

ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC THAM SỐ VẬT LIỆU, HÌNH HỌC ĐẾN ỔN ĐỊNH CỦA KẾT CẤU VÒM HAI KHỚP

Đặng Xuân Hùng^{a,*}

^a*Khoa Xây dựng Dân dụng & Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội,
55 đường Giải Phóng, quận Hai Bà Trưng, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 06/5/2023, Sửa xong 21/5/2023, Chấp nhận đăng 23/5/2023

Tóm tắt

Bài báo nghiên cứu đánh giá ảnh hưởng của các tham số vật liệu và hình học đến ổn định của kết cấu vòm hai khớp thông qua phân tích độ nhạy của các tham số đó đến giá trị tải trọng tới hạn của kết cấu. Mô đun đàn hồi của vật liệu, các thông số kích thước tiết diện, góc mở và bán kính của vòm được giả thiết là các biến ngẫu nhiên độc lập xác suất. Chỉ số độ nhạy bậc nhất và chỉ số độ nhạy tổng thể Sobol' được sử dụng để đánh giá độ nhạy của các tham số và được xác định bằng phương pháp Monte Carlo. Kết quả khảo sát cho phép đánh giá định lượng ảnh hưởng riêng lẻ và ảnh hưởng tương tác của các tham số đến tải trọng tới hạn của vòm hai khớp. Các phân tích, bình luận sau đó cho thấy sự phù hợp của kết quả bài báo với logic phân tích định tính.

Từ khóa: ổn định; vòm hai khớp; Monte Carlo; chỉ số độ nhạy Sobol'; ảnh hưởng tương tác.

INFLUENCE OF MATERIAL AND DIMENSIONAL PARAMETERS ON BUCKLING LOAD OF HINGED ENDS ARCH

Abstract

This paper investigates the influence of material and dimensional parameters on the buckling behavior of hinged ends arch via the sensitivity analysis of these parameters on the buckling load of the structure. The elastic modulus of the material, the section dimensional parameters, the open angle and the radius of the arch are assumed to be independent random variables. The first order and total order Sobol' indices are used to assess the sensitivity of the material and dimensional parameters on the buckling load of the arch. The sensitivity indices are then estimated by the Monte Carlo simulation method. A numerical test of a case study is performed, and the results will quantitatively show the isolated and interactive influence of material and geometrical parameters on the buckling load of the hinged ends arch. Then, the comments will indicate the agreement between the numerical results and the logical qualitative analysis of the structure.

Keywords: buckling; hinged ends arch; Monte Carlo; Sobol' sensitivity index; interactive influence.

[https://doi.org/10.31814/stce.huce2023-17\(2V\)-10](https://doi.org/10.31814/stce.huce2023-17(2V)-10) © 2023 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Ngày nay, cùng với sự phát triển của phương pháp và công cụ tính toán, người ta thường đặt ra bài toán thiết kế tối ưu kết cấu để giảm thiểu chi phí xây dựng công trình. Nhiều công trình nghiên cứu đã phát triển các thuật toán mạnh, sử dụng tài nguyên tính toán lớn và đạt được kết quả tối ưu đáng ghi nhận. Tuy nhiên, cần chú ý rằng, kết quả tối ưu đạt được tiềm ẩn những rủi ro không thể xem thường. Cụ thể là tại điểm tối ưu, một số tham số đạt gần đến giới hạn có thể gây ra nguy hiểm cho kết cấu. Nếu các tham số đó có độ nhạy lớn đến sự làm việc an toàn của kết cấu thì chỉ cần một thay đổi rất bé

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: hungdx@huce.edu.vn (Hùng, Đ. X.)

cũng làm cho kết cấu rơi vào trạng thái nguy hiểm. Điều này cho thấy rằng việc đánh giá độ nhạy của các tham số đầu vào ngẫu nhiên đến ứng xử của kết cấu mang tính thời sự và có ý nghĩa khoa học.

Đánh giá độ nhạy của các tham số thiết kế đến hàm đáp ứng độ tin cậy đã được tác giả Nguyễn Văn Phó nghiên cứu ngay từ những năm 1990 ở Việt Nam [1]. Cùng thời gian đó, độ nhạy của các dạng riêng trong chẩn đoán kỹ thuật công trình được nhóm tác giả Nguyễn Tiến Khiêm và Đào Như Mai công bố trong [2]. Tác giả Lê Xuân Huỳnh nghiên cứu đánh giá độ nhạy, độ tin cậy để giải quyết bài toán tối ưu hóa kết cấu [3]. Nhóm tác giả Đặng Xuân Hùng và Nguyễn Trọng Hà sử dụng phương pháp Monte Carlo và chỉ số độ nhạy Sobol' trong các nghiên cứu về đánh giá độ nhạy và độ tin cậy [4–6]. Có thể nói rằng, những nghiên cứu về độ nhạy áp dụng trong phân tích kết cấu công trình còn tương đối hạn chế ở Việt Nam.

Trên thế giới, năm 1991 Morris lần đầu tiên đề xuất phương pháp xác định độ nhạy địa phương có kể đến yếu tố ngẫu nhiên của tham số [7]. Phương pháp này xác định độ nhạy địa phương tại nhiều điểm khác nhau trong không gian xác định của hàm. Giá trị độ nhạy sau đó được tính bằng trung bình cộng của các giá trị độ nhạy địa phương xác định được. Tác giả Morio [8] sau đó cũng chỉ ra rằng mặc dù chỉ xác định độ nhạy địa phương nhưng phương pháp do Morris đề xuất cũng phần nào phản ánh được độ nhạy tương tác giữa các biến. Sau đó, năm 1993, lần đầu tiên khái niệm về độ nhạy tổng thể được I.M. Sobol' đề xuất trong [9] cho phép đánh giá không chỉ độ nhạy riêng lẻ mà còn độ nhạy tương tác giữa các biến ngẫu nhiên đầu vào lên ứng xử đầu ra của kết cấu. Sau đó, cũng chính Sobol' tiếp tục phát triển nghiên cứu kết hợp với phương pháp Monte Carlo để đánh giá độ nhạy của các tham số [10, 11]. Chỉ số này sau đó được nhiều tác giả sử dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực nghiên cứu [12, 13].

Bài báo này sử dụng chỉ số độ nhạy tổng thể Sobol' để đánh giá độ nhạy của các tham số ngẫu nhiên về vật liệu, hình học lên giá trị tải trọng tới hạn của vòm hai khớp, đối xứng, tiết diện chữ I, chịu tải trọng hướng tâm phân bố đều. Mục 2 giới thiệu khái niệm chỉ số độ nhạy tổng thể Sobol' và đánh giá chỉ số độ nhạy bằng phương pháp Monte Carlo. Mục 3 giới thiệu mô hình và xác định tải trọng tới hạn của vòm hai khớp. Mục 4 kiểm chứng kết quả chương trình đánh giá độ nhạy. Mục 5 giới thiệu kết quả phân tích độ nhạy cho một bài toán cụ thể để minh họa cho phương pháp đánh giá độ nhạy. Cuối cùng là các kết luận và kiến nghị.

2. Chỉ số độ nhạy tổng thể Sobol'

Chỉ số độ nhạy tổng thể Sobol' được đánh giá thông qua đóng góp riêng lẻ hoặc tương tác của biến ngẫu nhiên đầu vào đến phương sai của đại lượng đầu ra. Xét mô hình ứng xử của kết cấu $Y = f(\mathbf{X})$ với $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ là véc tơ các tham số ngẫu nhiên đầu vào được giả thiết là các biến ngẫu nhiên độc lập trên không gian $[0, 1]^n$ (nếu các biến không thuộc không gian $[0, 1]^n$ thì cần thực hiện phép đổi biến) và Y là đại lượng vô hướng đầu ra. Theo [8], hàm $f(\mathbf{X})$ có thể phân tích thành chuỗi các hàm số định nghĩa trong không gian có kích thước tăng dần như sau:

$$f(\mathbf{X}) = f_0 + \sum_i f_i(X_i) + \sum_{i < j} f_{ij}(X_i, X_j) + \dots + f_{1\dots n}(X_1, \dots, X_n) \quad (1)$$

trong đó f_0 là hằng số và các hàm $f_{i_1\dots i_s}(X_{i_1}, \dots, X_{i_s})$ phải thỏa mãn các điều kiện:

$$\int_0^1 f_{i_1\dots i_s}(X_{i_1}, \dots, X_{i_s}) dX_{i_k} = 0 \quad (2)$$

với $\forall k \in \{1, \dots, s\}$ và $\{i_1, \dots, i_s\} \subseteq \{1, \dots, n\}$. Phương sai của đại lượng ngẫu nhiên đầu ra khi các biến ngẫu nhiên đầu vào là các biến độc lập được xác định bởi.

$$Var[Y] = \sum_{i=1}^n V_i + \sum_{1 \leq i < j \leq n} V_{ij} + \dots + V_{1\dots n} \quad (3)$$

và:

$$\begin{aligned} V_i &= Var[E[Y|X_i]] \\ V_{ij} &= Var[E[Y|X_i X_j]] - V_i - V_j \\ V_{1\dots n} &= Var[Y] - \sum_{i=1}^n V_i - \sum_{1 \leq i < j \leq n} V_{ij} - \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_{n-1} \leq n} V_{i_1 \dots i_{n-1}} \end{aligned} \quad (4)$$

với $Var[\circ]$, $E[\circ]$ là các toán tử xác định phương sai và kỳ vọng của biến ngẫu nhiên.

Chỉ số độ nhạy bậc nhất thể hiện ảnh hưởng riêng lẻ của từng biến đầu vào lên đại lượng đầu ra và được xác định bởi.

$$S_i = \frac{V_i}{Var[Y]} \quad (5)$$

Chỉ số độ nhạy bậc k thể hiện ảnh hưởng tương tác giữa các biến đầu vào X_1, X_2, \dots, X_k lên đại lượng đầu ra và được xác định bởi.

$$S_{1\dots k} = \frac{V_{1\dots k}}{Var[Y]} \quad (6)$$

Chỉ số độ nhạy tổng thể của một biến X_i thể hiện ảnh hưởng riêng lẻ và tương tác của biến đó với tất cả các biến còn lại và được xác định bởi.

$$S_{Ti} = \sum_{k \neq i} S_k = S_i + S_{ij} + S_{ik} + S_{ikl} + \dots + S_{i\dots n} \quad (7)$$

trong đó ký hiệu $\neq i$ thể hiện tất cả các tổ hợp có chứa i .

Phương pháp Monte Carlo được sử dụng để đánh giá các chỉ số độ nhạy Sobol'. Xét hai mẫu $\mathbf{X}_k^{(1)} = (X_{k1}^{(1)}, X_{k2}^{(1)}, \dots, X_{kn}^{(1)})$ và $\mathbf{X}_k^{(2)} = (X_{k1}^{(2)}, X_{k2}^{(2)}, \dots, X_{kn}^{(2)})$ các thể hiện của véc tơ \mathbf{X} với $k = 1, \dots, N$. Chỉ số độ nhạy bậc nhất của biến X_i được đánh giá theo biểu thức:

$$\hat{S}_i = \frac{\hat{V}_i}{\hat{V}} = \frac{\hat{U}_i - \hat{f}_0^2}{\hat{V}} \quad (8)$$

trong đó ký hiệu $\hat{\circ}$ thể hiện giá trị được tính gần đúng từ mẫu các thể hiện của biến ngẫu nhiên. Giá trị gần đúng của kỳ vọng được xác định bởi:

$$\hat{f}_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{kn}^{(1)}) \quad (9)$$

Giá trị gần đúng của phương sai được xác định bởi:

$$\hat{V} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f^2(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{kn}^{(1)}) - \hat{f}_0^2 \quad (10)$$

Đại lượng gần đúng \widehat{U}_i được xác định bởi:

$$\widehat{U}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{kn}^{(1)}) \times f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(2)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(2)}, \dots, x_{kn}^{(2)}) \quad (11)$$

Chỉ số độ nhạy bậc 2 được đánh giá theo biểu thức:

$$\widehat{S}_{ij} = \frac{\widehat{U}_{ij} - \widehat{f}_0^2 - \widehat{V}_i - \widehat{V}_j}{\widehat{V}} \quad (12)$$

với \widehat{U}_{ij} được xác định gần đúng bởi:

$$\widehat{U}_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{k(j-1)}^{(1)}, x_{kj}^{(1)}, x_{k(j+1)}^{(1)}, \dots, x_{km}^{(1)}) \times f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(2)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(2)}, \dots, x_{k(j-1)}^{(2)}, x_{kj}^{(1)}, x_{k(j+1)}^{(2)}, \dots, x_{km}^{(2)}) \quad (13)$$

Chỉ số độ nhạy tổng thể được xác định theo biểu thức:

$$\widehat{S}_{Ti} = 1 - \frac{\widehat{U}_i - \widehat{f}_0^2}{\widehat{V}} \quad (14)$$

với \widehat{U}_i được xác định gần đúng bởi:

$$\widehat{U}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{km}^{(1)}) \times f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{ki}^{(2)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{km}^{(1)}) \quad (15)$$

Để kiểm chứng độ tin cậy của chương trình phân tích độ nhạy đã xây dựng, bài báo xét lại ví dụ kiểm chứng trong [8] sử dụng mô hình định nghĩa bởi hàm số Ishigami.

$$Y(X) = \sin X_1 + 7\sin^2 X_2 + \frac{1}{10} X_3^4 \sin X_1 \quad (16)$$

trong đó X_1, X_2, X_3 là các biến ngẫu nhiên có phân phối đều trong khoảng $[-\pi, \pi]$. Kết quả phân tích độ nhạy của chương trình được so sánh với kết quả đã công bố trong [8] sau 10.000 lần mô phỏng

Bảng 1. Bảng so sánh kết quả phân tích độ nhạy tổng thể của hàm Ishigami

| X_i | Chương trình | | Theo [8] | | Độ sai lệch (%) | |
|-------|--------------|--------|----------|--------|-----------------|--------|
| | S_i | ST_i | S_i | ST_i | S_i | ST_i |
| X_1 | 0,313 | 0,555 | 0,313 | 0,576 | 0,00% | 3,78% |
| X_2 | 0,440 | 0,438 | 0,434 | 0,438 | 1,36% | 0,00% |
| X_3 | 0,004 | 0,241 | 0,001 | 0,254 | 75,0% | 5,39% |

được giới thiệu chi tiết trong Bảng 1. Kết quả khảo sát cho thấy phù hợp với kết quả kiểm chứng trong [8]. Sai số tương đối lớn nhất chỉ ở mức 5%, có những chỉ số có sai số bằng 0%, duy nhất có sai số độ nhạy bậc nhất của biến X_3 lại ở mức 75%. Tuy nhiên khi quan sát Bảng 1 thì có thể thấy rằng giá trị tuyệt đối của chỉ số này là rất bé và gần như bằng 0 nên việc đánh giá sai số tương đối là không có ý nghĩa.

3. Độ nhạy của các tham số lên tải trọng tới hạn của vòm hai khớp

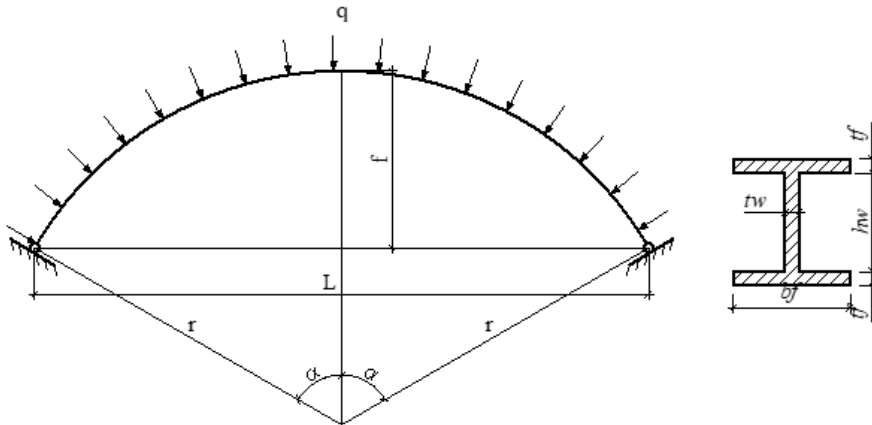
Xét vòm phẳng hai khớp đối xứng, tiết diện chữ I, chịu tải trọng hướng tâm phân bố đều như thể hiện trên Hình 1. Ổn định của kết cấu vòm hai khớp đối xứng chịu tải trọng hướng tâm phân bố đều được nghiên cứu và trình bày chi tiết trong [14]. Giá trị tải trọng tới hạn của vòm hai khớp được xác định bởi:

$$q_{th} = \frac{EI}{r^3} \left(\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1 \right) \quad (17)$$

trong đó E là mô đun đàn hồi của vật liệu, I là mô men quán tính chính trung tâm của tiết diện vòm, r là bán kính vòm và α là một nửa góc mở của vòm. Mô men quán tính chính trung tâm của tiết diện chữ I được xác định bởi.

$$I = \frac{t_w h_w^3}{12} + 2 \left(\frac{b_f t_f^3}{12} + \left(\frac{t_f + h_w}{2} \right)^2 b_f t_f \right) \quad (18)$$

Trong nghiên cứu này, tác giả giới hạn nghiên cứu tổng thể của kết cấu vòm phẳng hai khớp mà chưa xét đến ổn định cục bộ của bản bụng và bản cánh ổn định.



Hình 1. Vòm hai khớp đối xứng, tiết diện chữ I, chịu tải trọng hướng tâm phân bố đều

3.1. Độ nhạy của các tham số với mức độ biến động 10%

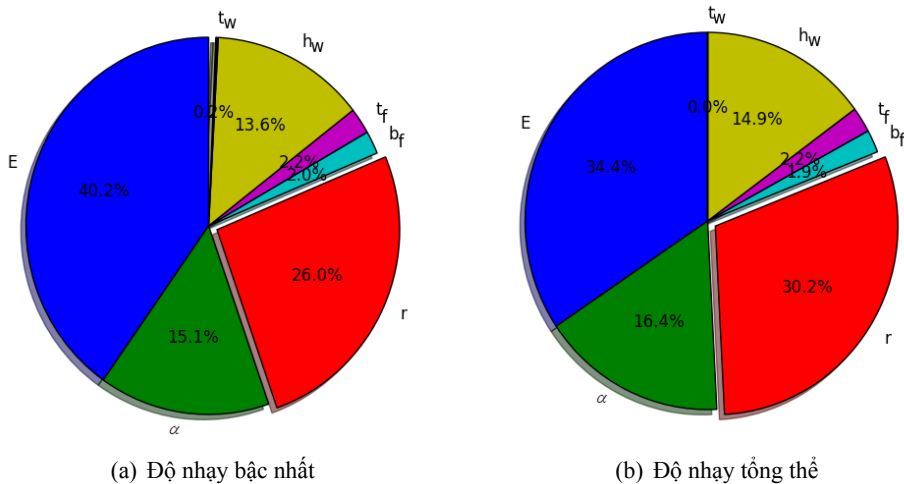
Các tham số vật liệu, hình học được giả thiết là các biến ngẫu nhiên độc lập. Trong đó mô đun đàn hồi của vật liệu được giả thiết là biến ngẫu nhiên chuẩn có hệ số biến động $CV = 10\%$, các tham số còn lại được giả thiết là các biến ngẫu nhiên đều có khoảng biến thiên $\pm 5\%$ xung quanh giá trị tất định (Bảng 2). Kết quả phân tích độ nhạy của các tham số vật liệu, kích thước lên giá trị tải trọng tới hạn của vòm hai khớp được giới thiệu trong Bảng 3 và thể hiện dưới dạng đồ thị trên Hình 2.

Bảng 2. Tham số ngẫu nhiên về vật liệu, hình học của bài toán phân tích độ nhạy

| STT | Tham số | Ký hiệu | Luật phân bố | Giá trị tất định | Tham số ngẫu nhiên |
|-----|-----------------|----------------|--------------|------------------|--------------------|
| 1 | Mô đun đàn hồi | E (MPa) | Chuẩn | 2×10^8 | $CV = 10\%$ |
| 2 | Góc mở vòm | α (rad) | Đều | $\pi/3$ | $\pm 5\%$ |
| 3 | Bán kính vòm | r (m) | Đều | 50,0 | $\pm 5\%$ |
| 4 | Chiều rộng cánh | b_f (m) | Đều | 0,45 | $\pm 5\%$ |
| 5 | Chiều dày cánh | t_f (m) | Đều | 0,03 | $\pm 5\%$ |
| 6 | Chiều cao bụng | h_w (m) | Đều | 1,00 | $\pm 5\%$ |
| 7 | Chiều dày bụng | t_w (m) | Đều | 0,02 | $\pm 5\%$ |

Bảng 3. Chỉ số độ nhạy bậc nhất và chỉ số độ nhạy tổng thể của các tham số vật liệu và kích thước lên giá trị tải trọng tới hạn của vòm hai khớp

| STT | X_i | Chỉ số độ nhạy bậc nhất (S_i) | Chỉ số độ nhạy tổng thể (ST_i) |
|-----|----------|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1 | E | 0,4022 | 0,3452 |
| 2 | α | 0,1511 | 0,1641 |
| 3 | r | 0,2598 | 0,3026 |
| 4 | b_f | 0,0197 | 0,0196 |
| 5 | t_f | 0,0223 | 0,0218 |
| 6 | h_w | 0,1365 | 0,1494 |
| 7 | t_w | 0,0021 | 0,0000 |



Hình 2. Độ nhạy tính theo tỷ lệ phần trăm của các tham số đến giá trị tải trọng tới hạn của vòm hai khớp sau 100000 lần mô phỏng

Chúng ta có thể quan sát thấy ảnh hưởng rất lớn của bốn tham số là mô đun đàn hồi E , bán kính vòm r , góc mở α và chiều cao bản bụng h_w . Cụ thể mô đun đàn hồi có ảnh hưởng riêng lẻ lớn nhất (40,2%), tiếp đến là bán kính vòm (26%), góc mở vòm (15,1%) và chiều cao bản bụng (13,6%). Khi xét đến

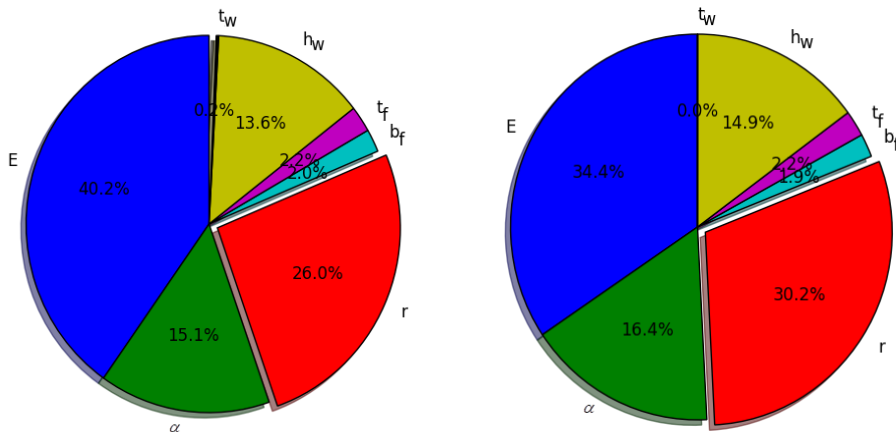
ảnh hưởng tương tác giữa các biến thì mức độ ảnh hưởng của mô đun đàn hồi và chiều cao bản bụng có sự thay đổi tương đối rõ rệt. Trong khi mô đun đàn hồi có độ nhạy giảm từ 40,2% xuống 34,4% thì chiều cao bản bụng lại có độ nhạy tăng từ 26% lên 30,2%. Hai tham số còn lại có sự thay đổi không đáng kể. Kết quả này là minh chứng rõ nét cho sự tồn tại của ảnh hưởng tương tác giữa các biến. Vì vậy trong thực tế nếu chỉ xét ảnh hưởng riêng lẻ của từng biến theo các chỉ số độ nhạy địa phương là chưa đủ. Các tham số kích thước bản cánh và chiều rộng bản bụng có ảnh hưởng không đáng kể, chỉ ở mức dưới 3%.

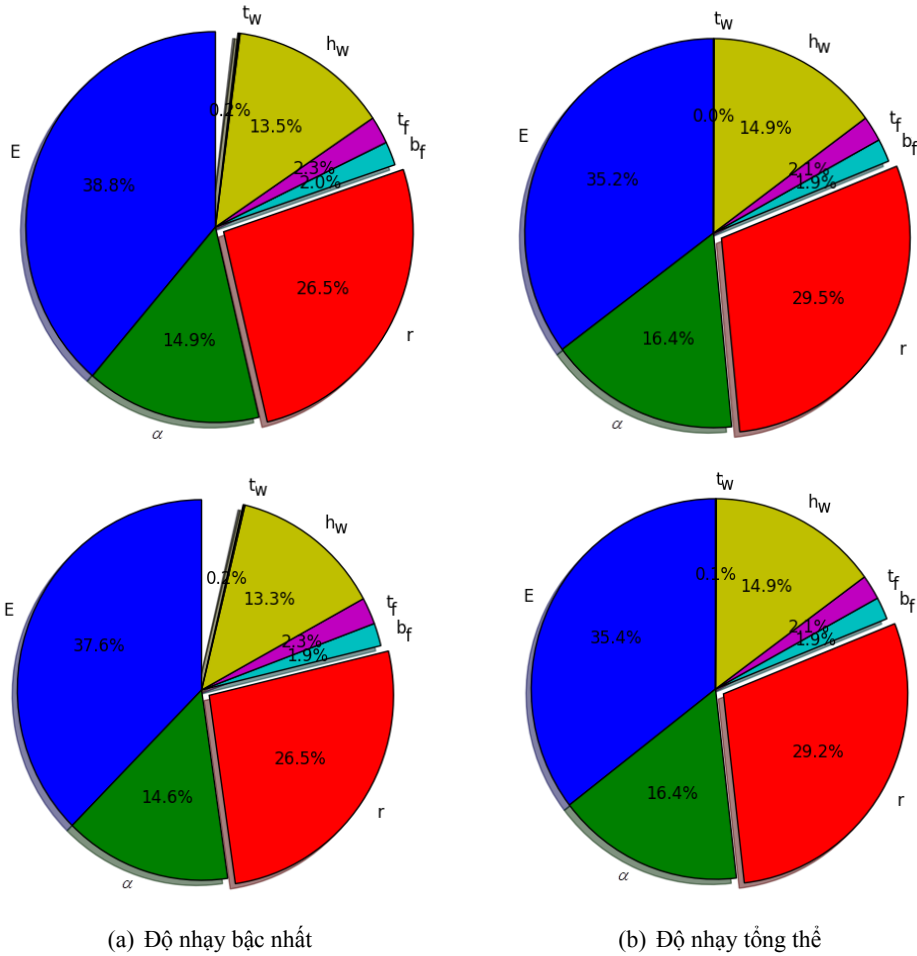
Chúng ta biết rằng đối với ứng xử ổn định của kết cấu thì mô đun đàn hồi của vật liệu đóng vai trò rất quan trọng. Hơn nữa đối với kết cấu dạng vòm chịu tải trọng hướng tâm phân bố đều thì rõ ràng độ cứng của tiết diện phụ thuộc rất lớn vào chiều cao của bản bụng. Điều này cũng có thể suy luận một cách định tính qua công thức (18). Cũng qua công thức này có thể nhận thấy vai trò không lớn của các tham số khác. Tuy nhiên, các suy luận định tính không thể cho chúng ta đủ cơ sở để quyết định xét hay không xét các tham số này trong các tính toán xử lý ngẫu nhiên. Điều này cho thấy ý nghĩa của việc phân tích định lượng ảnh hưởng của các tham số trong bài báo. Hơn nữa, kết quả của bài báo cũng cho phép chúng ta đánh giá được độ nhạy của các tham số để xem xét mức độ rủi ro của kết quả các bài toán tính toán tối ưu.

3.2. Ảnh hưởng của mức độ biến động các biến ngẫu nhiên đầu vào

Chúng ta biết rằng, độ nhạy của các tham số đầu vào đến tải trọng tới hạn của vòm hai khớp cũng có thể còn phụ thuộc vào mức độ biến động của các tham số đó. Để đánh giá sự phụ thuộc này, bài báo tiến hành hai khảo sát: (1) Phân tích độ nhạy của các tham số với mức độ biến động đồng đều 10%, 15% và 20%; (2) Phân tích độ nhạy tổng thể của các tham số với lần lượt từng tham số có mức độ biến động 20%, trong khi các tham số khác có mức độ biến động 10%. Kết quả khảo sát số 1 được thể hiện trên Hình 3.

Chúng ta có thể nhận thấy rằng khi mức độ biến động của các biến là như nhau thì tương quan độ nhạy giữa các biến đầu vào có thay đổi không đáng kể. Cụ thể mức độ ảnh hưởng riêng lẻ của mô đun đàn hồi vẫn ở mức 37%-40% và ảnh hưởng tương tác ở mức 34%-35%. Các chỉ số tương ứng của các biến khác cụ thể là: góc mở (14%-15% và ~16%), bán kính vòm (~26% và 29%-30%), chiều cao bản bụng (~13% và ~15%), các biến còn lại giữ nguyên ở mức dưới 3%. Như vậy có thể kết luận rằng nếu các biến đầu vào có mức độ biến động là như nhau thì có thể bỏ qua ảnh hưởng của các tham số có mức ảnh hưởng bé như tham số kích thước bản cánh, chiều rộng bản bụng để giảm khối lượng tính toán khi đánh giá độ tin cậy hay nghiên cứu tối ưu kết cấu.





Hình 3. Độ nhạy tính theo tỷ lệ phần trăm của các tham số đến giá trị tải trọng tới hạn của vòm hai khớp lần lượt từ trên xuống với các mức biến động: 10%, 15%, 20%

Bảng 4. Độ nhạy tổng thể tính theo tỷ lệ phần khi khảo sát từng tham số có mức độ biến động 20% trong khi các tham số khác có mức độ biến động 10%

| STT | Tham số có mức biến động 20% | Độ nhạy tổng thể của các tham số | | | | | | |
|-----|------------------------------|----------------------------------|----------|-------|-------|-------|-------|--------|
| | | E | α | r | b_f | t_f | h_w | t_w |
| 1 | E | 67,9% | 8,00% | 14,5% | 0,90% | 1,00% | 7,20% | ~0,00% |
| 2 | α | 23,4% | 43,0% | 20,6% | 1,30% | 1,40% | 10,3% | ~0,00% |
| 3 | r | 18,4% | 9,00% | 62,3% | 1,00% | 1,20% | 8,10% | ~0,00% |
| 4 | b_f | 32,5% | 15,4% | 28,4% | 7,60% | 2,00% | 14,0% | ~0,00% |
| 5 | t_f | 32,2% | 15,3% | 28,2% | 1,80% | 8,50% | 14,0% | ~0,00% |
| 6 | h_w | 24,1% | 11,6% | 21,1% | 1,30% | 1,50% | 40,4% | ~0,00% |
| 7 | t_w | 34,3% | 16,3% | 30,1% | 1,90% | 2,20% | 14,8% | 0,30% |

Kết quả của khảo sát số 2 được thể hiện trong Bảng 4. Chúng ta có thể quan sát thấy trên đường chéo của Bảng 4, độ nhạy tổng thể (%) tương ứng với các tham số có mức biến động 20% có giá trị

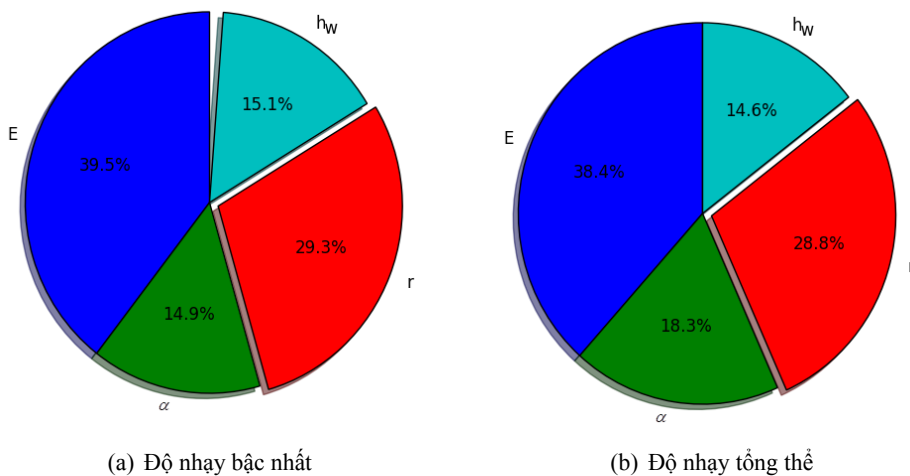
tăng vọt so với các trường hợp khảo sát khác. Tốc độ tăng tỷ lệ với mức độ ảnh hưởng trong khảo sát số 1. Ngay cả các biến có mức độ ảnh hưởng dưới 3% trong các khảo sát trước đây, khi có mức độ biến động 20% cũng cho mức độ ảnh hưởng tăng đáng kể. Cụ thể chiều rộng bản cánh có mức ảnh hưởng tăng từ dưới 3% lên 7,6%, chiều dày bản cánh tăng từ dưới 3% lên 8,5% và ngay cả chiều dày bản bụng cũng có mức ảnh hưởng tăng từ ~0,0% lên 0,3%. Kết quả khảo sát này chỉ ra rằng việc xác định quy luật phân bố xác suất thực tế của các biến đầu vào có ảnh hưởng quyết định đến độ chính xác của kết quả đánh giá độ nhạy.

3.3. Phân tích độ nhạy khi bỏ qua ảnh hưởng của các tham số có độ nhạy bé

Như đã phân tích trong các khảo sát phía trên, nếu giả thiết các biến ngẫu nhiên có mức độ biến động như nhau thì ảnh hưởng của các tham số b_f, t_f, t_w lên giá trị tải trọng tới hạn của vòm là rất bé, chỉ ở mức dưới 3%. Trong khảo sát này, bài báo tiến hành phân tích độ nhạy của các tham số còn lại khi bỏ qua ảnh hưởng của các tham số này, tức là giả thiết các tham số này là các đại lượng bất định. Các tham số còn lại có mức độ biến động 10%. Chỉ số độ nhạy bậc nhất và chỉ số độ nhạy tổng thể được giới thiệu chi tiết trong Bảng 5 và được thể hiện dưới dạng đồ thị trên Hình 4.

Bảng 5. Chỉ số độ nhạy bậc nhất và chỉ số độ nhạy tổng thể của các tham số vật liệu và kích thước lên giá trị tải trọng tới hạn của vòm hai khớp

| STT | X_i | Chỉ số độ nhạy bậc nhất (S_i) | Chỉ số độ nhạy tổng thể (ST_i) |
|-----|----------|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1 | E | 0,3952 | 0,3904 |
| 2 | α | 0,1490 | 0,1859 |
| 3 | r | 0,2927 | 0,2925 |
| 6 | h_w | 0,1512 | 0,1481 |



Hình 4. Độ nhạy tính theo tỷ lệ phần trăm của các tham số đến giá trị tải trọng tới hạn của vòm hai khớp sau 100000 lần mô phỏng

Kết quả khảo sát cho thấy độ nhạy của các tham số được thể hiện tương đối rõ ràng và có sự thay đổi nhẹ so với trường hợp xét đầy đủ các biến. Điều này chứng tỏ ảnh hưởng tương tác giữa các biến

giữ lại với các biến đã bỏ qua là không lớn. Như vậy có thể thấy việc bỏ qua các biến đó trong các bài toán xử lý ngẫu nhiên là hoàn toàn phù hợp. Ngoài ra cũng có thể quan sát thấy sự phân phối lại ảnh hưởng riêng lẻ và ảnh hưởng tương tác của các biến α và h_w . Điều này cho thấy trong khi hai biến này có sự tương tác với nhau thì hai biến còn lại chủ yếu có ảnh hưởng riêng lẻ đến giá trị tải trọng giới hạn của vòm.

4. Kết luận

Bài báo nghiên cứu đánh giá độ nhạy của các tham số đầu vào ngẫu nhiên lên giá trị tải trọng tới hạn của kết cấu vòm hai khớp đối xứng, chịu tải trọng hướng tâm phân bố đều. Tác giả đã xây dựng chương trình đánh giá độ nhạy sử dụng chỉ số độ nhạy Sobol' và phương pháp mô phỏng Monte Carlo. Chương trình tính được kiểm chứng với các công bố uy tín để chứng minh độ tin cậy của kết quả thu được. Tác giả sau đó tiến hành khảo sát một bài toán cụ thể để đánh giá định lượng ảnh hưởng của từng tham số lên tải trọng tới hạn của kết cấu. Các khảo sát chỉ ra rằng các tham số không chỉ có ảnh hưởng riêng lẻ mà còn có ảnh hưởng tương tác đến ứng xử của kết cấu. Kết quả định lượng thu được cũng cho thấy sự phù hợp với các phân tích định tính của kết cấu. Qua đó, có thể chỉ ra một số tham số có ảnh hưởng bé đến ứng xử của kết cấu và có thể bỏ qua trong một số nghiên cứu yêu cầu khối lượng tính toán lớn như bài toán phân tích độ tin cậy.

Tài liệu tham khảo

- [1] Pho, N. V. (1994). [The sensitivity problem of the structure with response functional is the reliability](#). *Vietnam Journal of Mechanics*, 16(4):28–32.
- [2] Khiêm, N. T., Mai, Đ. N. (1997). *Độ nhạy cảm của dạng riêng - tính toán và ứng dụng trong chẩn đoán kỹ thuật công trình*. Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ 6, T3.
- [3] Huỳnh, L. X. (2005). *Tối ưu hóa trong tính toán kết cấu*. Nhà xuất bản Khoa học kỹ thuật, Hà Nội.
- [4] Hùng, Đ. X., Hà, N. T. (2015). *Phân tích độ nhạy tổng thể của các tham số kết cấu lên giá trị lực tới hạn theo điều kiện ổn định của Cupon sườn chịu tải trọng gió*. Tuyển tập Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vật rắn biến dạng lần thứ XII, Đà Nẵng, 622-629.
- [5] Hùng, Đ. X., Hà, N. T. (2017). *Đánh giá ảnh hưởng của các tham số đầu vào ngẫu nhiên đến ổn định của cột thép tiết diện thay đổi*. Tuyển tập Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ X, Hà Nội, T3(1), 512-518.
- [6] Hùng, Đ. X., Hà, N. T. (2017). *Đánh giá độ tin cậy của kết cấu khung phẳng theo điều kiện ổn định bằng phương pháp phân tử hữu hạn ngẫu nhiên*. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng*, 3(28):23–30.
- [7] Morris, M. D. (1991). [Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments](#). *Technometrics*, 33(2):161–174.
- [8] Morio, J. (2011). [Global and local sensitivity analysis methods for a physical system](#). *European Journal of Physics*, 32(6):1577–1583.
- [9] Sobol', I. M. (1993). Sensitivity analysis for non-linear mathematical models. *Mathematical Modeling & Computational Experiment*, 1:407–414.
- [10] Sobol', I. M. (2001). [Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates](#). *Mathematics and Computers in Simulation*, 55(1-3):271–280.
- [11] Sobol', I. M., Kucherenko, S. S. (2005). [On global sensitivity analysis of quasi-Monte Carlo algorithms](#). *Monte Carlo Methods and Applications*, 11(1).
- [12] Sudret, B. (2008). [Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions](#). *Reliability Engineering & System Safety*, 93(7):964–979.
- [13] Kala, Z. (2019). [Global sensitivity analysis of reliability of structural bridge system](#). *Engineering Structures*, 194:36–45.
- [14] Lều, T. T. (2007). *Ổn định công trình*. Nhà xuất bản Khoa học kỹ thuật, Hà Nội.