

THIẾT KẾ DẦM BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU CẮT CÓ HÀM LƯỢNG CỐT ĐAI RẤT NHỎ THEO TCVN 5574:2018

Phan Minh Tuấn^{a,*}, Lê Bá Huê^a

^a*Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, số 55 đường Giải Phóng, quận Hai Bà Trưng, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 06/9/2023, Sửa xong 10/10/2023, Chấp nhận đăng 21/02/2024

Tóm tắt

Dầm chịu cắt cần bố trí một hàm lượng cốt đai tối thiểu để ngăn chặn sự phá hoại giòn ngay khi xuất hiện vết nứt nghiêng. Tiêu chuẩn hiện hành về thiết kế kết cấu bê tông cốt thép TCVN 5574:2018 cho phép tính toán dầm bê tông cốt thép có hàm lượng cốt đai rất nhỏ, nhỏ hơn hàm lượng cốt đai tối thiểu (khi $q_{sw} < q_{sw,min}$). Tuy nhiên, chưa có quy trình chỉ dẫn cụ thể. Trong thực tế, người thiết kế thường lấy $q_{sw} \geq q_{sw,min}$ để bố trí cốt đai. Việc làm này sẽ rất lãng phí nhất là đối với các dầm bet lại sử dụng bê tông cường độ cao. Bài báo đề xuất quy trình tính toán cho hai bài toán kiểm tra và thiết kế chịu cắt khi $q_{sw} < q_{sw,min}$ với trường hợp dầm chịu tải trọng phân bố đều và chịu tải trọng tập trung. Quy trình đề xuất giúp tối ưu hóa lượng cốt đai chịu cắt, góp phần đem lại hiệu quả kinh tế cho công trình.

Từ khóa: cốt đai; dầm bê tông cốt thép; tải trọng phân bố đều; tải trọng tập trung; TCVN 5574:2018.

DESIGNING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS FOR SHEAR RESISTANCE WITH VERY LOW SHEAR REINFORCEMENT RATIO ACCORDING TO TCVN 5574:2018

Abstract

Reinforced concrete beams should be provided with a minimum amount of shear reinforcement to prevent brittle failure as soon as an inclined crack occurs. The current standard for the design of reinforced concrete structures, TCVN 5574:2018, allows the calculation of the shear strength of reinforced concrete beams having a transverse reinforcement ratio smaller than the minimum transverse reinforcement ratio (when $q_{sw} < q_{sw,min}$). However, there is no specific calculation procedure available. In practice, designers often take $q_{sw} \geq q_{sw,min}$ to calculate the stirrups. This result will be conservative, especially for band beams using high strength concrete. This study proposed the calculation procedures for two problems, shear checking and shear design for reinforced concrete beams, when $q_{sw} < q_{sw,min}$ in the case of the beams subjected to uniformly distributed and concentrated loads. The proposed procedures help to optimize the transverse reinforcement content, which contributes to the economic efficiency of reinforced concrete structures.

Keywords: transverse reinforcement; reinforced concrete beam; uniformly distributed load; concentrated load; TCVN 5574:2018.

[https://doi.org/10.31814/stce.huce2024-18\(1V\)-11](https://doi.org/10.31814/stce.huce2024-18(1V)-11) © 2024 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Đặt vấn đề

Việc tính toán cường độ trên tiết diện nghiêng chịu cắt không hề đơn giản như thiết kế dầm chịu mô men uốn trên tiết diện thẳng góc do phải chịu nhiều yếu tố ảnh hưởng như kích thước, dạng hình học mặt cắt, sự tác động của tải trọng và đặc điểm của cấu kiện, hơn nữa mỗi yếu tố này lại có một phạm vi biến đổi rộng [1, 2]. Nếu như lý thuyết tính toán cường độ trên tiết diện thẳng góc đã hoàn chỉnh thì lý thuyết tính toán cường độ trên tiết diện nghiêng vẫn đang được tiếp tục nghiên cứu và hoàn thiện và thường được đi theo hai hướng chính [3]. Hướng thứ nhất là mô hình hoá hệ kết cấu

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: tuanpm@huce.edu.vn (Tuấn, P. M.)

thành các hệ thanh mà cụ thể là các mô hình giàn. Mô hình giàn đã kể đến ảnh hưởng đồng thời của cả mômen và lực cắt, đồng thời lại bao quát được nhiều trường hợp hơn nhưng việc mô hình hoá cho phù hợp với sự làm việc thực của kết cấu là điều phức tạp, khó chính xác. Có thể kể ra sơ bộ như việc xác định góc nghiêng của các thanh xiên, kích thước tiết diện thanh, sự cùng làm việc giữa bê tông và cốt thép... Mô hình giàn đã được nhiều nước phát triển trên thế giới áp dụng như khối các nước Bắc Mỹ và các nước Châu Âu... Hướng thứ hai, tách rời mômen và lực cắt trong các tính toán cường độ trên tiết diện nghiêng. Dựa vào các nghiên cứu truyền thống sẵn có, chính xác hoá các giá trị khả năng chịu cắt của bê tông bằng các hệ số điều chỉnh do các yếu tố ảnh hưởng riêng. Đây là hướng mà các nước như Nga, Việt Nam vẫn hay áp dụng. Tính toán theo hướng này khá đơn giản nhưng lại đòi hỏi nhiều công thức thực nghiệm cho từng trường hợp riêng.

Ra đời năm 2018, trên cơ sở tiêu chuẩn SP 63.13330.2012 của Nga [4], tiêu chuẩn thiết kế kết cấu bê tông và bê tông cốt thép TCVN 5574:2018 [5] có nhiều điểm mới về thiết kế cốt đai, cho tới nay vẫn được bàn luận sôi nổi qua nhiều nghiên cứu trong cả nước. Mỗi tác giả đều trình bày việc tính toán cốt đai chịu cắt theo mỗi cách khác nhau trên cơ sở những trình bày cơ động của tiêu chuẩn. Một số kết quả thực hành mang tính gần đúng và sai khác nhau, mặc dù cùng xuất phát từ một tiêu chuẩn [6–9]. Với các dầm bê tông không có cốt thép ngang (cốt đai và cốt xiên) sẽ bị phá hoại gãy đột ngột ngay khi vết nứt xiên đầu tiên xuất hiện. Vì vậy, dầm chịu cắt cần bố trí một hàm lượng cốt đai cần thiết để ngăn chặn sự phá hoại giòn này [1, 2]. Hàm lượng cốt đai tối thiểu được quy định trong nhiều tiêu chuẩn thiết kế kết cấu bê tông cốt thép phổ biến trên thế giới như tiêu chuẩn Hoa Kỳ và tiêu chuẩn châu Âu [10, 11]. Giá trị này thường phụ thuộc vào các thông số như kích thước bề rộng dầm, cường độ cốt đai, cường độ bê tông...

Tiêu chuẩn TCVN 5574:2018 cho phép tính toán dầm có hàm lượng cốt đai rất nhỏ, nhỏ hơn hàm lượng tối thiểu (được khống chế bằng biểu thức $q_{sw} < q_{sw,min}$) nhưng chưa có chỉ dẫn cụ thể. Các tài liệu [6–9] và sách hướng dẫn [12–15] về tính toán cốt đai cũng luôn lấy $q_{sw} \geq q_{sw,min}$ như một quy định mặc định. Vì vậy, việc đề xuất một quy trình thiết kế nhằm làm rõ quy định của tiêu chuẩn, mở rộng phạm vi sử dụng cốt đai có hàm lượng thấp giúp tiết kiệm chi phí cho công trình là rất cần thiết. Có thể thấy, ngày nay, các công trình thường được thiết kế với nhịp ngày càng lớn và chiều cao tầng nhà ngày càng nhỏ. Xu hướng này khiến trong thực tế, chiều cao dầm bị hạn chế và thường phải sử dụng bề rộng dầm lớn (b lớn) với bê tông cấp độ bền cao (R_b, R_{bt} cao). Do vậy, khi thiết kế cốt đai hoặc kiểm tra khả năng chịu cắt của dầm bê tông cốt thép, thường gặp phải trường hợp hàm lượng cốt đai tính toán hoặc đã bố trí nhỏ hơn hàm lượng tối thiểu ($q_{sw} < q_{sw,min} = 0,25R_{bt}b$), dẫn đến trị số $q_{sw,min}$ lớn hơn rất nhiều so với trị số q_{sw} cần thiết cho chịu lực.

Mục đích của bài báo này là để giải quyết hai bài toán: Bài toán 1: Khả năng chịu cắt của dầm là bao nhiêu khi đã bố trí cốt đai nhưng có $q_{sw} < q_{sw,min}$; Bài toán 2: Thiết kế cốt đai như thế nào khi tính ra $q_{sw} < q_{sw,min}$ mà vẫn đảm bảo yêu cầu chịu lực theo tiêu chuẩn TCVN 5574:2018. Hai bài toán trên sẽ được nghiên cứu lý thuyết cho trường hợp dầm chịu tải trọng phân bố đều và dầm chịu tải trọng tập trung. Ngoài ra các khảo sát số được thực hiện để thấy rõ hơn sự đúng đắn và hiệu quả kinh tế của nghiên cứu.

2. Tóm tắt lý thuyết về bài toán chịu cắt của dầm theo TCVN 5574:2018

2.1. Các công thức cơ bản

Điều kiện cường độ trên tiết diện nghiêng chịu cắt cho cấu kiện có tiết diện không đổi, chỉ đặt cốt đai:

$$Q \leq Q_b + Q_{sw} \quad (1)$$

trong đó Q là lực cắt trên tiết diện nghiêng có chiều dài hình chiếu c do tải trọng ngoài đặt về một phía của tiết diện nghiêng khảo sát; Q_b là khả năng chịu cắt của bê tông trên tiết diện nghiêng có chiều dài

hình chiều c , xác định bằng công thức thực nghiệm (tính theo tiết diện chữ nhật, không xét cánh của tiết diện chữ T).

$$Q_b = \frac{M_b}{c} \quad (2)$$

trong đó giá trị

$$M_b = 1,5R_{bt}bh_0^2 \quad (3)$$

Giá trị Q_b được khống chế trong khoảng:

$$Q_{b,\min} = 0,5R_{bt}bh_0 \leq Q_b \leq Q_{b,\max} = 2,5R_{bt}bh_0 \quad (4)$$

tức là $0,6h_0 \leq c \leq 3h_0$. Q_{sw} là khả năng chịu cắt của cốt đai

$$Q_{sw} = \sum R_{sw}A_{sw} = 0,75q_{sw}c_0 \quad (5)$$

$$q_{sw} = \frac{R_{sw}A_{sw}}{s_w} \quad (6)$$

trong đó R_{sw} là cường độ tính toán của cốt thép đai; A_{sw} là diện tích tiết diện ngang của các nhánh cốt đai đặt trong một lớp; s_w là khoảng cách các lớp cốt đai; c_0 là chiều dài hình chiều vết nứt nghiêng, $c_0 = \min(c, 2h_0)$.

Giá trị nhỏ nhất để tính cốt đai của q_{sw} (gọi là điều kiện dẻo - để khả năng chịu lực của cốt đai ít nhất bằng khả năng chịu lực nhỏ nhất của bê tông trên đoạn vết nứt nghiêng $c_0 = 2h_0$):

$$q_{sw} \geq q_{sw,\min} = 0,25R_{bt}b \quad (7)$$

c là chiều dài hình chiều tiết diện nghiêng lên phương của trục cấu kiện.

Trong trường hợp chung cần tiến hành tính toán trên một số tiết diện nghiêng với chiều dài c khác nhau nhưng không vượt quá khoảng cách từ gối tựa đến tiết diện có mô men uốn lớn nhất và $3h_0$.

2.2. Hai bài toán cơ bản để tính với lực cắt

a. Bài toán kiểm tra khả năng chịu cắt

Khi đã có cốt đai, nghĩa là các thông số: đường kính d , số nhánh n và khoảng cách S của cốt đai đã được xác định, cần kiểm tra cấu kiện có đảm bảo chịu lực và các yêu cầu khác hay không?

b. Bài toán thiết kế cốt đai

Thiết kế cốt đai thường là chọn trước đường kính d , số nhánh n đi tính khoảng cách S của cốt đai đảm bảo chịu lực và các yêu cầu khác.

2.3. Tính dầm chịu tải trọng phân bố đều với điều kiện $q_{sw} \geq q_{sw,\min}$

Để xét đến khả năng vắng mặt của hoạt tải p không thực sự trên đoạn chiều dài c làm tăng độ an toàn, người ta dùng tải trọng q_1 :

$$q_1 = g + 0,5p \quad (8)$$

với g là tĩnh tải; p là hoạt tải. Lực cắt tại vị trí tiết diện nghiêng c (trường hợp tải trọng đặt mặt trên dầm):

$$Q = Q_{\max} - q_1 c$$

Điều kiện cường độ (1) viết thành:

$$Q_{\max} \leq Q_u = \frac{M_b}{c} + 0,75q_{sw}c_0 + q_1 c \quad (9)$$

trong đó Q_{\max} là giá trị lực cắt tại mép gối tựa.

- a. Bài toán kiểm tra khả năng chịu lực khi dầm chịu tải trọng phân bố đều
 Khi đã bố trí cốt đai, nghĩa là biết d, n, R_{sw}, S tính được:

$$q_{sw} = \frac{R_{sw}A_{sw}}{S} \geq q_{sw,\min}$$

Tùy thuộc vào vị trí c mà xác định trị số c_0 , sẽ tính được giá trị Q_u để kiểm tra điều kiện cường độ (9).

Sử dụng các công thức dưới đây [7]:

- Khi $c < 2h_0$, lấy $c_0 = c$ trị số Q_u được tính theo công thức:

$$Q_u = 2 \sqrt{M_b(q_1 + 0,75q_{sw})} \quad (10)$$

- Khi $2h_0 \leq c \leq 3h_0$, lấy $c_0 = 2h_0$ trị số Q_u được tính theo công thức:

$$Q_u = 2 \sqrt{M_b q_1} + 1,5q_{sw}h_0 \quad (11)$$

- Khi $c > 3h_0$ thì lấy $c = 3h_0$; $Q_b = Q_{b\min}$, trị số Q_u được tính theo công thức:

$$Q_u = Q_{b\min} + 3q_1h_0 + 1,5q_{sw}h_0 \quad (12)$$

Khi thực hành, không cần quan tâm đến c mà chỉ cần chọn trị số Q_u lớn nhất trong 3 công thức (10), (11), (12) để kiểm tra khả năng chịu lực theo điều kiện cường độ (9).

- b. Bài toán thiết kế cốt đai khi dầm chịu tải trọng phân bố đều

Khi cho $Q_{\max} = Q_u$, từ các công thức (10), (11), (12) trên, tính được q_{sw} [7]:

- Khi $c < 2h_0$, lấy $c_0 = c$ từ (10) tính q_{sw} theo công thức:

$$q_{sw} = \frac{Q_{\max}^2 - 4M_b q_1}{3M_b} \quad (13)$$

- Khi $2h_0 \leq c \leq 3h_0$, lấy $c_0 = 2h_0$, từ (11) tính q_{sw} theo công thức:

$$q_{sw} = \frac{Q_{\max} - 2 \sqrt{M_b q_1}}{1,5h_0} \quad (14)$$

- Khi $c > 3h_0$ thì lấy $c = 3h_0$; $Q_b = Q_{b\min}$, từ (12) tính q_{sw} theo công thức:

$$q_{sw} = \frac{Q_{\max} - Q_{b\min} - 3q_1h_0}{1,5h_0} \quad (15)$$

Khi thực hành, không cần quan tâm đến c mà chỉ cần so sánh q_{sw} theo (13), (14) và (15) để lấy trị q_{sw} lớn hơn dùng tính S_{II} .

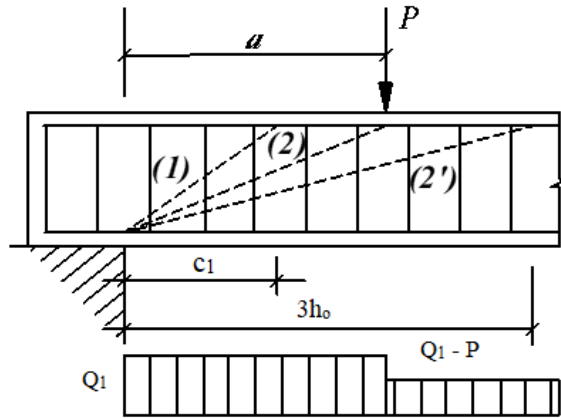
2.4. Tính dầm chịu tải trọng tập trung với điều kiện $q_{sw} \geq q_{sw,\min}$

Xét dầm chịu tải trọng tập trung đặt cách gối một đoạn a , với $a < 3h_0$ như Hình 1.

Điều kiện cường độ (1) viết thành:

$$Q \leq \frac{M_b}{c} + 0,75q_{sw}c_0 = Q_u \quad (16)$$

với Q là lực cắt trên tiết diện thẳng góc, khi $c < a$ là lực cắt lớn nhất tại mép gối Q_1 .



Hình 1. Các tiết diện nghiêng để tính dầm chịu một lực tập trung

a. Bài toán kiểm tra khả năng chịu cắt khi dầm chịu tải trọng tập trung

Đã bố trí cốt đai nên tính được q_{sw} theo (6); Tính được M_b theo (3).

Tính Q_u ở công thức (16) theo các trường hợp với c như sau [7, 9]:

- Xét

$$c_1 = \sqrt{\frac{M_b}{0,75q_{sw}}} \quad (17)$$

Nếu c_1 nằm trong khoảng $0,6h_0 \leq c_1 \leq 2h_0$ và $c_1 \leq a$:

$$Q_u = 2\sqrt{M_b \times 0,75q_{sw}} = \sqrt{3M_bq_{sw}} \quad (18)$$

Nếu c_1 không nằm trong các khoảng trên thì không cần tính Q_u theo (18) mà lấy Q_u theo các điều kiện dưới đây:

- Xét $c = a$, tùy theo giá trị của a mà chọn c_0 rồi tính Q_u :

+ Nếu $a \leq 2h_0$ lấy $c_0 = a$:

$$Q_u = \frac{M_b}{a} + 0,75q_{sw}a \quad (19)$$

+ Nếu $a > 2h_0$ lấy $c_0 = 2h_0$:

$$Q_u = \frac{M_b}{a} + 1,5q_{sw}h_0 \quad (20)$$

+ Nếu $a > 3h_0$ lấy $c = 3h_0$ và $c_0 = 2h_0$:

$$Q_u = Q_{b,\min} + 1,5q_{sw}h_0 \quad (21)$$

Chọn giá trị Q_u nhỏ nhất trong các mục trên để so sánh với Q ở mép gối tựa.

b. Bài toán thiết kế cốt đai khi dầm chịu tải trọng tập trung

Tương tự như mục 2.4.1, tính c_1 theo các trường hợp với c như sau [7, 9]:

- Xét

$$c_1 = \frac{2M_b}{Q} \quad (22)$$

Nếu c_1 nằm trong khoảng $0,6h_0 \leq c_1 \leq 2h_0$ và $c_1 \leq a$, từ (18) tính được q_{sw} :

$$q_{sw} = \frac{Q_1^2}{3M_b} \quad (23)$$

Nếu c_1 không nằm trong các khoảng trên thì không cần tính q_{sw} theo (23) mà lấy q_{sw} theo các điều kiện dưới đây:

- Xét $c = a$, tùy theo giá trị của a mà chọn c_0 rồi tính q_{sw} :

+ Nếu $a \leq 2h_0$ lấy $c_0 = a$, từ (19) tính:

$$q_{sw} = \frac{Q_1 - \frac{M_b}{a}}{0,75a} \quad (24)$$

+ Nếu $a > 2h_0$ lấy $c_0 = 2h_0$, từ (20) tính:

$$q_{sw} = \frac{Q_1 - \frac{M_b}{a}}{1,5h_0} \quad (25)$$

+ Nếu $a > 3h_0$ lấy $c = 3h_0$ và $c_0 = 2h_0$, từ (21) tính:

$$q_{sw} = \frac{Q_1 - Q_{b,\min}}{1,5h_0} \quad (26)$$

Chọn giá trị q_{sw} lớn nhất trong các mục trên để tính S_{tt} và cấu tạo cốt đai.

3. Nghiên cứu bài toán chịu cắt của dầm khi $q_{sw} < q_{sw,\min}$

3.1. Nguyên lý cơ bản

Điều 8.1.3.3.1 của tiêu chuẩn TCVN 5574:2018 [5] viết rằng:

Cốt thép ngang được kể đến trong tính toán khi thỏa mãn điều kiện:

$$q_{sw} \geq 0,25R_{bt}b = q_{sw,\min} \quad (27)$$

Có thể kể đến cốt thép ngang ngay cả khi điều kiện (27) không thỏa mãn, nếu như trong điều kiện (1) lấy Q_b theo công thức (28) (nghĩa là lấy giá trị giảm xuống của $R_{bt}b$ sao cho điều kiện (27) trở thành đẳng thức):

$$Q_b = \frac{4\varphi_b h_0^2 q_{sw}}{c}, \quad \text{với bê tông nặng} \quad Q_b = \frac{6h_0^2 q_{sw}}{c} \quad (28)$$

Đoạn này có thể được giải thích như sau:

a. Bài toán kiểm tra khả năng chịu cắt

Khi đã bố trí cốt đai, tính được q_{sw} theo (6):

- Nếu q_{sw} thỏa mãn điều kiện (27) thì tiến hành tính toán kiểm tra khả năng chịu lực như bình thường theo mục 2.3 hoặc 2.4 ở trên.

- Nếu q_{sw} không thỏa mãn điều kiện (27) thì tiến hành tính toán kiểm tra khả năng chịu lực theo hai cách:

+ Cách 1: Không kể đến cốt đai trong tính toán, nghĩa là $q_{sw} = 0$, khả năng chịu cắt là do bê tông chịu. Cách này an toàn nhưng chưa hợp lý và nhiều khi không kinh tế.

+ Cách 2: Là thiết lập một điều kiện dèo mới bằng cách lấy Q_b theo (28) và tính toán lại khả năng chịu lực mới, tuy nhiên phải lớn hơn tính theo cách 1, nếu nhỏ hơn thì dùng kết quả cách 1.

Cách 2 này là hợp lý và kinh tế, tuy nhiên chưa được cụ thể hóa trong tiêu chuẩn Việt Nam TCVN 5574:2018 và cả trong chỉ dẫn của tiêu chuẩn gốc của Nga [13].

b. Bài toán thiết kế cốt đai

Nội dung bài toán thiết kế cốt đai là xác định trị số q_{sw} để từ đó tính ra S_{tt} , so sánh với S_{ct} , S_{max} để chọn ra khoảng cách S của cốt đai.

Tính toán giá trị q_{sw} được tiến hành theo các mục 2.3 hoặc 2.4 đã nêu trên.

- Nếu q_{sw} thỏa mãn điều kiện (27) thì tiến hành tính toán S_{tt} và cấu tạo cốt đai bình thường theo tiêu chuẩn.

- Nếu q_{sw} không thỏa mãn điều kiện (27) thì tiến hành tính toán tiếp tục theo hai cách:

+ Cách 1: Lấy $q_{sw} = q_{sw,min}$ để tính S_{tt} . Cách này an toàn nhưng không kinh tế.

+ Cách 2: Là thiết lập một điều kiện dẻo mới bằng cách lấy Q_b theo (28) và tính toán lại trị số q_{sw} mới để từ đó tính S_{tt} . Tuy nhiên trị số mới này phải đảm bảo thỏa mãn điều kiện cường độ khi coi $Q_{sw} = 0$.

3.2. Tính bài toán chịu cắt của dầm khi $q_{sw} < q_{sw,min}$

Dựa vào nguyên lý cơ bản ở mục 3.1 và các công thức tính toán ở mục 2.3 và 2.4, thiết lập các công thức tính toán chi tiết cho trường hợp $q_{sw} < q_{sw,min}$ như sau:

a. Bài toán kiểm tra khả năng chịu lực khi dầm chịu tải trọng phân bố đều

Khi đã bố trí cốt đai, nghĩa là biết d , n , R_{sw} , S tính được q_{sw} theo (6) nhưng $q_{sw} < q_{sw,min} = 0,25R_{bt}b$. Tính toán tiếp theo hai cách đã nêu ở trên:

- Cách 1: Lấy $Q_{sw} = 0$, điều kiện cường độ (9) viết lại như sau:

$$Q_{max} \leq Q_u = \frac{M_b}{c} + q_1 c \quad (29)$$

Với giá trị Q_u nhỏ nhất tính được: $Q_u = 2\sqrt{M_b q_1}$, điều kiện (29) viết thành:

$$Q_{max} \leq Q_u = 2\sqrt{M_b q_1} \quad (30)$$

Thỏa mãn (30) chính là thỏa mãn điều kiện không cần tính cốt đai. Nếu không thỏa mãn (30) thì có thể tính lại Q_u theo cách 2 dưới đây.

- Cách 2: Theo (28), trị số M_b mới: $M_{b1} = 6q_{sw}h_0^2$ và $Q_{b1,min} = 2q_{sw}h_0$. Thay M_{b1} cho M_b của các công thức (10), (11), $Q_{b1,min}$ cho $Q_{b,min}$ trong (12) sẽ có được các trị số Q_u :

Công thức (10):

$$Q_u = 2\sqrt{M_{b1}(q_1 + 0,75q_{sw})} \quad (31)$$

Công thức (11):

$$Q_u = 2\sqrt{M_{b1}q_1} + 1,5q_{sw}h_0 \quad (32)$$

Công thức (12):

$$Q_u = 2q_{sw}h_0 + 3q_1h_0 + 1,5q_{sw}h_0 = 3q_1h_0 + 3,5q_{sw}h_0 \quad (33)$$

Chọn trị số Q_u nhỏ nhất từ 3 công thức (31), (32), (33) trên rồi so sánh với Q_u theo (30), chọn trị số lớn hơn để so sánh với Q_{max} .

b. Bài toán thiết kế cốt đai khi dầm chịu tải trọng phân bố đều

Khi chọn q_{sw} lớn nhất từ các công thức (13), (14), (15) ở mục 2.3 nhưng có $q_{sw} < q_{sw,min} = 0,25R_{bt}b$. Thiết kế theo hai cách:

- Cách 1: Lấy $q_{sw} < q_{sw,min} = 0,25R_{bt}b$ để tính S_{tt} .

- Cách 2: Khi thỏa mãn điều kiện (30) thì không cần phải tính toán mà bố trí cốt đai theo cấu tạo. Chỉ xét bài toán khi không thỏa mãn điều kiện (30), có kể đến cốt đai vào tính toán.

Lấy $M_b = 6q_{sw}h_0^2$ và $Q_{b\min} = 2q_{sw}h_0$. Lần lượt thay vào các công thức (10), (11), (12) và cho $Q_u = Q_{\max}$ để tìm q_{sw} .

- Công thức (10): $Q_u = Q_{\max} = 2\sqrt{M_b(q_1 + 0,75q_{sw})} = 2\sqrt{6q_{sw}h_0^2(q_1 + 0,75q_{sw})}$.

Bình phương 2 vế và đưa về dạng phương trình bậc 2:

$$4,5q_{sw}^2 + 6q_1q_{sw} - \frac{Q_{\max}^2}{4h_0^2} = 0$$

Giải ra được:

$$q_{sw} = -\frac{2}{3}q_1 + \frac{1}{3}\sqrt{4q_1^2 + \frac{Q_{\max}^2}{2h_0^2}} \quad (34)$$

- Công thức (11): $Q_u = Q_{\max} = 2\sqrt{M_bq_1} + 1,5q_{sw}h_0 = 2\sqrt{6q_{sw}h_0^2q_1} + 1,5q_{sw}h_0$.

Biến đổi, đưa về dạng phương trình bậc hai của q_{sw} : $2,25h_0^2q_{sw}^2 - (24h_0^2q_1 + 3h_0Q_{\max})q_{sw} + Q_{\max}^2 = 0$.

Giải và tìm được kết quả:

$$q_{sw} = \frac{Q_{\max} + 8q_1h_0 - 4\sqrt{q_1h_0(Q_{\max} + 4q_1h_0)}}{1,5h_0} \quad (35)$$

- Công thức (12): $Q_u = Q_{\max} = Q_{b\min} + 3q_1h_0 + 1,5q_{sw}h_0 = 2q_{sw}h_0 + 3q_1h_0 + 1,5q_{sw}h_0$.

Rút ra:

$$q_{sw} = \frac{1}{3,5} \left(\frac{Q_{\max}}{h_0} - 3q_1 \right) \quad (36)$$

So sánh 3 trị số q_{sw} tính được từ (34), (35), (36) chọn trị số q_{sw} lớn nhất để tính S_{tt} .

c. Bài toán kiểm tra khả năng chịu lực khi dầm chịu tải trọng tập trung

Khi đã bố trí cốt đai, nghĩa là biết d , n , R_{sw} , S tính được q_{sw} theo (6) nhưng $q_{sw} < q_{sw,\min} = 0,25R_{bt}b$. Tính toán tiếp theo hai cách đã nêu ở trên:

- Cách 1: Lấy $Q_{sw} = 0$, điều kiện cường độ lúc này viết lại như sau:

$$Q \leq Q_b = \min\left(\frac{M_b}{a}; Q_{b\min}\right) \quad (37)$$

- Cách 2: Theo (28), trị số M_b mới: $M_{b1} = 6q_{sw}h_0^2$ và $Q_{b1\min} = 2q_{sw}h_0$. Thay M_{b1} cho M_b của các công thức (18), (19), (20), thay $Q_{b1,\min}$ cho $Q_{b,\min}$ trong (21) sẽ có được các trị số Q_u :

- Theo (18):

$$Q_u = \sqrt{3M_{b1}q_{sw}} \quad (38)$$

- Theo các công thức (19), (20) với các giá trị a khác nhau:

+ Nếu $a \leq 2h_0$ lấy $c_0 = a$, sử dụng công thức (19):

$$Q_u = \frac{M_{b1}}{a} + 0,75q_{sw}a \quad (39)$$

+ Nếu $2h_0 < a \leq 3h_0$ lấy $c_0 = 2h_0$, sử dụng công thức (20):

$$Q_u = \frac{M_{b1}}{a} + 1,5q_{sw}h_0 \quad (40)$$

+ Nếu $a > 3h_0$, với $Q_{b,\min} = 2q_{sw}h_0$, sử dụng công thức (21):

$$Q_u = 2q_{sw}h_0 + 1,5q_{sw}h_0 = 3,5q_{sw}h_0 \quad (41)$$

Chọn giá trị Q_u nhỏ nhất trong các mục trên để so sánh với Q ở mép gối tựa.

d. Bài toán thiết kế cốt đai khi dầm chịu tải trọng tập trung

Khi chọn q_{sw} lớn nhất từ các công thức trong ở mục 2.4 nhưng có $q_{sw} < q_{sw,\min} = 0,25R_{bt}b$.

- Cách 1: Lấy $q_{sw} = q_{sw,\min} = 0,25R_{bt}b$ để tính S_{tt} .

- Cách 2: Chỉ xét khi không thỏa mãn điều kiện (37)

Lấy $M_b = 6q_{sw}h_0^2$ và $Q_{b,\min} = 2q_{sw}h_0$.

$$\text{- Xét } c_1 = \sqrt{\frac{M_b}{0,75q_{sw}}} = \sqrt{\frac{6q_{sw}h_0^2}{0,75q_{sw}}} = \sqrt{8}h_0 = 2,83h_0 > 2h_0.$$

Như vậy c_1 không nằm trong khoảng $0,6h_0 \leq c_1 \leq 2h_0$ nên trong đoạn đó không có Q_u cực tiểu, hàm Q_u nghịch biến với c , nên chỉ xét mục b dưới đây:

- Xét $c = a$, tùy theo giá trị của a mà chọn c_0 rồi tính q_{sw} từ việc giải các phương trình cân bằng khi cho $Q_u = Q_1$ trong các công thức (19)–(21):

$$\text{+ Nếu } a \leq 2h_0 \text{ lấy } c_0 = a, \text{ công thức (19) sẽ là: } Q_1 = \frac{M_b}{a} + 0,75q_{sw}a = \frac{6h_0^2 + 0,75a^2}{a}q_{sw}.$$

Rút ra:

$$q_{sw} = \frac{aQ_1}{6h_0^2 + 0,75a^2} \quad (42)$$

$$\text{+ Nếu } 2h_0 < a \leq 3h_0 \text{ lấy } c_0 = 2h_0, \text{ thay vào (20): } Q_1 = \frac{6h_0^2q_{sw}}{a} + 1,5q_{sw}h_0.$$

Rút ra:

$$q_{sw} = \frac{aQ_1}{h_0(6h_0 + 1,5a)} \quad (43)$$

$$\text{+ Nếu } a > 3h_0 \text{ lấy } Q_{b,\min} = 2q_{sw}h_0, \text{ thay vào (21) } Q_1 = 2q_{sw}h_0 + 1,5q_{sw}h_0 = 3,5q_{sw}h_0.$$

Rút ra:

$$q_{sw} = \frac{Q_1}{3,5h_0} \quad (44)$$

Chọn giá trị q_{sw} lớn nhất trong (42), (43), (44) để tính S_{tt} .

4. Khảo sát số

Khảo sát để đánh giá về lý thuyết, đánh giá sự đúng đắn của lý thuyết bao gồm:

- Phù hợp với điều kiện phá hoại dẻo: đảm bảo bê tông phá hoại sau hoặc cùng thời điểm với cốt thép (tối ưu);

- Đảm bảo điều kiện cường độ của cấu kiện;

- Kinh tế.

Khảo sát qua các ví dụ cho hai trường hợp chịu tải trọng phân bố đều và tải trọng tập trung. Kiểm tra bài toán ngược (thiết kế) và bài toán thuận (kiểm tra) để xét độ trùng khớp.

4.1. Ví dụ tính dầm chịu tải trọng phân bố đều

a. Bài toán ngược, tính q_{sw}

Ví dụ 1: Dầm có tiết diện $b = 350$ mm, $h = 600$ mm, $h_0 = 550$ mm, bê tông B30, $R_b = 17$ MPa, $R_{bt} = 1,15$ MPa, thép đai CB240-T, $R_{sw} = 17$ MPa. Tải trọng: tĩnh tải $g = 20$ kN/m; hoạt tải $p = 10$ kN/m, $q_1 = 25$ kN/m, $Q_{\max} = 160$ kN.

Với $M_b = 1,5R_{bt}bh_0^2 = 182634375$ Nmm, kiểm tra điều kiện (30):

$Q_{\max} = 160 \text{ kN} > 2\sqrt{M_b q_1} = 135142 \text{ N} = 135,142 \text{ kN} \rightarrow$ cần tính cốt đai.

Do chưa biết q_{sw} có thỏa mãn điều kiện (27) hay không nên trước hết đi tính q_{sw} theo các công thức (13), (14), (15):

- Công thức (13): $q_{sw} = \frac{Q_{\max}^2 - 4M_b q_1}{3M_b} = 13,4 \text{ N/mm}.$

- Công thức (14): $q_{sw} = \frac{Q_{\max} - 2\sqrt{M_b q_1}}{1,5h_0} = 30,13 \text{ N/mm}.$

- Công thức (15): $q_{sw} = \frac{Q_{\max} - Q_{b\min} - 3q_1 h_0}{1,5h_0} = 9,8 \text{ N/mm}.$

Trị số lớn nhất $q_{sw} = 30,13 < q_{sw,\min} = 0,25R_{bt}b = 100,625 \text{ N/mm} \rightarrow$ không thỏa mãn (27).

Tính lại q_{sw} theo cách 2 với các công thức (34), (35), (36):

- Công thức (34): $q_{sw} = -\frac{2}{3}q_1 + \frac{1}{3}\sqrt{4q_1^2 + \frac{Q_{\max}^2}{2h_0^2}} = 53,9 \text{ N/mm}.$

- Công thức (35): $q_{sw} = \frac{Q_{\max} + 8q_1 h_0 - 4\sqrt{q_1 h_0(Q_{\max} + 4q_1 h_0)}}{1,5h_0} = 63,7 \text{ N/mm}.$

- Công thức (36): $q_{sw} = \frac{1}{3,5}\left(\frac{Q_{\max}}{h_0} - 3q_1\right) = 61,7 \text{ N/mm}.$

So sánh 3 trị số q_{sw} tính được ở trên chọn trị số lớn nhất $q_{sw} = 63,7 \text{ N/mm}$ để tính S_{tt} . Chọn đai $\phi 6$, 2 nhánh, khoảng cách $S = 150 \text{ mm}$ có $q_{sw} = 64,03 \text{ N/mm} \approx 63,7 \text{ N/mm}$.

Ví dụ 2: Dầm bê tông có kích thước $b = 500 \text{ mm}$, $h = 400 \text{ mm}$, $h_0 = 350 \text{ mm}$, bê tông B35, $R_{bt} = 1,3 \text{ MPa}$; cốt đai CB240-T, tải trọng $q_1 = 40 \text{ kN/m}$, $Q_{\max} = 200 \text{ kN}$.

Với $M_b = 1,5R_{bt}bh_0^2 = 119437500 \text{ Nmm}$, kiểm tra điều kiện (30): $Q_{\max} = 200 \text{ kN} > 2\sqrt{M_b q_1} = 138239 \text{ N} = 138,24 \text{ kN} \rightarrow$ cần tính cốt đai.

Do chưa biết q_{sw} có thỏa mãn điều kiện (27) hay không nên trước hết đi tính q_{sw} theo các công thức (13), (14), (15):

- Công thức (13): $q_{sw} = \frac{Q_{\max}^2 - 4M_b q_1}{3M_b} = 58,3 \text{ N/mm}.$

- Công thức (14): $q_{sw} = \frac{Q_{\max} - 2\sqrt{M_b q_1}}{1,5h_0} = 117,64 \text{ N/mm}.$

- Công thức (15): $q_{sw} = \frac{Q_{\max} - Q_{b\min} - 3q_1 h_0}{1,5h_0} = 84,3 \text{ N/mm}.$

Trị số lớn nhất $q_{sw} = 117,64 < q_{sw,\min} = 0,25R_{bt}b = 162,5 \text{ N/mm} \rightarrow$ không thỏa mãn (27). Tính lại q_{sw} theo cách 2 với các công thức (34), (35), (36):

- Công thức (34): $q_{sw} = -\frac{2}{3}q_1 + \frac{1}{3}\sqrt{4q_1^2 + \frac{Q_{\max}^2}{2h_0^2}} = 110,63 \text{ N/mm}.$

- Công thức (35): $q_{sw} = \frac{Q_{\max} + 8q_1 h_0 - 4\sqrt{q_1 h_0(Q_{\max} + 4q_1 h_0)}}{1,5h_0} = 138,16 \text{ N/mm}.$

- Công thức (36): $q_{sw} = \frac{1}{3,5}\left(\frac{Q_{\max}}{h_0} - 3q_1\right) = 129 \text{ N/mm}.$

So sánh ba trị số q_{sw} tính được ở trên chọn trị số lớn nhất $q_{sw} = 138,16 \text{ N/mm}$ để tính S_{tt} . Chọn đai $\phi 6$, 3 nhánh, khoảng cách $S = 100 \text{ mm}$; có $q_{sw} = 144,16 \text{ N/mm}$.

Như vậy, mặc dù bố trí cốt đai có $q_{sw} = 144,16 \text{ N/mm} < q_{sw,\min} = 162,5 \text{ N/mm}$ nhưng vẫn đảm bảo điều kiện phá hoại dẻo, điều kiện cường độ và tiết kiệm.

b. Bài toán tính kiểm tra khả năng chịu cắt Q_u

Ví dụ 3: Số liệu như ví dụ 1, dùng đai $\phi 6$, 2 nhánh, khoảng cách $S = 200$ mm, tính được $q_{sw} = 48,025$ N/mm.

$$q_{sw,\min} = 0,25R_{bt}b = 100,625 \text{ N/mm} > q_{sw} = 48,025 \text{ N/mm}.$$

Tính Q_u theo 2 cách:

Cách 1: Lấy $q_{sw} = 0$, với $M_b = 1,5R_{bt}bh_0^2 = 182634375$ Nmm, Q_u tính theo (30): $Q_u = 2\sqrt{M_b q_1} = 135142 \text{ N} = 135,142 \text{ kN}$.

Cách 2: Lấy $M_{b1} = 6q_{sw}h_0^2 = 87165375$ Nmm rồi tính Q_u theo các công thức:

- Công thức (31): $Q_u = 2\sqrt{M_{b1}(q_1 + 0,75q_{sw})} = 145859 \text{ N}$.

- Công thức (32): $Q_u = 2\sqrt{M_{b1}q_1 + 1,5q_{sw}h_0} = 132983 \text{ N}$.

- Công thức (33): $Q_u = 3q_1h_0 + 3,5q_{sw}h_0 = 133698 \text{ N}$.

Chọn Q_u nhỏ nhất: $Q_u = 132,983 \text{ kN}$ nhưng do trị số này bé hơn Q_u tính theo (30) ở cách 1 nên khả năng chịu cắt của dầm $Q_u = 135,142 \text{ kN}$.

Ví dụ 4: Số liệu như ví dụ 1, dùng đai $\phi 6$, 2 nhánh, khoảng cách $S = 150$ mm, tính được $q_{sw} = 64,03$ N/mm.

$$q_{sw,\min} = 0,25R_{bt}b = 100,625 \text{ N/mm} > q_{sw} = 64,03 \text{ N/mm}.$$

Tính Q_u theo 2 cách:

Cách 1: Lấy $q_{sw} = 0$, với $M_b = 1,5R_{bt}bh_0^2 = 182634375$ N, tính Q_u theo (30): $Q_u = 2\sqrt{M_b q_1} = 135142 \text{ N} = 135,142 \text{ kN}$.

Cách 2: Lấy $M_{b1} = 6q_{sw}h_0^2 = 116214450$ Nmm rồi tính Q_u theo các công thức:

- Công thức (31): $Q_u = 184,242 \text{ kN}$.

- Công thức (32): $Q_u = 160,628 \text{ kN}$.

- Công thức (33): $Q_u = 164,508 \text{ kN}$.

Chọn Q_u nhỏ nhất: $Q_u = 160,628 \text{ kN} > 135,142 \text{ kN} = Q_u$ tính theo (30) ở cách 1 nên khả năng chịu cắt của dầm $Q_u = 160,628 \text{ kN}$.

4.2. Ví dụ tính dầm chịu tải trọng tập trung

a. Bài toán ngược, tính q_{sw}

Ví dụ 5: Dầm đơn giản có tiết diện $b = 400$ mm; $h = 550$ mm; $h_0 = 500$ mm; bê tông B30 có $R_b = 17$ MPa, $R_{bt} = 1,15$ MPa, thép đai CB240-T, $R_{sw} = 170$ MPa. Tải trọng tập trung P đặt cách mép gối 1300 mm, lực cắt lớn nhất tại mép gối $Q = 150$ kN.

Với $M_b = 1,5R_{bt}bh_0^2 = 172500000$ Nmm, kiểm tra điều kiện (30), ta có: $Q = 150 \text{ kN} > \max\left(\frac{M_b}{a}; Q_{b\min}\right) = 115 \text{ kN}$ nên cần tính cốt đai.

Do chưa biết q_{sw} có thỏa mãn điều kiện (27) hay không nên trước hết đi tính q_{sw} theo các công thức (22)–(26):

- Xét c_1 theo (22): $c_1 = \frac{2M_b}{Q} = 2300 \text{ mm} > a = 1300 \text{ mm}$.

Do c_1 không nằm trong các khoảng khống chế nên không cần tính q_{sw} theo (23) mà lấy q_{sw} theo mục dưới đây:

- Xét $c = a = 1300 \text{ mm} > 2h_0 = 1000 \text{ mm}$ nên tính q_{sw} theo công thức (25): $q_{sw} = \frac{Q_1 - \frac{M_b}{a}}{1,5h_0} = 23,07 \text{ N/mm}$. $q_{sw} = 23,07 \text{ N/mm} < q_{sw,\min} = 0,25R_{bt}b = 0,25.1,15.400 = 115 \text{ N/mm}$ nên cần tính lại theo cách 2 theo công thức (43) ứng với $2h_0 = 1000 \text{ mm} < a = 1300 \text{ mm} < 3h_0 = 1500 \text{ mm}$:

$$q_{sw} = \frac{aQ_1}{h_0(6h_0 + 1,5a)} = 78,8 \text{ N/mm}.$$

Chọn đai $\phi 6$, 2 nhánh, khoảng cách $S = 120 \text{ mm}$ có $q_{sw} = 80,1 \text{ N/mm} > 78,8 \text{ N/mm}$.

Khi thay đổi a , trị số q_{sw} thay đổi tỷ lệ thuận với a :

$a = 1100 \text{ mm}$; $q_{sw} = 71 \text{ N/mm}$.

$a = 1200 \text{ mm}$; $q_{sw} = 75 \text{ N/mm}$.

$a = 1300 \text{ mm}$; $q_{sw} = 78,8 \text{ N/mm}$.

$a = 1400 \text{ mm}$; $q_{sw} = 82,4 \text{ N/mm}$.

b. Bài toán tính kiểm tra khả năng chịu cắt Q_u

Ví dụ 6: Dầm có vật liệu, kích thước tiết diện và chịu tải giống với ví dụ 5, dầm được bố trí đai $\phi 6$, 2 nhánh, khoảng cách $S = 120 \text{ mm}$.

Giá trị q_{sw} theo bố trí cốt thép $q_{sw} = \frac{R_{sw}A_{sw}}{S} = 80,11 \text{ N/mm}$.

Giá trị $q_{sw, \min} = 0,25R_{bt}b = 115 \text{ N/mm} \rightarrow q_{sw} < q_{sw, \min}$.

Tính theo (37) khả năng chịu cắt của bê tông $Q_b = \min\left(\frac{M_b}{a}; Q_{b \min}\right) = 115 \text{ kN}$.

Do $2h_0 < a < 3h_0$ nên với $M_{b1} = 6q_{sw}h_0^2 = 120165919 \text{ Nmm}$, ta có: $Q_u = \frac{M_{b1}}{a} + 1,5q_{sw}h_0 = 152518 \text{ N} = 152,18 \text{ kN} > Q_b = 115 \text{ kN}$.

Giá trị $Q_u > Q = 150 \text{ kN} \rightarrow$ dầm đảm bảo khả năng chịu cắt.

5. Kết luận

Bài báo đã giải quyết được vấn đề thiết kế và kiểm tra khả năng chịu cắt khi dầm có hàm lượng cốt đai rất thấp ($q_{sw} < q_{sw, \min}$). Phương pháp trình bày tường minh, logic, dễ hiểu, bám sát cơ sở lý thuyết và các công thức cơ bản của tiêu chuẩn TCVN 5574:2018. Phương pháp đề xuất cho kết quả trùng khớp giữa bài toán thiết kế với bài toán kiểm tra. Kết quả cho thấy so với tính toán thông thường, luôn lấy $q_{sw} \geq q_{sw, \min}$ thì hoàn toàn có thể bố trí cốt đai có hàm lượng rất thấp nhỏ hơn hàm lượng quy định ($q_{sw} < q_{sw, \min}$) mà vẫn đảm bảo khả năng chịu cắt của cấu kiện. Việc làm này đặc biệt có hiệu quả với những dầm có bề rộng lớn (dầmбет) sử dụng cấp độ bê tông cao. Kết quả bài báo có thể đưa vào giảng dạy và áp dụng rộng rãi cho công tác thiết kế.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (HUCE) trong đề tài mã số 31-2023/KHXD.

Tài liệu tham khảo

- [1] Mosley, B., Bungey, J., Hulse, R. (2007). *Reinforced concrete design to Eurocode 2*. Palgrave MacMillan, New York.
- [2] Wight, J. K., MacGregor, J. G. (2012). *Reinforced concrete - Mechanics and design*. Sixth edition, Pearson Education Inc.
- [3] Tuấn, P. M. (2007). *Tính toán cường độ trên tiết diện nghiêng của cấu kiện bê tông cốt thép chịu uốn theo tiêu chuẩn TCXDVN 356:2005*. Luận văn thạc sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội.
- [4] SP 63.13330.2012 (2012). *Concrete and reinforced concrete structures*. Principal rules, Ministry of regional development of the Russian federation.
- [5] TCVN 5574:2018. *Thiết kế bê tông và bê tông cốt thép-Tiêu chuẩn thiết kế*. Bộ Khoa học và Công nghệ, Việt Nam.
- [6] Huế, L. B. (2018). Kiến nghị về tính toán cốt đai chịu cắt của dầm bê tông cốt thép chịu lực tập trung theo SP 63.13330.2012. *Tạp chí khoa học công nghệ Xây dựng IBST*.
- [7] Hue, L. B., Phuong, P. M., Tuan, P. M. *Tìm hiểu bài toán cường độ chịu cắt của dầm bê tông cốt thép theo các tiêu chuẩn của Nga*. Đại học Xây dựng Hà Nội, mã số 56-2021/KHXD.

- [8] Thăng, N. T. (2019). [Tính toán cốt đai cho dầm bê tông cốt thép chịu đồng thời lực phân bố đều và lực tập trung](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCVXD) - ĐHXD*, 13(1V):25–34.
- [9] Huế, L. B., Tuấn, P. M. (2022). [Kiến nghị tính bài toán cốt đai chịu cắt của dầm chịu tải trọng tập trung theo TCVN 5574:2018](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCVXD) - ĐHXDHN*, 16(3V):60–73.
- [10] ACI 318-14 (2019). *Building code requirements for structural concrete*. American Concrete Institute.
- [11] EN 1992-1-1:2004. *Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*.
- [12] Bộ môn Công trình Bê tông cốt thép, Trường Đại học Xây Dựng (2023). *Hướng dẫn tính toán cấu kiện bê tông cốt thép theo tiêu chuẩn TCVN 5574:2018*. Nhà xuất bản Khoa học và kỹ thuật.
- [13] Manual for SP 63.1330 (2015). *Calculation of reinforced concrete structures without prestressed reinforcements*. Ministry of construction and housing and utilities of the Russian federation.
- [14] Minh, P. Q., Phong, N. T., Thăng, N. T., Tùng, V. M. (2021). *Kết cấu bê tông cốt thép (phần cấu kiện cơ bản) TCVN 5574:2018*. Nhà xuất bản Khoa học và kỹ thuật.
- [15] Huế, L. B., Tuấn, P. M., Nguyễn, N. Đ. (2023). *Khung bê tông cốt thép toàn khối*. Nhà xuất bản Khoa học và kỹ thuật.