28	0,57	107,76	0,71
	C2	124,50	266,10	124,50	1,01	96,39	0,77	255,53	0,96	139,62	0,52	174,57	0,66	231,01	0,87
	C3	131,90	351,20	131,90	0,95	94,75	0,72	423,70	1,21	225,92	0,64	311,72	0,89	394,69	1,12
	C4	132,60	450,30	132,60	0,95	94,65	0,71	509,38	1,13	444,00	0,99	392,77	0,87	511,31	1,14
	C5	138,30	467,30	138,30	0,93	97,35	0,70	551,18	1,18	541,13	1,16	483,41	1,03	616,37	1,32
	C6	139,10	521,30	139,10	0,92	92,61	0,67	580,14	1,11	704,89	1,35	628,44	1,21	620,01	1,19
[25]	HAS-51-50	62,10	84,86	62,10	0,65	31,26	0,50	69,79	0,82	51,85	0,61	45,13	0,53	58,65	0,69
	NAS-61-35	50,03	74,71	50,03	0,71	24,85	0,50	62,64	0,84	48,70	0,65	31,86	0,43	41,40	0,55
	HAH-81-35	44,42	94,31	44,42	0,93	31,67	0,71	74,09	0,79	67,94	0,72	31,86	0,34	41,40	0,44
	HAS-90-50	68,43	104,23	68,43	0,60	31,67	0,46	88,77	0,85	71,37	0,68	45,13	0,43	58,65	0,56
	HCS-52-50	47,22	73,54	47,22	0,72	31,80	0,67	59,48	0,81	43,51	0,59	37,42	0,51	48,70	0,66
	NCH-62-33	36,61	64,14	36,61	0,82	25,27	0,69	52,35	0,82	43,71	0,68	24,95	0,39	32,46	0,51
	HCH-91-42	40,74	87,51	40,74	0,85	32,21	0,79	70,22	0,80	63,12	0,72	31,75	0,36	41,32	0,47
	HCS-91-50	53,22	95,86	53,22	0,65	32,21	0,61	75,61	0,79	65,44	0,68	37,42	0,39	48,70	0,51
[27]	A095c	102,88	209,98	102,88	0,89	76,13	0,74	205,53	0,98	156,02	0,74	147,08	0,70	178,09	0,85
	A120a	89,78	215,25	89,78	0,98	80,44	0,90	198,40	0,92	157,63	0,73	114,58	0,53	158,06	0,73
	B065b	68,34	281,02	68,34	1,43	57,59	0,84	272,48	0,97	314,36	1,12	148,29	0,53	204,43	0,73
	B080a	73,62	300,66	73,62	1,40	74,19	1,01	303,56	1,01	241,33	0,80	200,66	0,67	276,81	0,92
	B110a	128,30	237,48	128,30	0,78	93,24	0,73	213,15	0,90	159,10	0,67	123,53	0,52	170,24	0,72
	C065a	94,17	180,52	94,17	1,37	83,44	0,89	224,65	1,24	154,78	0,86	149,15	0,83	164,64	0,91
	C100a	122,23	370,15	122,23	1,00	114,01	0,93	332,48	0,90	259,69	0,70	228,97	0,62	315,70	0,85
	D075a	94,27	339,48	94,27	1,30	87,79	0,93	313,63	0,92	244,84	0,72	197,66	0,58	272,93	0,80
	D090a	111,22	343,08	111,22	1,16	106,73	0,96	334,70	0,98	260,33	0,76	229,59	0,67	316,31	0,92
Trung bình					0,95		0,72		0,98		0,76		0,67		0,85
Độ lệch chuẩn (COV)					0,20		0,13		0,13		0,21		0,22		0,23

3.3. Đường cong quan hệ mô men xoắn - góc xoắn

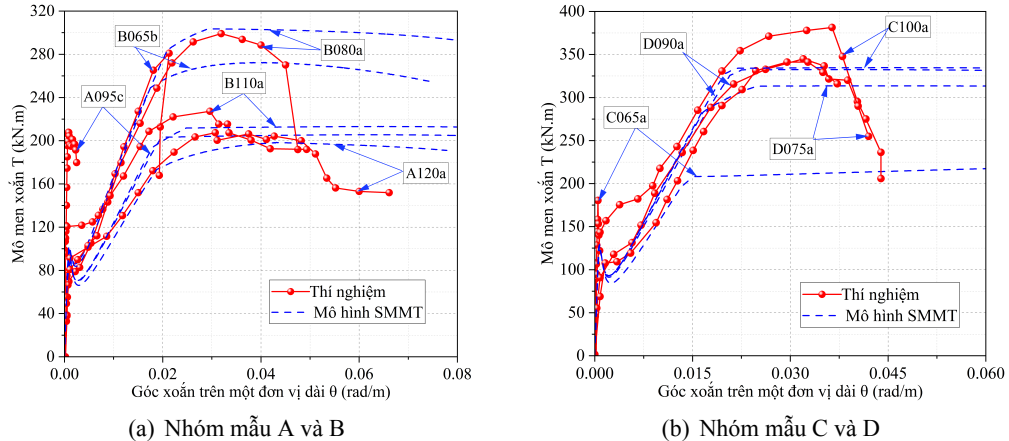
Trong phần này, ứng xử qua các giai đoạn làm việc thông qua đường cong quan hệ mô men xoắn T – góc xoắn trên một đơn vị độ dài θ của các mẫu thử được thể hiện. Hình 4(a)-(b) thể hiện đường cong quan hệ $T - \theta$ tương ứng với nhóm mẫu thử B và C giữa mô hình SMMT và nghiên cứu thực nghiệm của Lopes [26]. Kết quả cho thấy sự thống nhất tốt về mô men xoắn nứt, mô men xoắn cực hạn giữa SMMT và thực nghiệm (xem Bảng 1). Ngoài ra, ở giai đoạn đàn hồi, ứng xử của mô hình SMMT và thực nghiệm giống hệt nhau cho tất cả các mẫu thử của hai nhóm mẫu này. Tiếp đến khi nứt bê tông xuất hiện, trạng thái chuyển pha làm việc của bê tông sang cốt thép thể hiện qua mô men xoắn giảm xuống và góc xoắn tăng lên nhanh chóng. Tiếp đến là giai đoạn phi tuyến, mô men xoắn và góc xoắn liên tục tăng đến khi đạt cực hạn T_u , sau đó mô men xoắn liên tục giảm và góc xoắn tăng nhanh đến khi phá hoại mẫu thử. Kết quả cho thấy mô hình SMMT của nghiên cứu này chỉ dự đoán khá tốt xu hướng ứng xử của các mẫu thử ở giai đoạn sau nứt; tuy nhiên, mô men xoắn cực đại của

nhóm mẫu thử B và C [26] có sự chênh lệch đáng kể giữa mô hình tính toán và kết quả thí nghiệm. Nguyên nhân bởi SMMT dự báo không chính xác thời điểm xảy ra phá hoại mẫu thử (Hình 4(a)-(b)).



Hình 4. Ứng xử dầm BTCT theo mô hình SMMT và thực nghiệm của Lopes [26]

Một so sánh giữa mô hình SMMT với thực nghiệm của CH Jeng [27] được thể hiện trên Hình 5(a) và Hình 5(b) cho các mẫu thử có hàm lượng cốt thép, chiều dày thành dầm và cường độ bê tông khác nhau. Ứng xử của mô hình SMMT cho độ chính xác rất tốt ở giai đoạn đàn hồi nhưng giá trị mô men xoắn nứt có sự chênh lệch khá lớn giữa thực nghiệm và SMMT. Có được điều này là do trong mô hình này, sử dụng hệ thức (35) cho các hệ số khuếch đại của ứng xử kéo bê tông. Tương tự các mẫu thử của Lopes [26], sẽ được thảo luận kĩ hơn ở Phần 3.4. Ngoài ra, ở giai đoạn sau nứt, ứng xử của thực nghiệm và SMMT có sự chênh lệch khi mô hình không dự báo chính xác thời điểm xảy ra phá hoại mẫu thử.

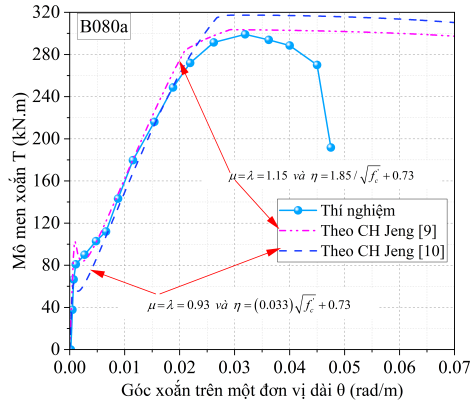


Hình 5. Ứng xử dầm BTCT theo mô hình SMMT và thực nghiệm nhóm mẫu thử B [27]

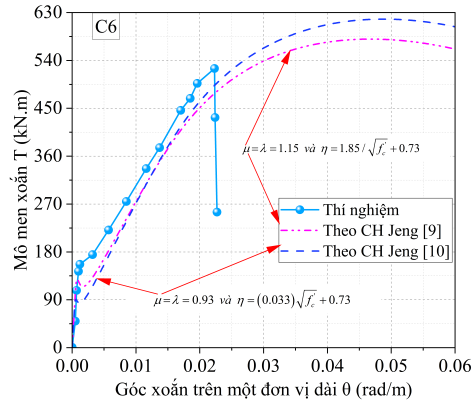
3.4. Ảnh hưởng của hệ số khuếch đại của bê tông và chiều dày thành dầm

Mẫu thử B080a của CH Jeng [27] khi có thành dầm hộp dày 112 mm nhỏ hơn $(0,91)t_{d,cr,solid}$ nên hệ số khuếch đại xác định theo hệ thức (36) cho dầm có thành mỏng với $\mu = \lambda = 0,93$ và $\eta = (0,033)\sqrt{f'_c} + 0,73$ theo CH Jeng [10]. Tương tự với mẫu thử C6 của Lopes [26]. Mẫu thử HCS-91-50 của Hao-Jan Chiu và cs. [25] khi có thành dầm hộp dày 75 mm lớn hơn $(0,91)t_{d,cr,solid}$ và

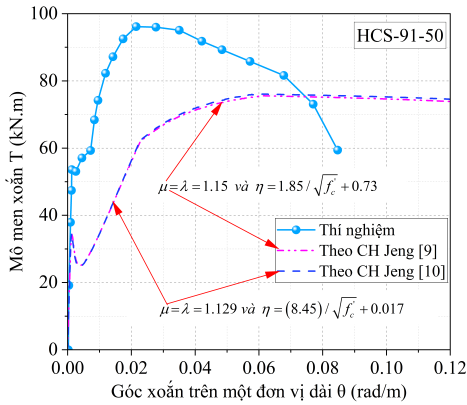
$f'_c = 78 \text{ (MPa)} > 47,5 \text{ (MPa)}$ nên hệ số khuếch đại xác định theo hệ thức (38) cho đầm có thành mỏng với $\mu = \lambda = 1,129$ và $\eta = (8,45) / \sqrt{f'_c} + 0,017$ [10]. Hình 6(a)-(b) cho thấy ứng xử đàn hồi theo hệ thức (36) nhỏ hơn (35) nhưng mô men xoắn cực hạn lại lớn hơn. Điều này có thể do các hệ số khuếch đại ứng suất nén và kéo η , biến dạng kéo μ và mô đun đàn hồi λ của bê tông nhỏ hơn trong (36) dẫn tới mô men xoắn nứt nhỏ hơn ở giai đoạn đàn hồi. Trái lại, ở giai đoạn sau nứt sự làm việc của bê tông chịu kéo giảm xuống theo hệ thức (36), mà là sự tham gia chịu lực của bê tông chịu nén, cốt thép đai và dọc chịu kéo làm tăng đáng kể khả năng chịu xoắn của đầm. Trong khi đó, ứng xử của mẫu thử HSC-90-50 của hai trường hợp hệ số khuếch đại xem xét về cơ bản giống nhau ở tất cả giai đoạn làm việc (xem Hình 6c). Điều này là do đối với đầm có thành dày ảnh hưởng của các hệ số khuếch đại theo đề xuất của CH Jeng [9] và CH Jeng [10] là tương tự nhau.



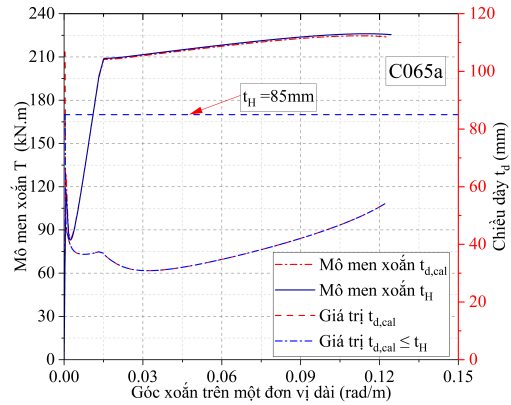
(a) Mẫu thử B080a [27]



(b) Mẫu thử C6 [26]



(c) Mẫu thử HSC-90-50 [25]



(d) Mẫu thử C065a [27]

Hình 6. Ảnh hưởng của các hệ số khuếch đại đến ứng xử chịu xoắn

Trong nghiên cứu này, các hệ số khuếch đại ứng suất nén và kéo η , biến dạng kéo μ và mô đun đàn hồi λ của bê tông được sử dụng để tính toán cho tất cả các mẫu thử theo (35). Điều này dẫn tới sự chênh lệch khi áp dụng cho các loại đầm hộp có chiều dày thành đầm và cường độ bê tông khác nhau theo CH Jeng [10]. Việc đánh giá theo hệ thức chung này cũng giải thích cho kết quả độ lệch chuẩn 0,20 của mô hình SMMT lớn hơn tiêu chuẩn ACI 318-19 trong Phần 3.2 ở trên. Hơn nữa, áp dụng hệ thức khuếch đại theo CH Jeng [10] làm tăng đáng kể mô men xoắn cực hạn so với thực nghiệm. Điều này không phản ánh sát thực tế và an toàn khi sử dụng tính toán, dự báo khả năng chịu xoắn theo trường hợp này. Kiến nghị, sử dụng hệ thức đề xuất bởi CH Jeng và cs. [9] để đơn giản hóa tính toán

mà vẫn đảm bảo tính chính xác và an toàn của mô hình dự báo.

Hình 6(d) thể hiện ảnh hưởng của chiều dày $t_{d,solid}$ theo mô hình của đầm đặc và một hệ thức xét đến $t_{d,solid} \leq t_H$ so với chiều dày thực t_H của đầm hộp. Kết quả cho thấy, ứng xử của hai trường hợp cơ bản giống nhau ở cả hai giai đoạn trước và sau nứt. Tuy nhiên, ở giai đoạn trước nứt, giá trị mô men xoắn khi không hạn chế $t_{d,solid}$ bằng 129,4 kN.m, trong khi trường hợp $t_{d,solid} \leq t_H$ giá trị này nhỏ hơn và đạt 116,3 kN.m gần với kết quả thực nghiệm là 94,7 kN.m. Qua đó, có thể thấy việc hạn chế $t_{d,solid}$ chủ yếu ảnh hưởng đến giá trị mô men xoắn nứt ở giai đoạn đàn hồi, do ở giai đoạn sau nứt sự làm việc chịu xoắn đóng góp đáng kể bởi cốt thép đai và dọc.

4. Kết luận

Trong khuôn khổ nghiên cứu của bài báo này, có thể thấy rằng mô hình SMMT được hiệu chỉnh từ mô hình cho đầm đặc áp dụng cho đầm hộp BTCT sử dụng để dự báo ứng xử và ảnh hưởng của các hệ số khuếch đại được đánh giá. Giá trị mô men xoắn nứt được tính toán theo SMMT và so sánh với tiêu chuẩn ACI 318-19. Ngoài ra, mô men xoắn cực hạn được xác định theo các tiêu chuẩn khác nhau ACI 318-19, EC2 và TCVN 5574:2018 để so sánh với mô hình SMMT. Từ kết quả phân tích, một số kết luận được rút ra như sau:

- Mô hình SMMT đã cho ứng xử tốt trước nứt; tuy nhiên ứng xử ở giai đoạn sau nứt và dạng phá hoại chưa có sự đồng thuận với thực nghiệm. Mô hình SMMT cho dự báo có sự đồng thuận với thực nghiệm về giá trị mô men xoắn nứt và cực hạn, khi tỷ số tính toán theo SMMT so với thực nghiệm cho hệ số trung bình tương ứng là 0,95 và 0,98.

- Giá trị mô men xoắn cực hạn T_u tính toán theo SMMT, TCVN 5574:2018, ACI 318M-19 và EC2. Tỷ số trung bình $T_{u,cal}/T_{u,exp}$ theo EC2 cho giá trị nhỏ nhất bằng 0,67; trong khi đó theo SMMT cho giá trị lớn nhất (0,98) và độ lệch chuẩn nhỏ nhất bằng 0,13. Các tiêu chuẩn có độ an toàn cao trong thiết kế chịu xoắn và theo EC2 cho độ an toàn cao hơn so với tiêu chuẩn ACI 318M-19 và TCVN 5574:2018, trái lại theo SMMT phản ánh gần với thực tế hơn.

- Không chế giá trị chiều dày thành mỏng trong mô hình SMMT so với chiều dày thực cho dự báo tốt hơn ứng xử ở giai đoạn trước nứt bê tông.

- Ảnh hưởng của hệ số khuếch đại bê tông cho thấy dự đoán tốt ứng xử trước nứt, tuy nhiên sau nứt ở giai đoạn phi tuyến tính bị ảnh hưởng đáng kể bởi hệ số này dẫn tới có sự khác nhau về giá trị mô men xoắn cực hạn. Hơn nữa, mô hình SMMT dự báo không chính xác dạng phá hoại của mẫu thử. Do đó, cần có các nghiên cứu tiếp theo để xác định hệ số khuếch đại này để phù hợp với ứng xử sau nứt và các hiệu chỉnh để SMMT dự báo chính xác dạng phá hoại xảy ra.

Lời cảm ơn

Nguyễn Vĩnh Sáng được tài trợ bởi Chương trình học bổng đào tạo thạc sĩ, tiến sĩ trong nước của Quỹ Đổi mới sáng tạo Vingroup (VINIF), mã số VINIF.2024.TS.091.

Tài liệu tham khảo

- [1] Abdullah, M. D., Malik, H. S. (2022). [Experimental Study of Hollow RC Beams Strengthened by Steel Fiber under Pure Torsion](#). *Journal of Engineering*, 2022:1–14.
- [2] Hsu, T. T. C. (1988). Softened truss model theory for shear and torsion. *ACI Structural Journal*, 85(6): 624–635.
- [3] Fu, C. C., Tang, Y. (2001). [Torsional analysis for prestressed concrete multiple cell box](#). *Journal of engineering mechanics*, 127(1):45–51.
- [4] Mo, Y.-L., Jeng, C.-H., Chang, Y. S. (2000). [Torsional behavior of prestressed concrete box-girder bridges with corrugated steel webs](#). *ACI Structural Journal*, 97(6):849–859.
- [5] Rahal, K. N., Collins, M. P. (1996). [Simple model for predicting torsional strength of reinforced and prestressed concrete sections](#). *ACI Structural Journal*, 93(6):658–666.

- [6] Hsu, T. T. C., Zhu, R. R. H. (2002). [Softened membrane model for reinforced concrete elements in shear](#). *ACI Structural Journal*, 99(4):460–469.
- [7] Jeng, C.-H., Hsu, T. T. C. (2009). [A softened membrane model for torsion in reinforced concrete members](#). *Engineering Structures*, 31(9):1944–1954.
- [8] Jeng, C.-H., Peng, X., Wong, Y. L. (2011). [Strain gradient effect in RC elements subjected to torsion](#). *Magazine of Concrete Research*, 63(5):343–356.
- [9] Jeng, C.-H., Peng, S.-F., Chao, M. (2014). [Constitutive relationships of concrete for hollow RC members in pure torsion](#). *Magazine of Concrete Research*, 66(17):896–912.
- [10] Jeng, C.-H., Chao, M. (2015). [Unified rational formula for pre-cracking torsional stiffness of solid and hollow reinforced concrete members](#). *Engineering Structures*, 99:92–107.
- [11] TCVN-5574:2018. *Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép - Tiêu chuẩn thiết kế*. Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng - Bộ Xây dựng.
- [12] Zhu, R. R. H., Hsu, T. T. C. (2002). [Poisson effect in reinforced concrete membrane elements](#). *ACI Structural Journal*, 99(5):631–640.
- [13] Sáng, N. V., Dũng, N. A., Thắng, N. N., Dũng, L. Đ. (2024). [Nghiên cứu ứng xử chịu xoắn thuần túy của dầm bê tông cốt thép bằng mô hình màng hóa mềm cho xoắn](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (TCKHCNXD) - ĐHXDHN*, 18(4V):84–96.
- [14] Jeng, C.-H., Chiu, H.-J., Chen, C.-S. (2010). Modeling the Initial Stresses in Prestressed Concrete Members under Torsion. *Structures Congress 2010*, American Society of Civil Engineers, 1773–1781.
- [15] Shen, K., Wan, S., Mo, Y. L., Jiang, Z. (2018). [Theoretical analysis on full torsional behavior of RC beams strengthened with FRP materials](#). *Composite Structures*, 183:347–357.
- [16] Hiếu, N. T., Cường, L. T. (2018). Experimental study on the strengthening efficiency of reinforced concrete beams under torsion using CFRP sheets. *Khoa học Kỹ thuật và Công nghệ*, 60(3):30–35.
- [17] Đạt, P. X. (2020). [Nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm ứng xử xoắn thuần túy của dầm bê tông cốt thép](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCNXD) - ĐHXD*, 14(1V):73–80.
- [18] Lessing, N. N. (1959). Determination of the bearing capacity of reinforced concrete elements of rectangular cross-section, working in bending with torsion. *Investigation of the strength of elements of reinforced concrete structures*, 5:3–28.
- [19] EN-1992-1-1:2004. *Design of Concrete Structures, Reinforced Concrete Standards; Reinforced Concrete Construction Standards*. European Committee for Standardization.
- [20] ACI-318-19 (2019). *Building code requirements for structural concrete and commentary*. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI.
- [21] Wang, J. (2006). *Constitutive relationships of pre-stressed concrete membrane elements*. PhD thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Houston.
- [22] Luu, C. H., Mo, Y. L., Hsu, T. T. C. (2017). [Development of CSMM-based shell element for reinforced concrete structures](#). *Engineering Structures*, 132:778–790.
- [23] Jeng, C.-H. (2015). [Unified softened membrane model for torsion in hollow and solid reinforced concrete members: modeling precracking and postcracking behavior](#). *Journal of Structural Engineering*, 141(10): 04014243.
- [24] MATLAB (2023). *MATLAB - R2023a*.
- [25] Chiu, H.-J., Fang, I.-K., Young, W.-T., Shiau, J.-K. (2007). [Behavior of reinforced concrete beams with minimum torsional reinforcement](#). *Engineering Structures*, 29(9):2193–2205.
- [26] Lopes, S. M. R., Bernardo, L. F. A. (2009). [Twist behavior of high-strength concrete hollow beams–Formation of plastic hinges along the length](#). *Engineering Structures*, 31(1):138–149.
- [27] Jeng, C.-H., Peng, S.-F., Chiu, H.-J., Hsiao, C.-K. (2014). [New Torsion Experiment on Large-Sized Hollow Reinforced Concrete Beams](#). *ACI Structural Journal*, 111(6).
- [28] Eltaly, B., EL_Sayed, M., Meleka, N., Kandil, K. (2024). [Torsion behavior of strengthened reinforced concrete box girders with openings: Analytical and experimental investigation](#). *Structures*, 60:105908.