

LÝ THUYẾT VÀ THỰC NGHIỆM XÁC ĐỊNH TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT TRƯỚC CHO MÁI VÒM CÁP BỐN THANH NÉN

Trịnh Quang Hùng^a, Lê Thành Lộc^a, Trần Thành Nghĩa^a, Nguyễn Thành Nhân^a,
Lê Xuân Dũng^a, Bùi Quang Hiếu^{a,*}

^a*Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, trường Đại học Bách khoa, Đại học Đà Nẵng,
54 Nguyễn Lương Bằng, quận Liên Chiểu, thành phố Đà Nẵng, Việt Nam*

Nhận ngày 27/6/2023, Sửa xong 26/11/2023, Chấp nhận đăng 14/12/2023

Tóm tắt

Mái vòm cáp – thanh nén ngày càng được sử dụng rộng rãi trong các công trình công cộng bởi các ưu điểm vượt trội như hình dạng độc đáo, trọng lượng nhẹ và có thể đóng mở. Thiết kế trạng thái ứng suất trước cho mái vòm này là bước quan trọng nhất trong quá trình thiết kế và thi công hệ kết cấu này. Bài báo đề xuất thực hiện phương pháp phân tích suy biến (SVD) cho ma trận cân bằng đã kể đến nhóm cấu kiện của hệ mái vòm cáp – thanh nén trong việc thiết kế trạng thái ứng suất trước khả thi. Đồng thời, bài báo cũng xây dựng chương trình thực nghiệm trong việc kiểm chứng trạng thái ứng suất trước của các cấu kiện trong mái vòm. Trong đó lực căng trong cáp được xác định thông qua việc đo chiều dài vãn tăng-đơ bằng thước kẹp điện tử với độ cứng dọc trục *EA* được xác định trực tiếp từ thí nghiệm riêng cho dây cáp. Kết quả phân tích và thực nghiệm một phần cho thấy sự tương đồng với mẫu thí nghiệm là mái vòm cáp không gian bốn thanh nén.

Từ khoá: mái vòm cáp – thanh nén; phương pháp SVD; nhóm cấu kiện; ma trận cân bằng; phương pháp bình phương tối thiểu.

THEORY AND EXPERIMENT ON DETERMINING PRE-STRESSED STATE FOR FOUR STRUTS CABLE-STRUT DOME

Abstract

The cable-strut domes have been widely used in civil buildings because of their obvious advantages such as aesthetic shapes, lightweight and deployability. Pre-stressed design for cable-strut structures is the most major step in design and construction process. This article proposed the implementation of single value decomposition (SVD) method of equilibrium matrix of structures considering grouping elements for a feasible pre-stressed mode. In addition, the article also suggested an experimental program in which the numerical method results of pre-stressed design of cable-strut dome can be checked. Therein, tension forces of cables are measured by determining the lateral displacement of turnbuckle using electronic caliper in which axial stiffness is determined by member test. The numerical and experimental results of four struts cable-strut dome agree partially.

Keywords: cable-strut domes; SVD method; grouping elements; equilibrium matrix; least-square method.

[https://doi.org/10.31814/stce.huce2024-18\(1V\)-07](https://doi.org/10.31814/stce.huce2024-18(1V)-07) © 2024 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Mái vòm cáp – thanh nén là hệ kết cấu dàn khớp bao gồm thanh chịu nén và cáp chịu kéo. Mái vòm này ngày càng được phát triển bởi các ưu điểm vượt trội như hình dạng độc đáo, trọng lượng nhẹ và có thể đóng mở [1]. Đây là kết cấu thuộc hệ kết cấu dàn ứng lực trước, có nghĩa là hệ kết cấu này sẽ không bền vững nếu không cung cấp ứng lực trước trên một vài cấu kiện [2]. Các nghiên cứu về kết cấu mái vòm này chủ yếu tập trung vào các hướng: (i) thiết kế ứng suất trước; (ii) phân tích ứng suất biến dạng; (iii) tối ưu và điều khiển quá trình xây dựng. Trong các hướng này, thiết kế ứng suất trước

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: bqhieus@dut.udn.vn (Hiếu, B. Q.)

là rất quan trọng bởi vì nó ảnh hưởng trực tiếp đến trạng thái của hệ kết cấu khi chịu tải trọng ngoài như gió, động đất. Trong giai đoạn này, người thiết kế phải xác định được trạng thái ứng suất trước trong các cấu kiện để đảm bảo: (i) hệ kết cấu ở trạng thái cân bằng và ổn định; (ii) tính nhất quán của các cấu kiện: cáp ở trạng thái chịu kéo và thanh chịu nén ở trạng thái chịu nén.

Các phương pháp thiết kế ứng suất trước cho mái vòm cáp – thanh nén được chia thành hai nhóm chính [3]. Trong nhóm thứ nhất, các nút cố định của hệ mái vòm được chuyển thành các nút tự do và các phương pháp phân tích hình dạng cho kết cấu cáp – thanh nén không liên kết nối đất (tensegrity) có thể được sử dụng. Zhang và cs. [4] đã đề xuất phần tử cố định nối các nút cố định của mái vòm, và tất cả các điều kiện cân bằng và ràng buộc hình học được thành lập dưới dạng hệ phương trình tuyến tính của vector lực tổng quát hóa. Phương pháp này có thể sử dụng trong thiết kế trạng thái ứng suất trước cho mái vòm cáp – thanh nén, tuy nhiên tính nhất quán của các cấu kiện: cáp chịu kéo và thanh chịu nén là không được đảm bảo. Tran và Lee [5] sử dụng phần tử giả định để liên kết với các nút cố định, và đề xuất phương pháp giải lặp để xác định tọa độ và trạng thái ứng suất trước của hệ kết cấu dựa trên phân tích trị riêng của ma trận mật độ lực [6] và phân tích suy biến của ma trận cân bằng. Trong nghiên cứu này, tuy nhiên, tọa độ của các nút cố định không được đảm bảo trong quá trình phân tích. Gần đây, Wang và cs. [3] cũng đề xuất sử dụng phần tử giả định và phân tích hai giai đoạn để giải quyết bài toán thiết kế ứng suất trước bao gồm tối thiểu hóa hạng của ma trận mật độ lực và xác định cấu hình hệ kết cấu. Phương pháp tối thiểu hóa hạng ma trận mật độ lực sau đó được cải tiến bởi Tkachuk [7]. Nhóm thứ hai tập trung vào việc xác định trạng thái ứng suất trước khả thi duy nhất cho hệ mái vòm cáp – thanh nén với hình dạng cho trước. Yuan và cs. [8] sử dụng phương pháp phân tích suy biến kép (DSVD) để thiết kế trạng thái ứng suất trước khả thi cho mái vòm. Sau đó, Tran và cs. [9] phát triển phân tích DSVD để thiết kế được trạng thái ứng suất trước thống nhất cho các mái vòm có nhiều trạng thái ứng suất trước. Quagliaroli và cs. [10] sử dụng thuật toán di truyền để tối ưu cũng như thảo luận về vai trò của ứng suất trước trong kết cấu mái vòm tensegrity. Feng [11] sử dụng phương pháp kết hợp giữa thuật toán Levenberg-Marquardt (LM) và tựa Newton (QN) trong việc xác định trạng thái ứng suất trước cho các kết cấu mái vòm tensegrity với hình dạng mới. Và gần đây, Trinh [12] tạo ra mạng nơ-ron nhân tạo có xét đến mật độ lực để xác định trạng thái ứng suất trước thực tế cho các mái vòm với nhiều trạng thái ứng suất trước.

Trong thực nghiệm xác định trạng thái ứng suất trước cho mái vòm cáp – thanh nén, việc khó khăn nhất là xác định lực căng trong dây cáp trong quá trình thí nghiệm. Trong thực nghiệm xác định ứng xử của kết cấu vòm Geiger thu gọn dưới tác dụng của tải trọng đứng tại nút mà Pellegrino [2] tiến hành vào năm 1992, lực căng trong cáp được đo bằng thiết bị dây rung [13]. Thiết bị này chỉ có thể sử dụng khi quy trình thực nghiệm không thay đổi chiều dài cáp. Shin [14] năm 2011 đã phát triển loại tăng-đơ mà có thể xác định lực căng cáp thông qua việc quan sát khoảng cách “điểm dừng” của tăng-đơ. Loại tăng-đơ này là chưa phổ biến ở thị trường Việt nam. Bùi và cs. [15] sử dụng thước kẹp điện tử để đo biến dạng của cáp thông qua chiều dài vận của tăng-đơ, từ đó xác định được lực căng trong cáp. Nghiên cứu này có thể được sử dụng để thực nghiệm với hệ tensegrity có nhiều dây cáp, tuy nhiên độ chính xác của phép đo là chưa cao vì diện tích thực của dây cáp là khó xác định.

Trong bài báo này, phương pháp phân tích suy biến (SVD) [9] được sử dụng để thiết kế trạng thái ứng suất trước cho hệ kết cấu mái vòm cáp – thanh nén. Điểm khác biệt so với nghiên cứu của Tran và cs. [9] là phân tích SVD trong bài báo này được thực hiện với ma trận cân bằng của hệ kết cấu đã xét tới việc nhóm các loại cấu kiện. Đồng thời, bài báo cũng xây dựng chương trình thực nghiệm trong việc kiểm chứng trạng thái ứng suất trước của các cấu kiện trong mái vòm. Trong đó lực căng trong cáp được xác định thông qua việc đo chiều dài vận tăng-đơ bằng thước kẹp điện tử [15] với độ cứng dọc trục *EA* được xác định trực tiếp từ thí nghiệm riêng cho dây cáp. Kết quả phân tích và thực

nghiệm một phần tương đồng nhau.

2. Quy trình xác định trạng thái ứng suất trước

Phần này sẽ đề xuất quy trình xác định trạng thái ứng suất trước khả thi cho mái vòm cáp – thanh nén dựa trên phân tích SVD cho ma trận cân bằng đã kể đến nhóm cấu kiện. Mục 2.1 trình bày về phương trình cân bằng cho hệ kết cấu cáp-thanh nén ứng suất trước. Mục 2.2 trình bày về phân tích SVD cho ma trận cân bằng có kể đến nhóm cấu kiện, trong khi đó mục 2.3 trình bày và thảo luận về quy trình đề xuất. Mục 2.4 và mục 2.5 thể hiện ví dụ và kết quả phân tích lần lượt với mái vòm bốn thanh nén và mái vòm Kiewitt.

2.1. Phương trình cân bằng

a. Giả thiết

- Phần tử là thẳng và nối nhau tại nút ở hai đầu phần tử. Nút là khớp, cho phép phần tử xoay tự do quanh nút.
- Trọng lượng bản thân của hệ kết cấu được bỏ qua, ngoại lực tác dụng tại nút.
- Sự phá hoại của phần tử, ví dụ như chảy dẻo hoặc mất ổn định nén, được bỏ qua.
- Cáp chịu kéo và thanh nén chịu nén.
- Hình dạng của hệ kết cấu bao gồm liên kết giữa các phần tử và tọa độ của các nút là có sẵn.
- Nút liên kết (nút cố định) là nút có tất cả các chuyển vị thẳng theo các phương bằng không khi hệ kết cấu chịu tác dụng của ngoại lực, trong khi đó nút tự do là nút không bị ràng buộc về chuyển vị.

b. Ma trận liên kết

Đây là ma trận thể hiện sự liên kết của các phần tử trong hệ. Kích thước của ma trận này là $m \times n$, trong đó m là số phần tử và n là số nút trong hệ. Vì hệ vòm cáp-thanh nén có các nút cố định, nên trong bài báo này số nút cố định trong hệ là n_{fix} , trong khi đó số nút tự do là n_{free} . Có thể dễ dàng nhận thấy $n = n_{fix} + n_{free}$. Ma trận liên kết của hệ kết cấu được giả thiết là biết trong bài báo này và được xác định bằng công thức (1) [16].

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{free} & \mathbf{C}_{fix} \end{bmatrix} \quad \text{trong đó} \quad \mathbf{C}_{(i,j)} = \begin{cases} 1 & \text{nếu } j = l(i) \\ -1 & \text{nếu } j = k(i) \\ 0 & \text{trường hợp khác} \end{cases} \quad (1)$$

trong đó phần tử i nối nút l và k ($l < k$), $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{C}_{free} \in \mathbb{R}^{m \times n_{free}}$, $\mathbf{C}_{fix} \in \mathbb{R}^{m \times n_{fix}}$.

c. Ma trận cân bằng

Phương trình cân bằng lực nút tại các nút tự do trong mỗi phương x , y và z của hệ kết cấu cáp-thanh nén được thể hiện ở công thức (2) [9, 17]. Lưu ý rằng ngoại lực tác dụng tại nút tự do trong bài báo này bằng không vì đang đi tìm trạng thái ứng suất trước trong trường hợp không có ngoại lực tác dụng.

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{free}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_{free} \mathbf{x}_{free} + \mathbf{C}_{free}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_{fix} \mathbf{x}_{fix} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{free}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_{free} \mathbf{y}_{free} + \mathbf{C}_{free}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_{fix} \mathbf{y}_{fix} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{free}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_{free} \mathbf{z}_{free} + \mathbf{C}_{free}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_{fix} \mathbf{z}_{fix} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2)$$

trong đó \mathbf{x}_{free} , \mathbf{x}_{fix} lần lượt là các vector chứa tọa độ các nút tự do và cố định theo phương trục x , và tương tự với các vector \mathbf{y}_{free} , \mathbf{y}_{fix} , \mathbf{z}_{free} và \mathbf{z}_{fix} . $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ là ma trận đường chéo được xác định ở công thức (3)

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(\mathbf{q}) \quad (3)$$

trong đó $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_m] = \left[\frac{N_1}{l_1} \ \frac{N_2}{l_2} \ \dots \ \frac{N_m}{l_m} \right]$ được gọi là vector mật độ lực [6], và N_i và l_i lần lượt là lực dọc và chiều dài của phần tử thứ i .

Công thức (2) có thể được viết lại dưới dạng ma trận ở công thức (4)

$$\mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (4)$$

trong đó $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{free}^T \text{diag}(\mathbf{C}_{free}\mathbf{x}_{free} + \mathbf{C}_{fix}\mathbf{x}_{fix}) \\ \mathbf{C}_{free}^T \text{diag}(\mathbf{C}_{free}\mathbf{y}_{free} + \mathbf{C}_{fix}\mathbf{y}_{fix}) \\ \mathbf{C}_{free}^T \text{diag}(\mathbf{C}_{free}\mathbf{z}_{free} + \mathbf{C}_{fix}\mathbf{z}_{fix}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3n_{free} \times m}$ là ma trận cân bằng của hệ kết cấu.

2.2. Phân tích suy biến (SVD) cho ma trận cân bằng có kể đến nhóm cấu kiện

Thông thường, khi thiết kế mái vòm cáp – thanh nên người thiết kế sẽ phân nhóm các cấu kiện dựa trên tính đối xứng của hệ mái vòm. Vì vậy, mục này sẽ đề xuất quy trình xác định trạng thái ứng suất trước sau khi nhóm các cấu kiện dự kiến được thiết lập như trong công thức (5).

$$\mathbf{q} = \mathbf{G}\mathbf{q}_g \quad (5)$$

trong đó $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times g}$ với g là số nhóm cấu kiện, $\mathbf{q}_g \in \mathbb{R}^g$ là mật độ lực trong các nhóm cấu kiện. Lúc này, phương trình (4) có thể được viết thành

$$\mathbf{A}\mathbf{G}\mathbf{q}_g = \mathbf{A}_g\mathbf{q}_g = \mathbf{0} \quad (6)$$

trong đó $\mathbf{A}_g \in \mathbb{R}^{3n_{free} \times g}$ là ma trận cân bằng của hệ kết cấu đã kể đến nhóm cấu kiện.

Để giải phương trình thuần nhất tuyến tính (6), phương pháp phân tích suy biến (SVD) [18] được áp dụng cho ma trận \mathbf{A}_g :

$$\mathbf{A}_g = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (7)$$

trong đó $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{3n_{free} \times 3n_{free}}$ và $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{g \times g}$ là hai ma trận trực giao, và $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{3n_{free} \times g}$ là ma trận đường chéo với các phần tử trên đường chéo chính là các giá trị suy biến không âm của ma trận \mathbf{A}_g . Có thể dễ dàng tìm ra các trạng thái ứng suất trước của mái vòm cáp không gian bằng việc tính toán không gian rỗng của ma trận \mathbf{A}_g [19]. Lúc này, ma trận \mathbf{V} có thể được biểu diễn lại như sau:

$$\mathbf{V} = \left[\mathbf{V}_1 \ \mathbf{V}_2 \ \dots \ \mathbf{V}_{r_{\mathbf{A}_g}} \mid \mathbf{S}_1 \ \dots \ \mathbf{S}_s \right] \quad (8)$$

trong đó $\mathbf{S}_i \in \mathbb{R}^g$ ($i = 1 \rightarrow s$) là s trạng thái ứng suất trước độc lập mà thỏa mãn phương trình thuần nhất tuyến tính (6). Số lượng các trạng thái ứng suất độc lập s được xác định trong công thức (9).

$$s = g - r_{\mathbf{A}_g} \quad (9)$$

trong đó $r_{\mathbf{A}_g}$ là hạng của ma trận \mathbf{A}_g . Tùy thuộc vào giá trị của s mà hệ kết cấu mái vòm không gian sẽ có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $s = 1$, có nghĩa là phương trình (6) chỉ có một nghiệm không tầm thường duy nhất \mathbf{q}_g . Hệ kết cấu mái vòm với hình dạng và các nhóm cấu kiện đã chọn là có duy nhất một trạng thái ứng suất trước hợp lý. Trạng thái ứng suất trước này không chỉ thỏa mãn điều kiện cân bằng mà còn thỏa mãn tính nhất quán của các cấu kiện như là cáp chịu kéo và thanh chịu nén là chịu nén.

Trường hợp 2: $s = 0$, có nghĩa là phương trình (6) chỉ có nghiệm tầm thường và đương nhiên nghiệm này không phải là nghiệm mà người thiết kế mong muốn. Điều này chỉ ra rằng hệ kết cấu mái

vòm với hình dạng và các nhóm cầu kiện đã chọn là chưa hợp lý và không thể tìm ra trạng thái ứng suất trước hợp lý. Để có được trạng thái ứng suất trước duy nhất như ở Trường hợp 1 thì người thiết kế phải tăng số lượng các nhóm cầu kiện bằng cách tách các nhóm cầu kiện thành một hoặc nhiều nhóm khác cho tới khi $s = 1$ như ở Trường hợp 1.

Trường hợp 3: $s > 1$, có nghĩa là phương trình (6) có nhiều hơn một nghiệm không tầm thường. Điều này chỉ ra rằng hệ kết cấu mái vòm với hình dạng và các nhóm cầu kiện đã chọn có nhiều hơn một trạng thái ứng suất trước hợp lý. Lúc này, người thiết kế có thể giảm số lượng các nhóm cầu kiện cho tới khi $s = 1$ như trong nghiên cứu của Tran và Lee [20]. Ở bài báo này, nhóm tác giả đề xuất sử dụng phương pháp bình phương tối thiểu để xác định trạng thái ứng suất trước hợp lý cho trường hợp này. Trạng thái ứng suất trước có được từ việc đi tìm bình phương nhỏ nhất của các trạng thái ứng suất trước với trạng thái ứng suất trước mặc định ban đầu như trong phương trình (10). Việc làm này không chỉ đảm bảo tính cân bằng của hệ mái vòm được thỏa mãn mà còn đảm bảo tính nhất quán của các cầu kiện.

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \dots & \mathbf{S}_s \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}_g - \mathbf{q}_g^0 \right\|^2 \rightarrow \min \quad (10)$$

trong đó \mathbf{q}_g^0 là trạng thái ứng suất trước ban đầu được lựa chọn thỏa mãn tính nhất quán của cầu kiện, $\tilde{\mathbf{q}}_g$ là trạng thái ứng suất trước hợp lý có được.

2.3. Quy trình xác định trạng thái ứng suất trước đề xuất

Dựa vào các phân tích ở mục 2.2, quy trình xác định trạng thái ứng suất trước hợp lý cho mái vòm cáp không gian được thể hiện như sau:

Bước 1: Dữ liệu đầu vào bao gồm hình dạng (\mathbf{x}_{free} , \mathbf{x}_{fix} , \mathbf{y}_{free} , \mathbf{y}_{fix} , \mathbf{z}_{free} và \mathbf{z}_{fix}), nhóm cầu kiện (\mathbf{G}), ma trận liên kết (\mathbf{C}) và trạng thái ứng suất trước của nhóm cầu kiện \mathbf{q}_g^0 .

Bước 2: Xác định ma trận cân bằng có kể đến nhóm cầu kiện \mathbf{A}_g bởi công thức (6).

Bước 3: Xác định số các trạng thái ứng suất trước độc lập s bởi công thức (6).

Bước 4: Đánh giá giá trị của s :

a) $s = 1$ đi tiếp đến bước 5.

b) $s = 0$ tăng nhóm cầu kiện và trở lại bước 1.

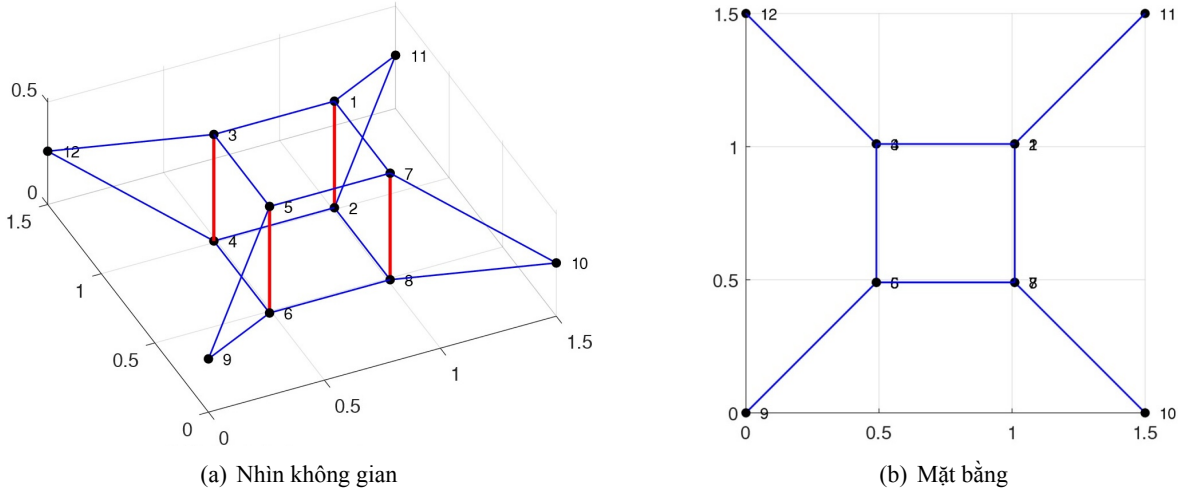
c) $s > 1$ kết hợp các trạng thái ứng suất trước khả thi để tìm trạng thái ứng suất trước hợp lý bởi phương trình (10).

Bước 5: Xác định trạng thái ứng suất trước hợp lý cho từng cầu kiện (phương trình (5)).

2.4. Ví dụ phân tích: mái vòm bốn thanh nén

Trong mục này mái vòm bốn thanh nén [5] được lựa chọn để trình bày và kiểm tra phương pháp xác định trạng thái ứng suất trước đề xuất. Cần lưu ý rằng, các thông số về hình học của mái vòm này được lựa chọn để phục vụ cho chương trình thí nghiệm ở mục 3. Hình dạng của kết cấu mái vòm này được thể hiện ở Hình 1. Các số ở Hình 1(a) thể hiện tên nút, các nút 9, 10, 11 và 12 là các nút cố định, và các nút còn lại là các nút tự do. Ba nhóm cầu kiện được lựa chọn căn cứ vào tính đối xứng của mái vòm bao gồm: (i) nhóm 1, tám thanh cáp chéo (1-11, 2-11, 3-12, 4-12, 5-9, 6-9, 7-10, 8-10) có chiều dài là 0,74 m; (ii) nhóm 2, tám thanh cáp ngang (1-3, 3-5, 5-7, 7-1, 2-4, 4-6, 6-8, 8-2) có chiều dài là 0,52 m; (iii) bốn thanh chịu nén (1-2, 3-4, 5-6 và 7-8) màu đỏ cũng có chiều dài 0,52 m.

Ma trận liên kết, ma trận nhóm cầu kiện và trạng thái ứng suất trước ban đầu của mái vòm này được thể hiện lần lượt ở các công thức (11), (12) và (13). Lưu ý rằng chỉ số dưới trong công thức (11) và (12) là kích thước của ma trận.



Hình 1. Mái vòm bốn thanh chịu nén (Đơn vị chiều dài là mét)

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{free} & \mathbf{C}_{fix} \\ 20 \times 8 & 20 \times 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} [1] & [0] & [0] \\ 8 \times 1 & 8 \times 1 & 8 \times 1 \\ [0] & [1] & [0] \\ 8 \times 1 & 8 \times 1 & 8 \times 1 \\ [0] & [0] & [1] \\ 4 \times 1 & 4 \times 1 & 4 \times 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

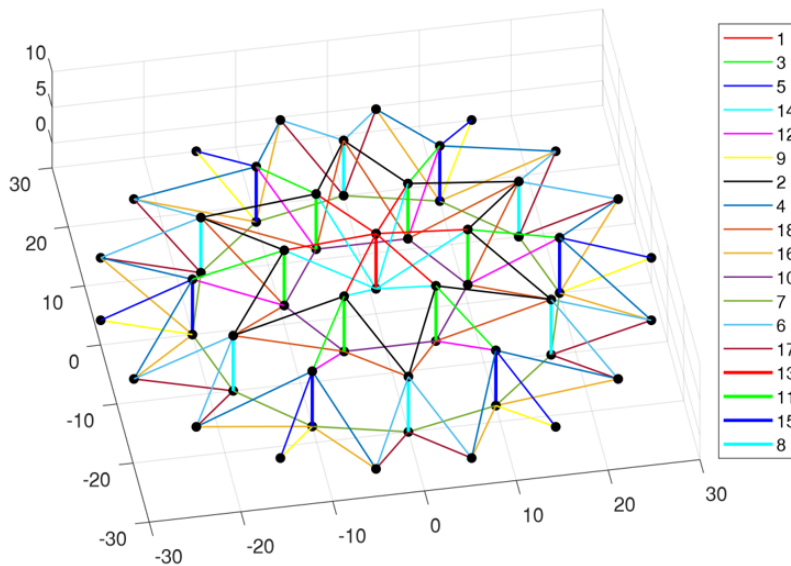
$$\mathbf{q}_g^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Với lựa chọn số nhóm cấu kiện và hình dạng của hệ mái vòm bốn thanh chịu nén này, kết quả số trạng thái ứng suất trước độc lập là $s = 1$. Kết quả mật độ lực trong các nhóm cấu kiện được thể hiện ở phương trình (14). Kết quả này hoàn toàn thống nhất với kết quả của Tran và Lee [5] và sẽ được kiểm chứng bởi thí nghiệm ở mục 3.

$$\mathbf{q}_g = \begin{bmatrix} q_c \\ q_n \\ q_{thanhnen} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,6839 \\ 0,6445 \\ -0,342 \end{bmatrix} \quad (14)$$

2.5. Ví dụ phân tích: mái vòm Kiewitt

Mái vòm Kiewitt được lựa chọn trong ví dụ phân tích ở mục này để thể hiện quy trình thiết kế ứng suất trước đề xuất ở mục 2.3 trong trường hợp số trạng thái ứng suất trước độc lập lớn hơn 1. Hình dạng, kích thước và 18 nhóm cấu kiện của mái vòm Kiewitt được lấy tương tự như trong nghiên cứu của Tran và cs. [9] và được thể hiện ở Hình 2. Trong đó các đường liền nét đậm thể hiện thanh nén, và các đường liền nét mảnh thể hiện dây cáp.



Hình 2. Mái vòm Kiewitt và số nhóm cấu kiện (xem phiên bản điện tử để thấy màu của các nhóm cấu kiện)

Kết quả theo phương pháp đề xuất cho thấy số trạng thái ứng suất trước của mái vòm là $s = 4$ và giá trị mật độ lực hợp lý trong các nhóm cấu kiện theo phương pháp đề xuất được thể hiện ở Bảng 1.

Lưu ý rằng, trong nghiên cứu của Tran và cs. [9] khi số trạng thái ứng suất trước độc lập lớn hơn 1 thì cần có sự ràng buộc về mật độ lực trong các nhóm cấu kiện. Cụ thể với ví dụ này thì sự ràng buộc đó được thể hiện ở công thức (15). Phương pháp đề xuất trong bài báo này dựa trên phương pháp bình phương tối thiểu (công thức (10)) không cần phải có sự ràng buộc về mật độ lực mà vẫn xác định được trạng thái ứng suất trước hợp lý đảm bảo tính nhất quán của các cấu kiện.

$$\begin{aligned} q_2 - 0,35q_1 &= 0 \\ q_4 - 0,2q_1 &= 0 \\ q_6 - 0,6q_1 &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Bảng 1. Giá trị mật độ lực trong các nhóm cấu kiện của mái vòm Kiewitt

Nhóm cấu kiện	Tran và cs. [9]	Nghiên cứu này
1	1,0000	1,0000
2	0,3500	0,2786
3	0,6160	0,7205
4	0,2000	0,2138
5	0,6493	0,7213
6	0,6000	0,5095
7	2,5140	2,2824
8	-0,6106	-0,5736
9	1,2705	0,4506
10	0,5878	0,5709
11	-0,4444	-0,4314
12	0,3609	0,3510
13	-0,6831	-0,6831
14	0,1285	0,1285
15	-0,6318	-0,6239
16	0,0469	0,4716
17	0,7058	0,6408
18	0,1550	0,1502

3. Chương trình thực nghiệm xác định trạng thái ứng suất trước cho mái vòm bốn thanh chịu nén

Phần này sẽ trình bày chương trình thực nghiệm để kiểm chứng trạng thái ứng suất trước cho mái vòm bốn thanh chịu nén được xác định ở mục 2. Độ cứng dọc trục của dây cáp, thông số cần thiết để xác định lực căng trong cáp, được xác định bằng thí nghiệm kéo căng dây ở mục 3.1. Mục 3.2 trình bày về thí nghiệm mái vòm bốn thanh nén, trong khi mục 3.3 trình bày về các kết quả thí nghiệm và kiểm chứng với kết quả lý thuyết ở mục 2.

3.1. Thí nghiệm xác định độ cứng dọc trục EA của cáp

Thí nghiệm xác định độ cứng dọc trục EA của cáp được thiết lập như Hình 3. Lực căng trong cáp được xác định bởi thiết bị Loadcell 100 kN BL-10TB của hãng Kyowa. Lực căng trong cáp được gia tăng bởi tăng-đơ và độ co ngắn của tăng-đơ được đo bởi thước kẹp điện tử thương hiệu OEM. Quan hệ giữa biến dạng và lực căng trong cáp được thể hiện ở Hình 4. Cần lưu ý rằng, quan hệ này được xác định lý thuyết bằng định luật Hooke như trong công thức (16)

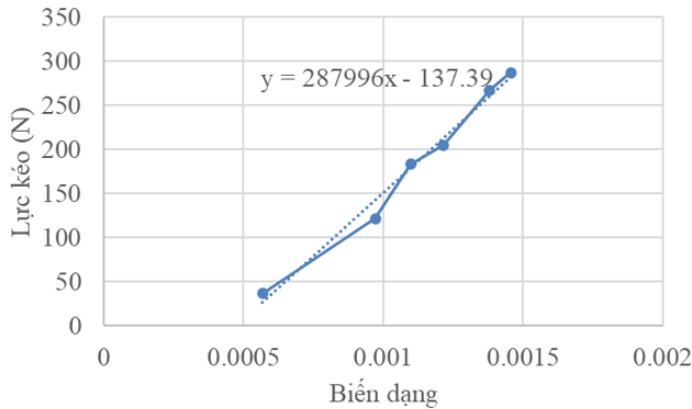


Hình 3. Thí nghiệm xác định độ cứng dọc trục của cáp

$$N = EA\varepsilon \quad (16)$$

Dựa vào kết quả thí nghiệm (xem Hình 4) và phương pháp hồi quy tuyến tính, độ cứng dọc trục gần đúng của cáp được xác định ở công thức (17). Cần lưu ý rằng, việc thiết lập trạng thái không biến dạng trong dây cáp tại thời điểm ban đầu là rất khó thực hiện trong quá trình thí nghiệm, vì vậy đường quan hệ giữa lực dọc và biến dạng ở Hình 3 là không đi qua gốc tọa độ.

$$EA = 287996 \text{ (N)} \quad (17)$$



Hình 4. Quan hệ giữa lực kéo và biến dạng trong thí nghiệm kéo cáp

3.2. Quy trình thực nghiệm xác định trạng thái ứng suất trước trong mái vòm bốn thanh chịu nén

a. Giới thiệu mẫu thí nghiệm, khung gia tải và thiết bị đo

Mái vòm bốn thanh chịu nén được chế tạo từ: (i) Các thanh chịu nén sử dụng thép ống Hòa Phát có đường kính ngoài 33,5 mm, chiều dày 1 mm. Thông số vật liệu của ống thép được xác định bằng chỉ tiêu cơ lý của nhà sản xuất [21] trong đó mô đun đàn hồi được xác định bằng $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ (N/m}^2\text{)}$; (ii) Cáp được sử dụng là cáp 7 sợi có đường kính danh nghĩa là 3 mm. Độ cứng dọc trục của cáp được xác định ở mục 3.1. Để tạo lực căng trong cáp thì các tăng-đờ được sử dụng ở giữa các dây cáp như Hình 5.



Hình 5. Mẫu thí nghiệm mái vòm bốn thanh chịu nén



Hình 6. Khung gia tải

Khung gia tải được chế tạo từ bốn thanh thép đặc V ($50 \times 50 \times 4 \text{ mm}$) và các thanh giằng V ($30 \times 30 \times 1 \text{ mm}$) như Hình 6. Mẫu thí nghiệm mái vòm bốn thanh chịu nén được liên kết cố định với khung gia tải tại các nút 9, 10, 11, 12 (xem Hình 1) thông qua các khóa cứng như Hình 7.



Hình 7. Chi tiết cố định cáp chéo với khung gia tải

Lực nén trong các ống thép được xác định bằng thiết bị đo biến dạng N11-FA-5-120-11 của hãng Showa. Lực căng trong cáp được xác định bởi thước kẹp điện tử thương hiệu OEM, độ cứng dọc trục đã thí nghiệm ở mục 3.1 và công thức (16).

b. Quy trình thực nghiệm đề xuất

Quy trình thực nghiệm đề xuất gồm ba bước như sau:

Bước 1: Mẫu thí nghiệm được chế tạo theo đúng kích thước trong ví dụ phân tích 2.4. Lực căng ban đầu trong cáp được hiệu chỉnh về không bằng cách hiệu chỉnh các tăng-đơn. Các ống thép cũng được liên kết cố định với khung gia tải để đảm bảo việc căng cáp ở bước 2 không ảnh hưởng đến hình dạng của mẫu thí nghiệm. Hình 8 thể hiện các thiết lập ban đầu của quy trình thực nghiệm này.



(a) Chi tiết cố định ống thép



(b) Khung gia tải và mẫu thí nghiệm

Hình 8. Bước 1 của quy trình thực nghiệm

Bước 2: Các dây cáp được căng bằng cách hiệu chỉnh tăng-đơn. Tỷ lệ căng của nhóm cáp ngang và nhóm cáp chéo phải đảm bảo được mật độ lực đã xác định ở mục 2.4. Tỷ lệ căng này được thể hiện ở

công thức (18)

$$\frac{q_n}{q_c} = \frac{\Delta l_n l_c^2}{\Delta l_c l_n^2} \quad (18)$$

trong đó q_n và q_c lần lượt là mật độ lực trong cáp ngang và cáp chéo, l_n và l_c lần lượt là chiều dài của cáp ngang và cáp chéo của mẫu thí nghiệm, Δl_n và Δl_c lần lượt là chiều dài căng của cáp ngang và cáp chéo. Ở thí nghiệm này, để thuận tiện thao tác thí nghiệm và khả năng chịu lực của khung thép ngoài cáp ngang được căng $\Delta l_n = 2$ mm và tương ứng cáp chéo sẽ được căng $\Delta l_c = 4,299$ mm. Cụ thể, chiều dài của các dây cáp trước và sau khi căng trong thí nghiệm được thể hiện ở Bảng 2.

Bảng 2. Chiều dài trước và sau căng của cáp ngang và cáp chéo

Cáp	Ký hiệu (Hình 1)	Chiều dài tăng-đơ trước căng (mm)	Chiều dài tăng-đơ sau căng (mm)
Cáp ngang	1-3	57,76	55,76
	3-5	58,32	56,32
	5-7	53,32	51,32
	7-1	63,19	61,19
	2-4	59,57	57,57
	4-6	54,84	52,84
	6-8	41,60	39,60
	8-2	58,76	56,76
Cáp chéo	1-11	56,75	52,45
	2-11	56,88	52,58
	3-12	52,85	48,55
	4-12	60,12	55,82
	5-9	59,99	55,69
	6-9	59,82	55,52
	7-10	66,32	62,02
	8-10	58,57	54,27

Bước 3: Liên kết cố định giữa các ống thép và khung gia tải ngoài được giải phóng. Lúc này lực căng trong cáp sẽ tạo ra lực nén trong các ống thép và lực nén này được quan trắc bởi các thiết bị đo biến dạng như trình bày ở mục 3.2a.

3.3. Kết quả thực nghiệm và thảo luận

Kết quả quan trắc bởi các thiết bị đo biến dạng ở bước 3 của quy trình thực nghiệm sẽ được so sánh với kết quả lý thuyết của biến dạng trong ống thép được xác định ở phương trình (19)

$$\varepsilon = \frac{N_{thanhnen}}{E_{thanhnen}A_{thanhnen}} = \frac{1}{E_{thanhnen}A_{thanhnen}} \frac{EA \frac{\Delta l_n}{l_n} q_{thanhnen} l_{thanhnen}}{(q_n l_n)} \quad (19)$$

trong đó $E_{thanhnen}$ và $A_{thanhnen}$ lần lượt là mô đun đàn hồi và diện tích ống thép, $q_{thanhnen}$ và $l_{thanhnen}$ lần lượt là mật độ lực và chiều dài của ống thép, các ký hiệu còn lại tương tự như trong công thức (18). Cần lưu ý rằng, $N_{thanhnen}$ trong công thức (19) được dẫn xuất theo công thức (20) để đảm bảo mật độ lực như đã xác định ở mục 2.4.

$$N_{thanhnen} = N_n \frac{q_{thanhnen} l_{thanhnen}}{q_n l_n} = EA \frac{\Delta l_n}{l_n} \frac{q_{thanhnen} l_{thanhnen}}{q_n l_n} \quad (20)$$

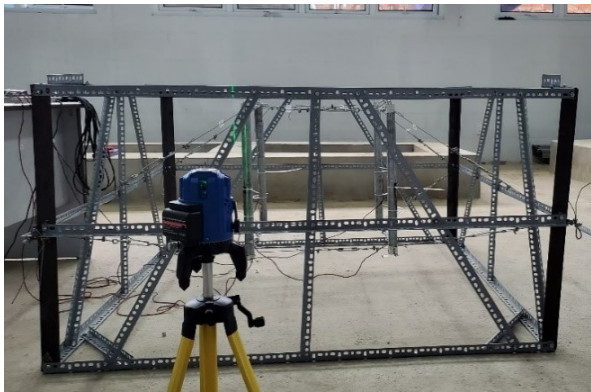
trong đó N_n là lực dọc trong cáp ngang. Kết quả thực nghiệm và kết quả trong công thức (19) được thể hiện ở Bảng 3.

Bảng 3. Kết quả lý thuyết và thực nghiệm của thí nghiệm mái vòm bốn thanh nén

Kết quả thí nghiệm ($\times 10^{-6}$)				Công thức (19)
Thanh 1-2	Thanh 3-4	Thanh 5-6	Thanh 7-8	($\times 10^{-6}$)
-9,4144	-8,1368	-10,935	-10,5085	-53,19

Kết quả thực nghiệm cho thấy hình dạng của mái vòm thu được sau khi căng cáp là gần như kết quả thiết kế mong muốn (xem Hình 9). Tuy nhiên, lực nén trong bốn ống thép là chênh lệch nhau lớn (hơn 25% giữa ống 3-4 và 5-6). Kết quả này không phản ánh chính xác mật độ lực của các nhóm cấu kiện có được từ phân tích suy biến có mục 2.4. Đồng thời, sai lệch giữa kết quả trung bình của thí nghiệm so với kết quả lý thuyết trong phương trình (19) là gần 81,67%. Các điều này có thể được lý giải bởi các nguyên nhân sau:

- Lực căng trong cáp chưa đạt tới lực mong muốn trong phân tích vì liên kết giữa cáp và tăng-đờ cũng như liên kết giữa cáp và gối cố định là chưa đảm bảo.
- Việc cố định các đầu thanh chịu nén là chưa hợp lý, dẫn tới việc các đầu thanh này bị dịch chuyển trong quá trình căng cáp.
- Khung thép ngoài chưa đảm bảo độ cứng. Điều này dẫn tới có sự biến dạng khung thép ngoài trong quá trình căng cáp.



(a)



(b)

Hình 9. Hình dạng của mái vòm sau thí nghiệm

4. Kết luận

Bài báo đã đề xuất phương pháp phân tích suy biến cho ma trận cân bằng của hệ mái vòm-thanh nén có kể đến nhóm cấu kiện trong thiết kế trạng thái ứng suất trước hợp lý. Phương pháp đề xuất được áp dụng trong việc xác định trạng thái ứng suất trước hợp lý cho mái vòm cáp bốn thanh nén và mái vòm Kiewitt. Với mái vòm Kiewitt thì phương pháp đề xuất có thể xác định trạng thái ứng suất trước hợp lý mà không cần sự ràng buộc về mật độ lực trong các nhóm cấu kiện.

Bài báo cũng đề xuất được quy trình thực nghiệm trong việc kiểm chứng trạng thái ứng suất trước cho mái vòm cáp bốn thanh nén. Kết quả thực nghiệm một phần kiểm chứng được kết quả của phương pháp lý thuyết đề xuất. Tuy nhiên, độ chính xác trong quá trình thực nghiệm kiểm chứng trạng thái ứng suất trước của mái vòm cần được chú trọng trong các nghiên cứu tiếp theo. Đặc biệt, phương pháp

xác định lực căng cáp thông qua việc đo chiều dài vận tăng-đơ của cáp ngang và cáp chéo là có độ tin cậy không cao nên cần được cải thiện trong các nghiên cứu tiếp theo.

Lời cảm ơn

Bài báo này được tài trợ bởi Trường Đại học Bách khoa - Đại học Đà Nẵng với đề tài có mã số: T2023-02-17.

Tài liệu tham khảo

- [1] Krishnan, S. (2020). [Structural design and behavior of prestressed cable domes](#). *Engineering Structures*, 209:110294.
- [2] Pellegrino, S. (1992). [A Class of Tensegrity Domes](#). *International Journal of Space Structures*, 7(2): 127–142.
- [3] Wang, Y., Xu, X., Luo, Y. (2021). [Form-finding of tensegrity structures via rank minimization of force density matrix](#). *Engineering Structures*, 227:111419.
- [4] Zhang, J., Ohsaki, M., Kanno, Y. (2006). [A direct approach to design of geometry and forces of tensegrity systems](#). *International Journal of Solids and Structures*, 43(7–8):2260–2278.
- [5] Chi Tran, H., Lee, J. (2010). [Advanced form-finding for cable-strut structures](#). *International Journal of Solids and Structures*, 47(14–15):1785–1794.
- [6] Schek, H.-J. (1974). [The force density method for form finding and computation of general networks](#). *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3(1):115–134.
- [7] Tkachuk, A. (2022). [Robustness of rank minimization heuristics for form-finding of tensegrity structures](#). *Computers & Structures*, 266:106786.
- [8] Yuan, X., Chen, L., Dong, S. (2007). [Prestress design of cable domes with new forms](#). *International Journal of Solids and Structures*, 44(9):2773–2782.
- [9] Tran, H. C., Park, H. S., Lee, J. (2012). [A unique feasible mode of prestress design for cable domes](#). *Finite Elements in Analysis and Design*, 59:44–54.
- [10] Quagliaroli, M., Malerba, P. G., Albertin, A., Pollini, N. (2015). [The role of prestress and its optimization in cable domes design](#). *Computers & Structures*, 161:17–30.
- [11] Feng, Y., Yuan, X., Samy, A. (2022). [Analysis of new wave-curved tensegrity dome](#). *Engineering Structures*, 250:113408.
- [12] Trinh, D. T., Lee, S., Kang, J., Lee, J. (2022). [Force density-informed neural network for prestress design of tensegrity structures with multiple self-stress modes](#). *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 94: 104584.
- [13] Pellegrino, S. (1986). *Mechanics of kinematically indeterminate structures*. PhD Thesis, University of Cambridge.
- [14] Shin, K., Lee, S. (2011). [Analysis and test of modified turn-buckles for measuring tensile force](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 67(5):833–840.
- [15] Hiểu, B. Q., Quân, V. D., Khanh, H. Q., Luận, D. M., Lâm, T. P., Đạt, N. H. (2020). [Phân tích và thực nghiệm xác định hình dạng tháp Tensegrity ba tầng](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCN XD) - ĐHXD*, 14(3V):118–127.
- [16] Zhang, J. Y., Ohsaki, M. (2015). *Tensegrity Structures: Form, Stability, and Symmetry*. Springer Japan.
- [17] Bui, H. Q., Kawabata, M., Van Nguyen, C. (2022). [A combination of genetic algorithm and dynamic relaxation method for practical form-finding of tensegrity structures](#). *Advances in Structural Engineering*, 25(11):2237–2254.
- [18] Meyer, C. (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. SIAM.
- [19] Pellegrino, S. (1993). [Structural computations with the singular value decomposition of the equilibrium matrix](#). *International Journal of Solids and Structures*, 30(21):3025–3035.
- [20] Tran, H. C., Lee, J. (2010). [Initial self-stress design of tensegrity grid structures](#). *Computers & Structures*, 88(9–10):558–566.
- [21] Thép ông Hòa Phát. *Mô tả sản phẩm*. Truy cập ngày 07/08/2023.