

NGHIÊN CỨU ỨNG XỬ CHỊU XOẮN CỦA DẦM BÊ TÔNG CỐT THÉP TRƯỚC VÀ SAU NÚT

Nguyễn Vĩnh Sáng^{a,*}, Nguyễn Anh Dũng^a, Nguyễn Xuân Huy^b, Trần Cao Thanh Ngọc^c

^aKhoa Công trình, Trường Đại học Thủy Lợi, số 175 Tây Sơn, quận Đống Đa, Hà Nội, Việt Nam

^bKhoa Kỹ thuật xây dựng, Trường Đại học Giao thông vận tải,
số 3 phố Cầu Giấy, quận Đống Đa, Hà Nội, Việt Nam

^cBộ môn Kỹ thuật xây dựng, Đại học Quốc tế, Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh,
Khu phố 6, TP. Thủ Đức, TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam

Nhận ngày 21/9/2023, Sửa xong 21/11/2024, Chấp nhận đăng 26/4/2024

Tóm tắt

Một quy trình được sử dụng để phân tích ứng xử của dầm bê tông cốt thép (BTCT) chịu xoắn qua các giai đoạn làm việc trước và sau nứt. Các mô hình lý thuyết khác nhau được sử dụng để phản ánh ứng xử thực tế của dầm trong các giai đoạn chịu tải trọng khác nhau. Để chuyển từ giai đoạn làm việc này qua giai đoạn làm việc khác các tiêu chí đánh giá được xem xét. Mô hình màng hóa mềm (SMM) được phát triển để dự đoán ứng xử của các phần tử màng BTCT chịu cắt được mở rộng cho các cấu kiện BTCT chịu lực xoắn. Phương pháp phân tích này xem xét sự làm việc của dầm BTCT sau nứt giống như một hệ giàn không gian có thanh chống là bê tông chịu nén, thanh kéo là cốt thép dọc và cốt thép đai. Mô hình SMM được sử dụng trong nghiên cứu này khi không xét đến ứng suất chịu kéo của bê tông nhằm đơn giản hóa mô hình tính toán chịu xoắn của dầm. Để dự đoán toàn bộ ứng xử mô men xoắn – góc xoắn của dầm BTCT chịu xoắn trước và sau nứt bê tông, ở giai đoạn trước nứt một mô hình dựa trên lý thuyết đàn hồi, lý thuyết ống thành mỏng, lý thuyết uốn vênh và mô hình vết nứt tròn cũng được sử dụng. Các dự đoán ứng xử lý thuyết được so sánh với các tiêu chuẩn hiện hành thông qua 41 mẫu thử nghiệm của các nghiên cứu trước đây.

Từ khóa: ứng xử chịu xoắn; mô men xoắn nứt; mô men xoắn cực hạn; bê tông cốt thép; mô hình màng hóa mềm.

TORSIONAL BEHAVIOR OF REINFORCEMENT CONCRETE BEAM IN PRE-CRACKING AND POST-CRACKING

Abstract

A computation procedure is used to analyze the behavior of reinforced concrete (RC) beams subjected to torsion in pre-cracking and post-cracking. Different theoretical models are used to reflect the beams' actual behavior in the various loading phases. Transition criteria must be considered to pass from one phase to the next. The Softened Membrane Model (SMM), developed for predicting the behavior of RC elements under shear, is extended to RC members subjected to torsion. This new analytical method considers the behavior of reinforced concrete beams post-cracking in a system where the strut is concrete in compression, and the tie-in tension is the rebar and stirrup. The simple SMM model is used in this study when the model application ignores tensile concrete. In the pre-cracking stage, a model is based on elastic theory, thin-walled tube theory, linear theory, and smeared models to predict the whole application of torque-twist of reinforced concrete beams subjected to torsion in pre-cracking and post-cracking. The proposed model gives good results when assessing the response to torsion of RC beams and is compared with action standards through 41 tests of previous studies.

Keywords: torsional behavior; cracking torque; ultimate torque; reinforcement concrete; softened membrane model.

© 2024 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: sangnv@tlu.edu.vn (Sáng, N. V.)

1. Giới thiệu

Các nghiên cứu đầu tiên về xoắn dầm bê tông cốt thép (BTCT) được bắt đầu từ đầu thế kỷ 20. Khi đánh giá sự làm việc của dầm BTCT khi chịu xoắn được chia thành ba giai đoạn chính: giai đoạn trước nứt, dầm làm việc trong miền đàn hồi và để đánh giá khả năng chịu lực thông qua lý thuyết uốn vênh, lý thuyết đàn hồi tuyến tính; giai đoạn sau nứt đàn hồi được tính toán dựa trên mô hình phân tích vết nứt trơn, lý thuyết ống mỏng Bredt's; giai đoạn đàn dẻo sau nứt, ứng xử của dầm rất phức tạp vì sự làm việc khác nhau của các thành phần cấu thành (bê tông, cốt thép) đến khả năng chịu xoắn, và các mô hình giản không gian được sử dụng để đánh giá ứng xử ở giai đoạn làm việc này.

Mô hình tính toán ứng xử chịu xoắn của dầm BTCT đã được đề xuất trong nhiều nghiên cứu trước đây. Lessig [?] đã phát triển mô hình uốn vênh để xác định khả năng chịu lực của dầm BTCT chịu xoắn từ những năm 1959. Theo mô hình này, khả năng chịu lực được tính bằng tổng chịu lực của cốt dọc và cốt đai nhưng không xét đến ứng xử qua các giai đoạn làm việc. Lý thuyết mô hình giản không gian từ lần đầu được giới thiệu năm 1960 và liên tục phát triển sau này. Raush [?] đã đề xuất mô hình giản hóa mềm góc thay đổi (RA-STM) và tiếp tục được phát triển [? ?]. Bernado [?] đã hiệu chỉnh mô hình RA-STM nhằm đơn giản hóa quá trình tính toán ứng xử chịu xoắn của dầm BTCT khi chỉ xét sự làm việc chịu nén của bê tông. Mô hình này tiếp tục phát triển mô hình này khi xét đến sự làm việc chịu kéo của bê tông để tăng độ chính xác trong tính toán [?]. Mô hình trường nén (CFT) và mô hình trường nén hiệu chỉnh (MCFT) cũng được phát triển để đánh giá ứng xử cho cấu kiện BTCT chịu cắt và áp dụng để tính toán cho cấu kiện chịu xoắn [? ?]. Rahal và Collins [?] tiếp tục phát triển mô hình MCFT để phân tích ứng xử của dầm BTCT và BTCT ứng suất trước chịu cắt, xoắn và uốn kết hợp. Mô hình màng hóa mềm (SMM) được phát triển muộn hơn, mô hình này xét đến sự mềm hóa của bê tông chịu nén để phân tích ứng xử chịu xoắn cho dầm bê tông cốt thép [?]. Tuy nhiên, mô hình SMM không xét đến sự làm việc chịu kéo của bê tông nên chỉ áp dụng để đánh giá ứng xử ở giai đoạn sau nứt [?]. Jeng và cs. [?] đã sử dụng mô hình SMM để phân tích ứng xử dầm BTCT ứng suất trước chịu xoắn. Trong khi đó, một số nghiên cứu khác [? ?] sử dụng mô hình này để đánh giá dầm bê tông cốt thép được gia cường bằng polyme cốt sợi FRP cho kết quả đáng tin cậy khi so sánh với kết quả của nghiên cứu thực nghiệm. Ở Việt Nam, một số nghiên cứu bằng thực nghiệm và tính toán lý thuyết cho dầm BTCT chịu xoắn. Hiếu và Cường [?] đã nghiên cứu bằng thực nghiệm gia cường dầm chịu xoắn thuần túy bằng polyme cốt sợi các bon có so sánh với dầm đối chứng không gia cường. Đạt [?] đã tiến hành nghiên cứu bằng thực nghiệm chịu xoắn thuần túy dầm BTCT và so sánh với tính toán lý thuyết theo tiêu chuẩn ACI 318-19 [?] và EC2 [?].

Trong nghiên cứu này lý thuyết đàn hồi, lý thuyết uốn vênh và lý thuyết ống thành mỏng Bres't được sử dụng để đánh giá sự làm việc ở giai đoạn đàn hồi và mô hình SMM đơn giản khi không xét đến sự làm việc chịu kéo của bê tông để đánh giá ứng xử đàn dẻo của dầm BTCT chịu xoắn. Ngoài ra, kết quả tính toán được so sánh với các tính toán của tiêu chuẩn hiện hành, các nghiên cứu lý thuyết tính toán cũng như kết quả nghiên cứu thực nghiệm cho mô men xoắn nứt và mô men xoắn cực hạn nhằm đánh giá độ tin cậy của mô hình sử dụng.

2. Ứng xử chịu xoắn thuần túy

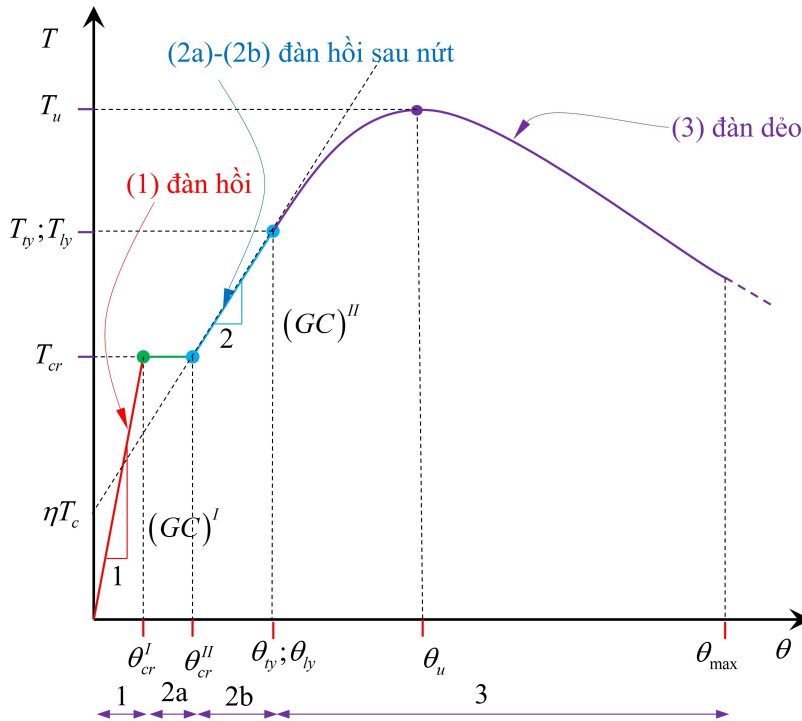
Nhìn chung, thông qua các nghiên cứu thực nghiệm ứng xử của dầm BTCT thông thường khi chịu xoắn thuần túy trải qua ba giai đoạn: giai đoạn đàn hồi trước nứt, giai đoạn đàn hồi sau nứt và giai đoạn đàn dẻo được thể hiện thông qua quan hệ $T - \theta$ lý tưởng như trên Hình 1 của Bernado [?].

2.1. Giai đoạn đàn hồi trước nứt bê tông

Theo lý thuyết đàn hồi để xác định ứng xử của dầm trước nứt, góc xoắn trên một đơn vị chiều dài được xác định bởi công thức sau:

$$\theta = \frac{T}{K(GC)^I} = \frac{T}{K_t^I} \quad (1)$$

trong đó T là mô men xoắn, $(GC)^I$ là độ cứng kháng xoắn ở giai đoạn I và K là hệ số điều chỉnh, ($K \approx 0,7 - 1,0$). Hệ số điều chỉnh K được tính đến do sự suy giảm độ cứng được xác định trong các thí nghiệm. G là mô đun cắt của bê tông được xác định bởi $G = E_c / [2(1 + \nu)]$ và ν là hệ số Poisson. Với C là hệ số độ cứng được xác định theo lý thuyết St. Venan't.



Hình 1. Quan hệ mô men xoắn – góc xoắn lý tưởng đầm BTCT [?]

Mô men xoắn nứt được xác định bởi nhiều lý thuyết khác nhau: lý thuyết đàn hồi, lý thuyết uốn vênh và lý thuyết ống thành mỏng được trình bày trong các tiêu chuẩn, các nghiên cứu trước đây và tổng hợp ở Bảng 1.

Bảng 1. Xác định mô men xoắn nứt theo các lý thuyết khác nhau

Tham khảo	Hệ thức xác định	Lý thuyết tính toán
Lý thuyết đàn hồi	$T_{cr} = W_T f_{cr}$ Với đầm đặc: $W_T = \alpha x^2 y$ Hệ số đàn hồi St. Venan't: $\alpha = (1 - 0,63x/y)^3$	Lý thuyết đàn hồi
[?]	$T_{cr} = 6y(x^2 + 10)\sqrt[3]{f'_c}$	Lý thuyết uốn vênh
[?]	Với đầm đặc: $T_{cr} = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right)$	Lý thuyết ống thành mỏng Bres't [?]

2.2. Giai đoạn đàn hồi sau nứt bê tông

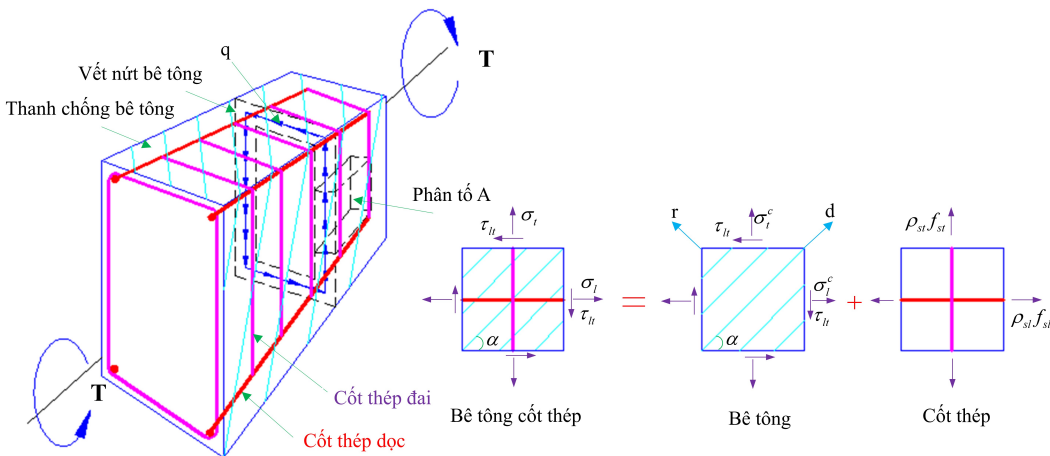
Độ cứng kháng xoắn sau nứt $(GC)^{II}$ của dầm được đề xuất bởi Hsu [?] bằng cách xem xét sự làm việc như một ống bê tông cốt thép có chiều dày thành ống không đổi. Lý thuyết đề xuất này cũng đã được xác minh bằng thực nghiệm cho thấy ứng xử xoắn thuần túy sau nứt không bị ảnh hưởng bởi lỗi bê tông trong tiết diện. Để dự đoán ứng xử nứt của dầm, ống bê tông được lý tưởng hóa thông qua mô hình giàn do Rausch [?] đề xuất dựa trên nghiên cứu của Hsu [?]. Phương trình xác định độ cứng kháng xoắn $(GC)^{II}$ cho tiết diện chữ nhật như sau:

$$(GC)^{II} = \frac{E_s x_0^2 y_0^2 xy}{(x_0 + y_0)^2 \left[\frac{2nxy}{(x_0 + y_0)t} + \frac{1}{\rho_{st}} + \frac{1}{\rho_{sl}} \right]} \quad (2)$$

trong đó $n = E_s/E_c$, x và y lần lượt là cạnh ngắn và dài của tiết diện. x_0, y_0 là cạnh ngắn và dài tính từ tâm dòng chảy cắt. f'_c là cường độ chịu nén của bê tông mẫu lăng trụ, A_{cp} là diện tích tiết diện bê tông, p_{cp} là chu vi tiết diện bê tông. ρ_{sl} và ρ_{st} lần lượt là hàm lượng cốt thép dọc và thép ngang.

3. Giai đoạn làm việc sau đàn hồi của dầm

Vết nứt chính của dầm BTCT khi chịu xoắn thuần túy từ thực nghiệm thể hiện trên Hình 2. Khi mô men xoắn nứt đạt tới giá trị gây nứt, các vết nứt theo hình xoắn ốc sẽ phát triển xung quanh mặt cắt ngang dầm. Sau khi bị nứt, có thể lý tưởng hóa dầm làm việc như một giàn không gian với thanh chống là thanh bê tông chéo chịu nén, thanh chịu kéo là thép dọc theo phương dọc, thanh giằng là cốt đai theo phương đứng được thể hiện như Hình 2. Trong phương pháp đề xuất cần giải các phương trình cân bằng ứng suất và tương thích biến dạng cùng với các ứng xử của vật liệu cấu thành phân tử khi chịu xoắn thuần túy. Đặc biệt, đối với thanh chống bê tông chịu nén có sự suy giảm cường độ đáng kể do vết nứt chéo gây ra bởi lực kéo theo hướng vuông góc (mềm hóa bê tông). Do đó, nghiên cứu này sẽ sử dụng mô hình SMM đã có để tính toán dầm BTCT và so sánh với kết quả với thực nghiệm để kiểm chứng độ tin cậy của mô hình này. Một thuật toán thử dần và sai số được phát triển trong môi trường của phần mềm thương mại MATLAB [?] để giải các phương trình nhằm xác định từng điểm của đường cong quan hệ mô men xoắn – góc xoắn.



Hình 2. Ứng xử của dầm BTCT chịu xoắn và phân tử ứng suất phẳng từ dòng chảy cắt theo [?]

Hình 2 thể hiện dầm BTCT chịu một ngoại lực là mô men xoắn T . Đồng thời, trong dầm cũng phát sinh một nội lực để chống lại ngoại lực T . Nội lực này sinh ra từ dòng chảy cắt q được phát triển

từ trọng tâm của vùng chảy cắt có chiều dày t_d . Sau khi bê tông bị nứt, mô men xoắn bị chống lại bởi hệ giàn ảo có các thanh chống chịu nén nghiêng là bê tông, thanh chịu kéo là thép dọc, thép đai. Xem xét phân tố A khi bê tông bị nứt, giả thiết là nằm trong mặt phẳng của dòng chảy cắt, trạng thái ứng suất phẳng biểu diễn bằng đường tròn Mohr's. Ứng suất trong phân tố A gồm có ba thành phần đó là σ_l ; σ_t và τ_{lt} . Thép dọc và thép đai được bố trí theo phương dọc l và trục ngang t có khoảng cách đều nhau. Vết nứt bê tông tạo với trục dọc dầm một góc α , dầm chịu xoắn thuần túy nên $\sigma_l = \sigma_t = 0$ ứng suất chính trên thanh chống bê tông được ký hiệu là σ_d ; σ_r . Do đó, từ trạng thái cân bằng ứng suất suy ra các mối quan hệ theo phương trình dưới đây:

$$-\sigma_d \cos^2 \alpha = \rho_{sl} f_{sl} \quad (3)$$

$$-\sigma_d \sin^2 \alpha = \rho_{st} f_{st} \quad (4)$$

$$\tau_{lt} = -\sigma_d \sin \alpha \cos \alpha \quad (5)$$

$$T = \tau_{lt} (2A_0 t_d), \quad T = \tau_{lt} (2A_0 t_d) \quad (6)$$

$$\tau_{lt} = (-\sigma_d) \sin \alpha \cos \alpha \quad (7)$$

trong đó σ_l và σ_t lần lượt là ứng suất pháp tuyến của phần tử theo phương dọc l và phương ngang t . σ_d và σ_r lần lượt là ứng suất nén và ứng suất kéo chính theo phương $d - r$; τ_{lt} là ứng suất cắt; ρ_{sl} và ρ_{st} lần lượt là hàm lượng cốt thép dọc và thép ngang; f_{sl} , f_{st} là ứng suất của cốt thép theo phương dọc và phương ngang. T là mô men xoắn của ngoại lực và A_0 là diện tích mặt cắt ngang tính từ tâm dòng chảy cắt. Hàm lượng cốt thép được sử dụng trong các phương trình trên được tính bằng các biểu thức sau:

$$\rho_{sl} = \frac{A_{sl}}{p_0 t_d}, \quad \rho_{st} = \frac{A_{st} p_{st}}{p_0 t_d s} \quad (8)$$

trong đó p_0 là chu vi dòng chảy cắt tính từ trọng tâm; t_d là chiều dày hiệu dụng của dòng chảy cắt; A_{sl} là tổng diện tích thép dọc; A_{st} là diện tích của một nhánh đai, p_{st} là chu vi vòng cốt đai kín; s là khoảng cách cốt đai.

Dòng chảy cắt xuất phát từ phương trình (6) có dạng:

$$T = (-\sigma_d) 2A_0 t_d \sin \alpha \cos \alpha \quad (9)$$

3.1. Phương trình tương thích

Biến dạng trong mặt phẳng của phân tố phải thỏa mãn các phương trình tương thích sau đây liên hệ giữa biến dạng trượt của thành mỏng γ_{lt} với biến dạng dài của bê tông và cốt thép

$$\varepsilon_l + \varepsilon_t = \varepsilon_d + \varepsilon_r \quad (10)$$

$$\varepsilon_l = \varepsilon_d \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \sin^2 \alpha \quad (11)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \sin^2 \alpha + \varepsilon_r \cos^2 \alpha \quad (12)$$

$$\frac{\gamma_{lt}}{2} = (-\varepsilon_d + \varepsilon_r) \sin \alpha \cos \alpha \quad (13)$$

Theo phương trình tương thích của lý thuyết ống thành mỏng, góc xoắn trên một đơn vị chiều dài θ liên quan đến biến dạng trượt của thành ống bằng phương trình:

$$\theta = \frac{P_0}{2A_0} \gamma_{lt} \quad (14)$$

Hơn nữa, sự uốn cong của thanh chống bê tông gây ra bởi sự cong vênh do xoắn được xác định bởi các điều kiện tương thích và độ cong của thanh chống bê tông ψ là:

$$\psi = 2\theta \sin \alpha \cos \alpha = \theta \sin 2\alpha = \frac{P_0}{2A_0} \gamma_{tl} \sin 2\alpha \quad (15)$$

Giả sử phân bố biến dạng tuyến tính theo chiều dày hiệu dụng của vùng nén trong các thanh chống nghiêng chịu nén, biến dạng nén lớn nhất ε_{ds} tại bề mặt ngoài của thanh chống được biểu thị bằng:

$$\varepsilon_{ds} = t_d \psi \quad (16)$$

Thay thế từ phương trình (14) vào phương trình (15) và giả sử rằng biến dạng nén trung bình ε_d bằng nửa biến dạng lớn nhất ε_{ds} , mối quan hệ sau được suy ra:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_d + \frac{A_0 (-\varepsilon_d) (-\sigma_d)}{A_{sl} f_{sl}} \quad (17)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d + \frac{A_0 (-\varepsilon_d) (-\sigma_d)}{\left(\frac{P_0 A_{st} f_{st}}{s} \right)} \quad (18)$$

Cũng cần lưu ý rằng việc thay thế γ_{tl} từ phương trình (13) và (17) và (18), t_d có thể được biểu thị bằng:

$$t_d = \frac{A_0}{p_0} \frac{(-\varepsilon_d) (\varepsilon_r - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_l - \varepsilon_d) (\varepsilon_t - \varepsilon_d)} \quad (19)$$

trong đó p_0 chu vi và diện tích A_0 của đường tâm của dòng cắt liên quan đến diện tích A_c và chu vi p_c của mặt cắt ngang xác định như sau:

$$A_0 = A_c - 0,5 p_c t_d + t_d^2 \quad (20)$$

$$p_0 = p_c - 4 t_d \quad (21)$$

Giá trị của ε_r và α có thể được biểu thị dưới dạng biến dạng ε_l , ε_t và ε_d bằng phương trình:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_l + \varepsilon_t - \varepsilon_d \quad (22)$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{\varepsilon_l - \varepsilon_d}{\varepsilon_t - \varepsilon_d} \quad (23)$$

3.2. Quan hệ ứng suất – biến dạng của vật liệu

a. Quan hệ ứng suất – biến dạng của bê tông

Quan hệ ứng suất - biến dạng của bê tông trong mô hình được thể hiện trên Hình 3(a) được phát triển bởi [?] cho bê tông mềm hóa. Khi $\varepsilon_{ds}/\varepsilon_p \leq 1$ ứng xử của bê tông được thể hiện bằng hệ thức (24). Khi $\varepsilon_{ds}/\varepsilon_p > 1$ bê tông mềm hóa được thể hiện bởi hệ thức (25).

$$\sigma_d = \sigma_p \left[2 \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_p} - \left(\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_p} \right)^2 \right] \quad \text{Khi} \quad \frac{\varepsilon_{ds}}{\varepsilon_p} \leq 1 \quad (24)$$

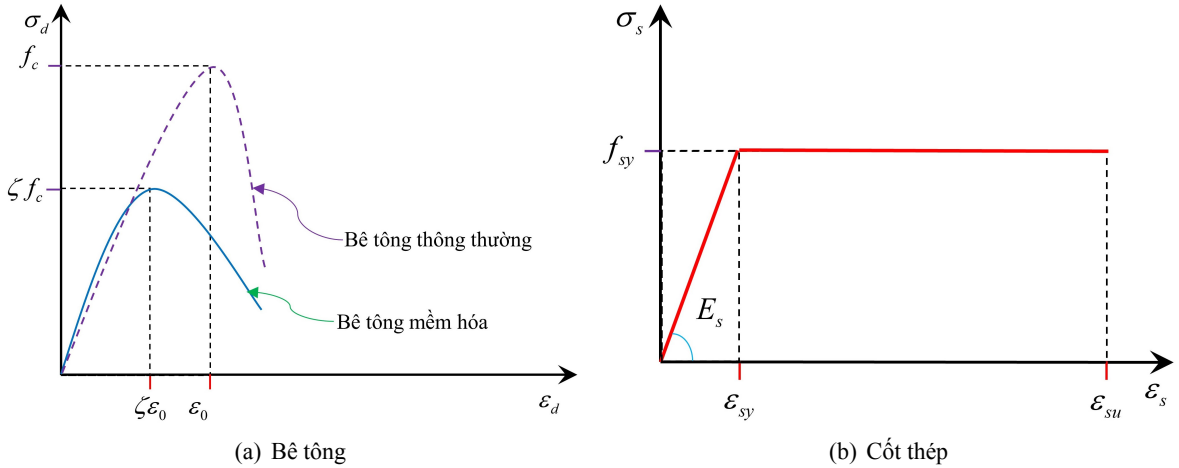
$$\sigma_d = \sigma_p \left(1 - \frac{\varepsilon_p^2}{(2\varepsilon_0 - \varepsilon_p)^2} \right) \left[1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{ds}} \right] + \frac{\varepsilon_p^2}{(2\varepsilon_0 - \varepsilon_p)^2} \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{ds}} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{ds}} \right] \quad \text{Khi} \quad \frac{\varepsilon_{ds}}{\varepsilon_p} > 1 \quad (25)$$

$$\sigma_p = \zeta f'_c \quad (26)$$

$$\varepsilon_p = \zeta \varepsilon_0 \quad (27)$$

trong đó ε_0 là biến dạng bê tông tại ứng suất nén đỉnh được lấy là $-0,002$, ζ là hệ số hóa mềm tính theo phương trình (28).

$$\zeta = \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400\varepsilon_r}} \quad (28)$$



Hình 3. Quan hệ ứng suất – biến dạng vật liệu

b. Quan hệ ứng suất – biến dạng của cốt thép

Mối quan hệ ứng suất - biến dạng của cốt thép được sử dụng trong SMM cho cả thép dọc và thép đai thể hiện trên Hình 3(b) [? ?]. Cốt thép làm việc đàn hồi tuyến tính khi biến dạng $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ và quan hệ ứng suất – biến dạng cốt thép giai đoạn này theo định luật Hook. Khi $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$, xem xét thép chảy dẻo lý tưởng nghĩa là ứng suất trong cốt thép không thay đổi khi biến dạng tăng.

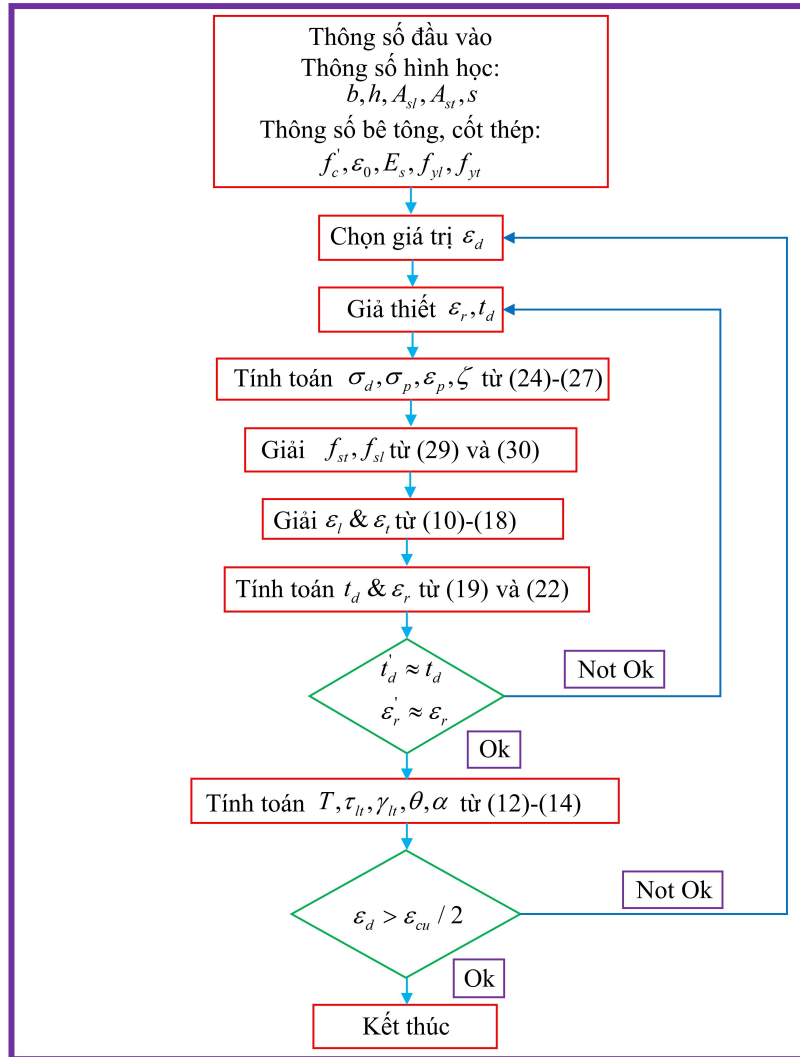
$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{Khi } \varepsilon_s < \varepsilon_y \quad (29)$$

$$f_s = f_y \quad \text{Khi } \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad (30)$$

3.3. Sơ đồ thuật toán

Một sơ đồ thuật toán để trình bày, minh họa các bước giải đường cong quan hệ $T - \theta$ được thể hiện trên Hình 4. Một chương trình được sử dụng trong môi trường MATLAB bằng thuật toán thử và sai để tính toán từng điểm của đường cong quan hệ mô men xoắn – góc xoắn trên một đơn vị dài. Trên thực tế, ε_d thay đổi từ 0 đến cực đại, trong nghiên cứu này (ε_d) nằm trong khoảng từ 0,00030 đến 0,00175.

Ban đầu, các thông số đầu vào của bài toán như kích thước hình học, đặc tính vật liệu bê tông, đặc tính của cốt thép được đưa vào, các tính toán cơ bản về hình học và đặc trưng cơ học được thực hiện. Sau đó, chọn giá trị (ε_d) và giả thiết giá trị (ε_r, t_d) và các vòng lặp được sử dụng thực hiện, kiểm tra hội tụ và gia tăng cho đến khi ε_d đạt đến giá trị lớn nhất là $\varepsilon_{cu}/2$. Cuối cùng, tất cả các biến chưa biết được đưa ra và các điểm của đường cong quan hệ $T - \theta$ được xác định.



Hình 4. Sơ đồ thuật toán SMM cho dầm chịu xoắn

4. Kiểm chứng quy trình tính toán đề xuất

4.1. Ví dụ số

Quy trình tính toán phức tạp kết hợp nhiều mô hình đã trình bày ở các mục trước sẽ được kiểm chứng với các nghiên cứu thực nghiệm đã thực hiện trước đây với tổng 41 mẫu thử bố trí cốt thép đai, thép dọc và cường độ chịu nén bê tông khác nhau [? ? ? ?]. Mô men xoắn nứt và mô men xoắn cực hạn, ứng xử thông qua biểu đồ quan hệ mô men xoắn – góc xoắn được trình bày và thảo luận.

4.2. Mô men xoắn nứt

Mô men xoắn nứt được tính toán theo lý thuyết đàn hồi, lý thuyết uốn vênh, lý thuyết ống thành mỏng Bres't được trình bày bởi tiêu chuẩn ACI 318-05 [?] cho và được tổng hợp ở Bảng 2. Tỷ số trung bình giữa $T_{cr,Cal}/T_{cr,exp}$ theo lý thuyết đàn hồi, lý thuyết uốn vênh và ống thành mỏng Bres't lần lượt là 0,68; 0,88 và 0,56. Qua đó cho thấy rằng, mô men xoắn nứt theo lý thuyết uốn vênh cho giá trị lớn nhất, trái lại lý thuyết ống thành mỏng cho giá trị nhỏ nhất. Nghĩa là, theo lý thuyết uốn vênh cho kết quả gần với thực nghiệm nhất trong khi đó theo ACI 318-05 [?] cho thấy sự an toàn trong bài toán thiết kế theo tiêu chuẩn này.

Bảng 2. So sánh mô men xoắn nứt giữa thực nghiệm và tính toán

Tham khảo	Mẫu thử	$T_{cr,exp}$ (kN.m)	Lý thuyết đàn hồi		Lý thuyết uốn vênh [?]		Lý thuyết ống thành mỏng [?]	
			$T_{cr,Cal}$ (kN.m)	$\frac{T_{cr,Cal}}{T_{cr,exp}}$	$T_{cr,Cal}$ (kN.m)	$\frac{T_{cr,Cal}}{T_{cr,exp}}$	$T_{cr,Cal}$ (kN.m)	$\frac{T_{cr,Cal}}{T_{cr,exp}}$
[?]	B-1	4,00	2,07	0,52	3,42	0,85	1,90	0,47
	B-2	4,10	2,07	0,50	3,42	0,83	1,90	0,46
[?]	B1	20,00	16,14	0,81	17,76	0,89	12,78	0,64
	B2	20,00	16,74	0,84	17,98	0,90	13,02	0,65
	B3	20,11	16,42	0,82	17,86	0,89	12,89	0,64
	B4	21,92	17,87	0,82	18,37	0,84	13,45	0,61
	B5	22,60	16,99	0,75	18,06	0,80	13,11	0,58
	B6	24,97	16,87	0,68	18,02	0,72	13,06	0,52
	B7	20,22	15,21	0,75	17,41	0,86	12,41	0,61
	B8	21,81	15,66	0,72	17,58	0,81	12,59	0,58
	B9	19,66	16,87	0,86	18,02	0,92	13,06	0,66
	B10	17,63	15,50	0,88	17,52	0,99	12,52	0,71
	C1	11,30	8,99	0,80	11,66	1,03	6,94	0,61
	C2	11,07	9,06	0,82	11,69	1,06	6,96	0,63
	C3	11,86	9,18	0,77	11,74	0,99	7,01	0,59
	C4	11,86	9,04	0,76	11,68	0,98	6,96	0,59
	C5	14,01	9,30	0,66	11,79	0,84	7,05	0,50
	C6	13,90	9,42	0,68	11,84	0,85	7,10	0,51
	G1	26,78	22,14	0,83	23,32	0,87	18,50	0,69
	G2	30,28	22,30	0,74	23,38	0,77	18,57	0,61
	G3	27,12	22,60	0,83	23,48	0,87	18,69	0,69
	G4	28,70	22,25	0,78	23,36	0,81	18,55	0,65
	G5	29,49	22,88	0,78	23,58	0,80	18,81	0,64
	G6	30,96	23,18	0,75	23,68	0,76	18,93	0,61
	G7	33,67	22,88	0,68	23,58	0,70	18,81	0,56
	G8	33,67	23,18	0,69	23,68	0,70	18,93	0,56
[?]	R(a)	1,93	1,07	0,56	1,97	1,02	1,01	0,52
	R(b)	2,32	1,26	0,54	2,08	0,90	1,09	0,47
	R(c)	2,04	1,23	0,61	2,07	1,01	1,08	0,53
	Rh(a)	3,79	2,51	0,66	3,34	0,88	2,04	0,54
	Rh(b)	3,37	2,21	0,66	3,20	0,95	1,91	0,57
	Rh(c)	3,37	2,28	0,68	3,23	0,96	1,94	0,58
[?]	R4-20	2,17	1,07	0,50	1,97	0,91	1,01	0,46
	R4-15	2,01	1,07	0,53	1,97	0,98	1,01	0,50
	R4-10	2,00	1,07	0,54	1,97	0,99	1,01	0,50
	R6-20	2,40	1,26	0,53	2,08	0,87	1,09	0,45
	R6-15	2,59	1,26	0,49	2,08	0,80	1,09	0,42

Tham khảo	Mẫu thử	$T_{cr,exp}$ (kN.m)	Lý thuyết đàn hồi		Lý thuyết uốn vênh [?]]		Lý thuyết ống thành mỏng [?]]	
			$T_{cr,Cal}$ (kN.m)	$\frac{T_{cr,Cal}}{T_{cr,exp}}$	$T_{cr,Cal}$ (kN.m)	$\frac{T_{cr,Cal}}{T_{cr,exp}}$	$T_{cr,Cal}$ (kN.m)	$\frac{T_{cr,Cal}}{T_{cr,exp}}$
	R6-10	2,64	1,26	0,48	2,08	0,79	1,09	0,41
	RH4-20	3,22	2,21	0,69	3,20	0,99	1,91	0,59
	RH4-15	3,64	2,21	0,61	3,20	0,88	1,91	0,53
	RH4-10	4,18	2,21	0,53	3,20	0,77	1,91	0,46
	RH6-20	3,78	2,08	0,55	3,13	0,83	1,85	0,49
	RH6-15	3,55	2,08	0,58	3,13	0,88	1,85	0,52
	RH6-10	3,72	2,08	0,56	3,13	0,84	1,85	0,50
	RH8-20	3,45	2,28	0,66	3,23	0,94	1,94	0,56
	RH8-15	3,30	2,28	0,69	3,23	0,98	1,94	0,59
	RH8-10	3,68	2,28	0,62	3,23	0,88	1,94	0,53
	Trung bình			0,68		0,88		0,56
	Độ lệch chuẩn SD			0,116		0,088		0,073
	Biến động CV			0,171		0,100		0,130

4.3. Mô men xoắn cực hạn

Mô men xoắn cực hạn theo tiêu chuẩn ACI 318-19 [?] và EC2 [?] không nhỏ hơn một trong hai giá trị sau:

ACI 318-19 [?]:

$$T_{u,ACI} = \min \left\{ \frac{2A_0A_vf_{yt}}{s} \cot \alpha; \frac{2A_0A_{sl}f_{yl}}{P_h} \tan \alpha \right\} \quad (31)$$

EC2 [?]:

$$T_{u,EC2} = \min \left\{ \frac{2A_kA_vf_{yt}}{s} \cot \alpha; \frac{2A_kA_{sl}f_{yl}}{U_k} \tan \alpha \right\} \quad (32)$$

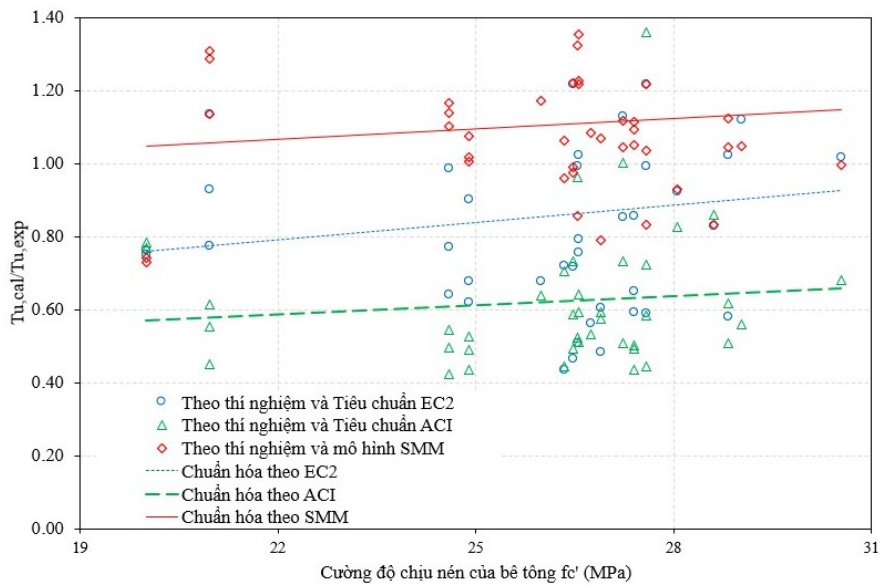
trong đó A_v , f_{yt} tương ứng là diện tích một nhánh đai và cường độ chảy dẻo của cốt thép đai. A_{sl} , f_{yl} là tổng diện tích và cường độ chảy dẻo thép dọc tương ứng. P_h là chu vi lõi được bao bởi cốt đai kín. A_k là diện tích phần ống thành mỏng hiệu dụng. U_k là chu vi trung bình của phần ống thành mỏng.

Kết quả tính toán của 41 mẫu thử được thể hiện trong Bảng 3. Tỷ số giữa mô men xoắn cực hạn theo tính toán và mô men xoắn theo tính toán ($T_{u,Cal}/T_{u,exp}$) theo ACI 318-19 [?] cho giá trị nhỏ nhất, trong khi đó theo SMM cho giá trị lớn nhất. Hệ số biến động CV tính toán bằng tiêu chuẩn EC2 lại cho hệ số lớn nhất và bằng 0,381; còn theo mô hình SMM và ACI 318-19 nhỏ hơn lần lượt là 0 0,221; 0,290. Trên Hình 5 thể hiện sự phân bố của tỷ số ($T_{u,Cal}/T_{u,exp}$) và cường độ chịu nén bê tông của 41 mẫu thử. Theo Hình 5, đường chuẩn hóa theo EC2 và ACI 318-19 nhỏ hơn 1 (trong đó ACI 318-19 thì tất cả mẫu – chiếm 100%, theo EC2 thì có 32/41 mẫu chiếm 78% có tỷ số nhỏ hơn 1) cho thấy việc thiết kế theo tiêu chuẩn là an toàn. Trái lại, theo SMM cho kết quả sát với thực nghiệm nhất nhưng đường chuẩn hóa theo SMM lại lớn hơn 1 (chỉ có 10/41 mẫu – chiếm 24,3% mẫu có tỷ số nhỏ hơn 1). Ngoài ra, ứng xử chịu xoắn của dầm BTCT ở các giai đoạn làm việc theo SMM thông qua đường quan hệ mô men xoắn – góc xoắn được thể hiện trên Hình 6. Theo đó, mô hình tính toán cho kết quả khá tốt với ứng xử và giá trị thí nghiệm ở giai đoạn đàn hồi nhưng khi có sự phi tuyến vật liệu mô hình SMM cho kết quả dự đoán lớn hơn thực nghiệm về giá trị mô men cực hạn.

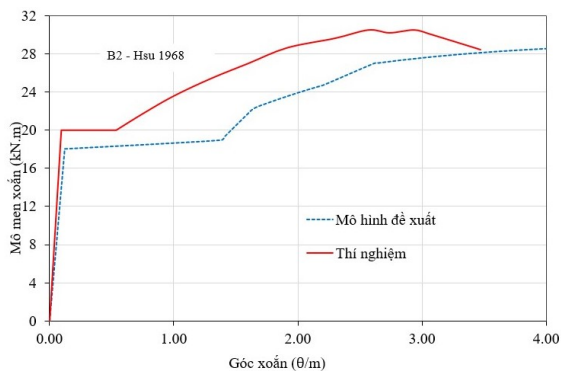
Bảng 3. So sánh mô men xoắn cực hạn giữa thực nghiệm và tính toán

Tham khảo	Mẫu thử	$T_{u,exp}$ (kN.m)	Mô hình SMM		EC2 [?]		ACI 318-19 [?]	
			$T_{u,SMM}$ (kN.m)	$\frac{T_{u,SMM}}{T_{u,exp}}$	$T_{u,EC2}$ (kN.m)	$\frac{T_{u,EC2}}{T_{u,exp}}$	$T_{u,ACI}$ (kN.m)	$\frac{T_{u,ACI}}{T_{u,exp}}$
[?]	B-1	6,10	4,45	0,73	4,57	0,75	4,70	0,77
	B-2	6,00	4,45	0,74	4,57	0,76	4,70	0,78
[?]	B1	29,26	24,37	0,83	17,24	0,59	17,10	0,58
	B2	29,26	24,37	0,83	24,27	0,83	25,16	0,86
	B3	37,51	34,91	0,93	34,60	0,92	30,94	0,82
	B4	47,34	47,13	1,00	48,20	1,02	32,28	0,68
	B5	56,15	58,81	1,05	62,96	1,12	31,47	0,56
	B6	61,69	64,45	1,04	63,18	1,02	31,36	0,51
	B7	26,89	31,53	1,17	18,21	0,68	17,20	0,64
	B8	32,54	35,26	1,08	18,32	0,56	17,31	0,53
	B9	29,83	33,53	1,12	17,34	0,58	18,43	0,62
	B10	37,20	36,82	0,99	17,29	0,46	18,38	0,49
	C1	11,30	12,02	1,06	8,12	0,72	7,96	0,70
	C2	15,30	20,24	1,32	15,17	0,99	14,71	0,96
	C3	20,00	21,36	1,07	12,13	0,61	11,88	0,59
	C4	25,30	30,83	1,22	30,77	1,22	14,87	0,59
	C5	29,70	33,17	1,12	33,55	1,13	15,08	0,51
	C6	34,20	35,37	1,03	33,93	0,99	15,17	0,44
	G1	26,78	25,67	0,96	11,69	0,44	11,94	0,45
	G2	40,34	34,51	0,86	20,47	0,51	21,17	0,52
	G3	49,60	39,19	0,79	23,95	0,48	28,54	0,58
	G4	64,85	63,18	0,97	46,58	0,72	47,56	0,73
	G5	71,97	75,26	1,05	61,42	0,85	52,81	0,73
	G6	39,09	86,80	2,22	89,35	2,29	53,15	1,36
	G7	52,65	86,02	1,63	81,85	1,55	52,81	1,00
	G8	73,44	89,40	1,22	89,35	1,22	53,15	0,72
[?]	R4-20	2,38	3,06	1,29	1,84	0,77	1,46	0,61
	R4-15	2,64	3,45	1,31	2,46	0,93	1,46	0,55
	R4-10	3,25	3,69	1,14	3,69	1,13	1,46	0,45
	R6-20	2,87	3,27	1,14	1,84	0,64	1,57	0,55
	R6-15	3,18	3,71	1,17	2,46	0,77	1,58	0,50
	R6-10	3,74	4,12	1,10	3,69	0,99	1,58	0,42
	RH4-20	3,94	5,33	1,35	2,98	0,76	2,53	0,64
	RH4-15	5,01	6,09	1,22	3,97	0,79	2,97	0,59
	RH4-10	5,83	7,14	1,22	5,96	1,02	2,97	0,51

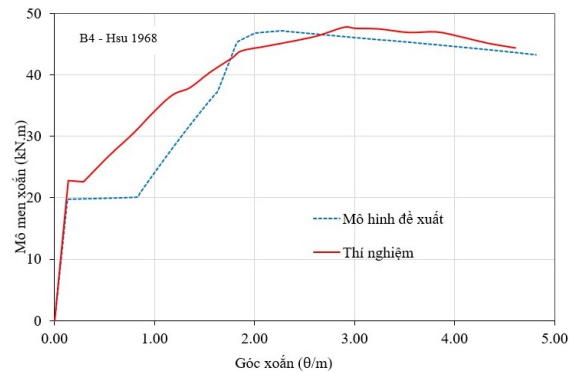
Tham khảo	Mẫu thử	$T_{u,exp}$ (kN.m)	Mô hình SMM		EC2 [?]		ACI 318-19 [?]	
			$T_{u,SMM}$ (kN.m)	$\frac{T_{u,SMM}}{T_{u,exp}}$	$T_{u,EC2}$ (kN.m)	$\frac{T_{u,EC2}}{T_{u,exp}}$	$T_{u,ACI}$ (kN.m)	$\frac{T_{u,ACI}}{T_{u,exp}}$
	RH6-20	4,81	5,17	1,07	2,98	0,62	2,53	0,53
	RH6-15	5,86	5,89	1,01	3,97	0,68	2,88	0,49
	RH6-10	6,61	6,73	1,02	5,96	0,90	2,88	0,44
	RH8-20	5,03	5,60	1,11	2,98	0,59	2,53	0,50
	RH8-15	6,12	6,42	1,05	3,97	0,65	3,02	0,49
	RH8-10	6,95	7,59	1,09	5,96	0,86	3,02	0,43
Trung bình				1,106		0,857		0,621
Độ lệch chuẩn SD				0,246		0,328		0,182
Biến động CV				0,221		0,381		0,290



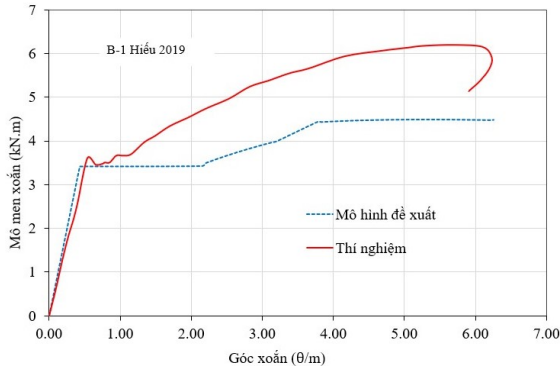
Hình 5. Tỷ số mô men xoắn thực nghiệm và tính toán theo cường độ chịu nén của bê tông



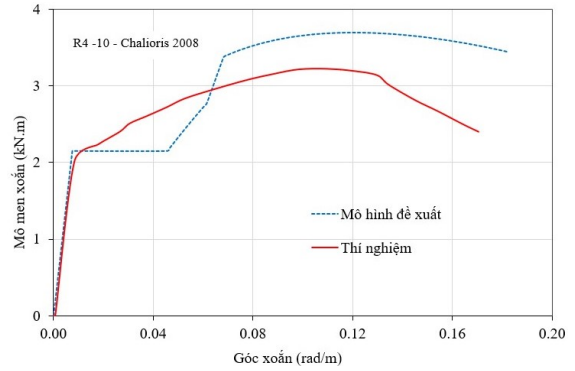
(a) Mẫu thử B2 [?]



(b) Mẫu thử B4 [?]



(c) Mẫu thử B-1 [?]



(d) Mẫu thử R4-10 [?]

Hình 6. Quan hệ mô men xoắn – góc xoắn của một số mẫu thử

5. Kết luận

Bài báo đã trình bày dự đoán ứng xử chịu xoắn dầm BTCT theo các giai đoạn làm việc khác nhau tương ứng với các lý thuyết tính toán khác nhau: ở giai đoạn đàn hồi sử dụng lý thuyết uốn vênh, lý thuyết đàn hồi, lý thuyết ống thành mỏng Brest' và giai đoạn đàn dẻo là mô hình SMM. Quy trình tính toán kết hợp nhiều mô hình tính phức tạp cho từng giai đoạn làm việc chịu xoắn của dầm sử dụng được kiểm chứng, so sánh với 41 mẫu thí nghiệm của các nghiên cứu đã công bố. Dựa trên kết quả so sánh về giá trị mô men xoắn nứt, mô men cực hạn, biểu đồ ứng xử mô men xoắn – góc xoắn, có thể rút ra một số kết luận sau:

- Mô men xoắn nứt được tính toán theo các lý thuyết uốn vênh, lý thuyết đàn hồi, ống thành mỏng Brest' cho kết quả nhỏ hơn thực nghiệm. Bên cạnh đó, theo lý thuyết ống thành mỏng Bres't theo tiêu chuẩn ACI 318-05 cho kết quả nhỏ nhất đảm bảo an toàn trong thiết kế của tiêu chuẩn này.

- Mô hình SMM đơn giản khi không xét đến ứng suất kéo của bê tông cho kết quả dự báo mô men cực hạn gần với thực nghiệm nhưng tỉ số $(T_{u,Cal}/T_{u,exp})$ lại lớn hơn ACI 318-19 và EC2.

- Kết quả dự báo mô men xoắn cực hạn theo ACI 318-19 của tất cả mẫu thử đều nhỏ hơn thực nghiệm. Còn đối với EC2 chưa đến 8% số mẫu tính toán lớn hơn thực nghiệm nên cũng cần thận trọng trong dự báo khả năng chịu xoắn của dầm BTCT.