

ĐƯỜNG CONG QUAN HỆ LỰC CẮT – CHUYỂN VỊ NGANG CHO CỘT BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU TẢI TRỌNG LẬP

Phạm Phú Anh Huy^{a,b,*}

^aViện Nghiên cứu và Phát triển Công nghệ Cao, Trường Đại học Duy Tân,
03 Quang Trung, quận Hải Châu, TP. Đà Nẵng, Việt Nam

^bKhoa Xây dựng, Trường Đại học Duy Tân, 03 Quang Trung, quận Hải Châu, TP. Đà Nẵng, Việt Nam

Nhận ngày 05/5/2023, Sửa xong 16/10/2023, Chấp nhận đăng 23/10/2023

Tóm tắt

Ứng xử của cột bê tông cốt thép (BTCT) dưới tác dụng của tải trọng lập hoặc động đất được thể hiện qua đường cong quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang. Việc ước tính chính xác đường cong này là một tiêu chí quan trọng trong việc tính toán thiết kế hoặc gia cố cho cột BTCT chịu tác động của tải trọng lập hay động đất. Bài báo đề xuất một quy trình đơn giản để xây dựng đường cong lực – chuyển vị cho cột BTCT chịu tác dụng của tải trọng lập. Quy trình đề xuất dựa trên một số công thức giải tích của tiêu chuẩn ASCE/SEI 41-17 và một số tác giả trên thế giới, đồng thời được kiểm chứng bởi kết quả thực nghiệm. Kết quả kiểm chứng cho thấy đường cong lực cắt - chuyển vị ngang đề xuất khá đơn giản, dễ áp dụng, đồng thời cho kết quả khá chính xác với thực nghiệm.

Từ khoá: đường cong lực – chuyển vị; quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang; ứng xử của cột BTCT; cột BTCT; ứng xử dưới tải trọng lập.

SHEAR FORCE - LATERAL DISPLACEMENT CURVES FOR REINFORCED CONCRETE COLUMNS UNDER CYCLIC LOADS

Abstract

The behavior of reinforced concrete (RC) columns under seismic or cyclic loads are presented by the load-displacement curves. The exact estimation of these curves is the most important step in designing or retrofitting RC columns considering the seismic or cyclic effect. The paper proposed various simple processes to build the load-displacement curves. These processes used several equations from ASCE/SEI 41-17 standard, researchers, and be verified by an experimental database. The results revealed that the proposed load-displacement curves were simple, easy to apply for designing, and have good results to compare with an experimental database.

Keywords: load-displacement curve; shear force - lateral displacement relationship; RC column response; RC column; cyclic behavior.

[https://doi.org/10.31814/stce.huce2024-18\(1V\)-09](https://doi.org/10.31814/stce.huce2024-18(1V)-09) © 2024 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu chung

Cột BTCT là cấu kiện chịu lực quan trọng trong kết cấu công trình. Cột bị hư hỏng có thể dẫn đến sập đổ cục bộ hoặc toàn bộ công trình. Do vậy, việc ước tính chính xác khả năng chịu lực của cột là bước thiết yếu trong việc thiết kế hoặc tính toán gia cố cho cột. Khả năng chịu lực của cột được thể hiện qua khả năng chịu cắt khi uốn của cột V_{mn} (shear demand), và khả năng chịu cắt chịu cắt thuần túy V_n (shear strength). V_{mn} được xác định thông qua khả năng chịu uốn lớn nhất, $V_{mn} = 2M/H$ cho cột thí nghiệm có độ cong kép (double curvature), và $V_{mn} = M/H$ cho cột thí nghiệm có độ cong đơn (single curvature) [1–3]; trong đó M , V , H tương ứng là mô-men, lực cắt và chiều dài cột. Trong khi đó, V_n là khả năng chịu cắt thuần túy của cột (shear strength), được xác định dựa trên khả năng chịu cắt của bê tông và cốt đai. V_{mn} có thể được xác định bằng nhiều phương pháp khác nhau như sử

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: phampanhhuy@duytan.edu.vn (Anh Huy, P. P.)

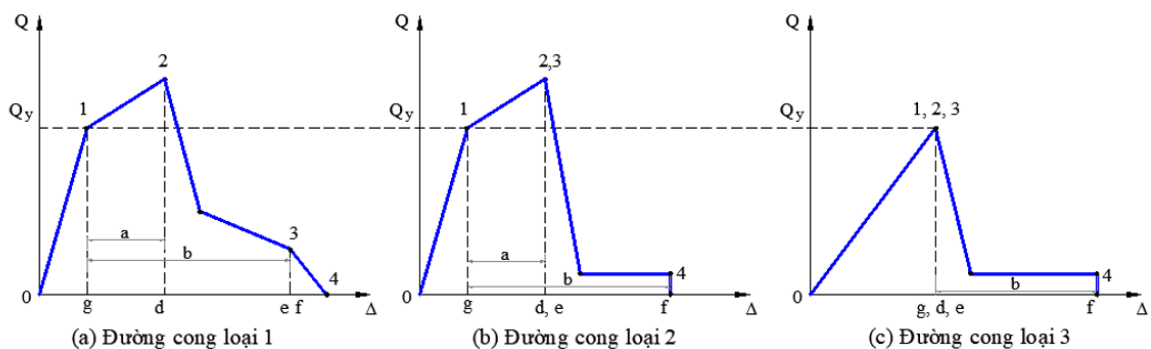
dùng các công thức của tiêu chuẩn Việt Nam TCVN5574:2018 [4], phương pháp khối ứng suất tương đương theo chỉ dẫn của tiêu chuẩn ACI318-19 [5] (equivalent stress block method), phương pháp phân tích mômen và độ cong (moment curvature analysis), phương pháp thanh chống giằng (strut-and-tie method), phương pháp phần tử hữu hạn với việc chia nhỏ mặt cắt (fiber section analysis), v.v... Bên cạnh đó, V_n cũng là một yếu tố quan trọng trong việc xác định khả năng chịu tải trọng ngang của cột. Đã có nhiều tác giả và tiêu chuẩn đề xuất các công thức tính toán khả năng chịu cắt của cột, điển hình như ACI318-19 [5], ASCE/SEI 41-17 [6], Sezen & Moehle [7], v.v... Trong đó khả năng chịu cắt của cột được xác định là tổng khả năng chịu cắt của bê tông (V_c) và cốt đai (V_s). Các học giả trên thế giới đã chỉ ra rằng cột sẽ bị phá hoại dựa trên 3 hình thức cơ bản như phá hoại uốn, uốn-cắt, và phá hoại cắt [8–12]. Phá hoại uốn xảy ra khi có sự giảm khả năng chịu lực do biến dạng uốn sau khi chảy dẻo của cốt thép dọc, phá hoại uốn thường xảy ra khi bê tông bị nén vỡ do uốn hoặc cốt thép dọc bị kéo đứt do ứng suất kéo khi uốn. Để xảy ra phá hoại uốn thì khả năng chịu cắt khi uốn (V_{mn}) phải bé thua nhiều so với khả năng chịu cắt thuần túy của cột (V_n). Tương tự, phá hoại cắt xảy ra do sự giảm khả năng chịu cắt trong cột trước khi cốt thép dọc chảy dẻo. Phá hoại cắt có thể xảy ra do ứng suất kéo hoặc nén nghiêng, trong trường hợp này thì V_{mn} phải lớn hơn nhiều so với V_n . Trong khi phá hoại uốn-cắt xảy ra khi khả năng chịu cắt của cột giảm sau khi cốt thép dọc chảy dẻo, thường xuất hiện ở hai dạng cụ thể là phá hoại do các ứng suất kéo hoặc nén nghiêng trong vùng có cốt thép dọc chảy dẻo [8–10]. Trường hợp phá hoại uốn-cắt xảy ra khi V_{mn} và V_n chênh lệch nhau không nhiều. Để phân loại một cách cụ thể các trường hợp phá hoại của cột, Anh Huy và cs. [8] đã đề xuất phương pháp xác định hình thức phá hoại của cột BTCT dựa trên tỷ số V_{mn}/V_n . Nếu tỷ số $V_{mn}/V_n < 0,6$, lúc này khả năng chịu cắt khi uốn sẽ bé thua nhiều khả năng chịu cắt thuần túy của cột, điều này sẽ dẫn đến cột BTCT sẽ phá hoại uốn, trong khi khả năng chịu cắt thuần túy của cột vẫn đảm bảo. Ngược lại nếu tỷ số $V_{mn}/V_n > 1$, lúc này khả năng chịu cắt khi uốn sẽ lớn hơn khả năng chịu cắt thuần túy cột, dẫn đến cột sẽ phá hoại cắt. Còn lại cột sẽ phá hoại theo trường hợp uốn-cắt nếu $V_{mn}/V_n = [0,6 \div 1,0]$. Tương tự Lodhi [13] đề xuất phân loại các trường hợp phá hoại của cột BTCT thành năm trường hợp. Cụ thể, nếu $V_n < V_y$ (V_y là lực cắt tương ứng với lúc cốt thép bắt đầu chảy dẻo, hay còn là là lực chảy dẻo), cột sẽ bị phá hoại do lực cắt trong khi ứng xử uốn vẫn ở trạng thái đàn hồi. Nếu $V_y \leq V_n < 0,95V_{mn}$, khả năng chịu cắt vẫn chưa đạt đến giới hạn chịu uốn, và cột sẽ bị phá hoại do chịu lực cắt với biến dạng uốn phi tuyến. Nếu $0,95V_{mn} \leq V_n < 1,05V_{mn}$, khả năng chịu cắt được tính thông qua khả năng chịu uốn uốn và khả năng chịu cắt thuần túy là xấp xỉ nhau, cột sẽ phá hoại theo hình thức uốn-cắt, với khả năng chịu cắt của cột giảm trong khi cốt thép dọc chảy dẻo. Nếu $1,05V_{mn} \leq V_n < 1,4V_{mn}$, khả năng chịu cắt thuần túy lớn không quá nhiều so với khả năng chịu cắt tính thông qua khả năng chịu uốn, cột sẽ phá hoại theo hình thức uốn với biến dạng cắt là phi tuyến. Nếu $V_n \geq 1,4V_{mn}$, lúc này khả năng chịu cắt thuần túy lớn hơn nhiều so với khả năng chịu uốn, cột sẽ bị phá hoại cắt với biến dạng uốn là tuyến tính. Ngoài ra có một số tác giả đề xuất phân loại sự phá hoại của cột BTCT dựa trên tỷ số nhịp chịu cắt trên chiều cao làm việc của tiết diện, hoặc dựa trên độ dẻo của kết cấu, tuy nhiên các phương pháp này ít được sử dụng [1–3, 14–16].

Bên cạnh đó, việc đánh giá ứng xử của cột BTCT dưới tải trọng lặp hoặc tải trọng động đất được xác định thông qua quan hệ giữa tải trọng ngang (hay lực cắt) và chuyển vị ngang, còn được gọi là đường cong quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang hay còn gọi là “đường cong xương sống – backbone curve”. Đường cong này thông thường có hai giai đoạn cơ bản như giai đoạn tuyến tính và phi tuyến thể hiện quan hệ tuyến tính và phi tuyến giữa lực cắt và chuyển vị ngang tương ứng. Với tải trọng lặp thì đường cong này sẽ có hai nhánh thể hiện quan hệ lực cắt và chuyển vị ngang thay đổi ngược chiều. Nếu gia tải với các cấp khác nhau sẽ xây dựng được một đường cong liên tục thể hiện quan hệ lực cắt và chuyển vị ngang khi gia tải và dỡ tải, đường cong này còn gọi là đường cong trễ (hysteretic loop).

Dựa trên đường cong quan hệ giữa lực cắt - chuyển vị ngang có thể xác định được các đặc trưng ứng xử của kết cấu như ứng xử đàn hồi, ứng xử dẻo, độ dẻo của kết cấu, độ cứng ban đầu và độ cứng hiệu quả, chuyển vị lớn nhất mà cột có thể đáp ứng được, quan hệ giữa lực và chuyển vị trong từng giai đoạn làm việc của cột, v.v... Với ý nghĩa quan trọng của đường cong này trong việc đánh giá ứng xử của cột BTCT khi chịu tải trọng lặp hoặc động đất, tuy nhiên hiện nay đường cong này được xây dựng chủ yếu dựa trên các số liệu thí nghiệm hoặc tính toán mô phỏng số. Các tiêu chuẩn của Việt Nam như tiêu chuẩn thiết kế kết cấu bê tông và bê tông cốt thép (TCVN5574:2018 [4], tiêu chuẩn thiết kế công trình chịu động đất (TCVN9386:2012 [17]), v.v, cũng chưa đề cập và hướng dẫn cụ thể việc xây dựng đường cong này. Điều này sẽ gây khó khăn khi cần dự báo khả năng chịu tải trọng ngang của cột BTCT cho công tác thiết kế hoặc gia cố kết cấu. Bên cạnh đó, trên thế giới cũng đã có một vài tác giả và tiêu chuẩn cũng đề xuất cách xây dựng đường cong này như ASCE/SEI 41-17 [6], Li & Hwang [18], v.v..., tuy nhiên việc xây dựng khá phức tạp, sử dụng nhiều dữ liệu thực nghiệm khác nhau, đồng thời chỉ áp dụng được cho một vài trường hợp cụ thể, không bao quát hết các trường hợp phá hoại của cột như phá hoại uốn, uốn-cắt, hay phá hoại cắt. Để đơn giản hóa và giúp cán bộ thiết kế xây dựng đường cong quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang một cách nhanh chóng nhất với độ chính xác có thể chấp nhận được, tác giả đã dựa trên công thức và khuyến nghị của một số tác giả và tiêu chuẩn trên thế giới đề xuất để xây dựng đường cong quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang bằng cách nối các đoạn thẳng tuyến tính giữa các điểm quan trọng như điểm nứt (crack point), điểm cực trị (peak point), điểm bắt đầu giảm cường độ (beginning of shear degradation point), và điểm phá hoại (collapse point) với các công thức giải tích tương đối đơn giản và dễ áp dụng. Đường cong đề xuất có thể áp dụng cho cột BTCT có tiết diện hình chữ nhật, và bị phá hoại ở bất kỳ dạng nào (uốn, cắt, hoặc uốn-cắt).

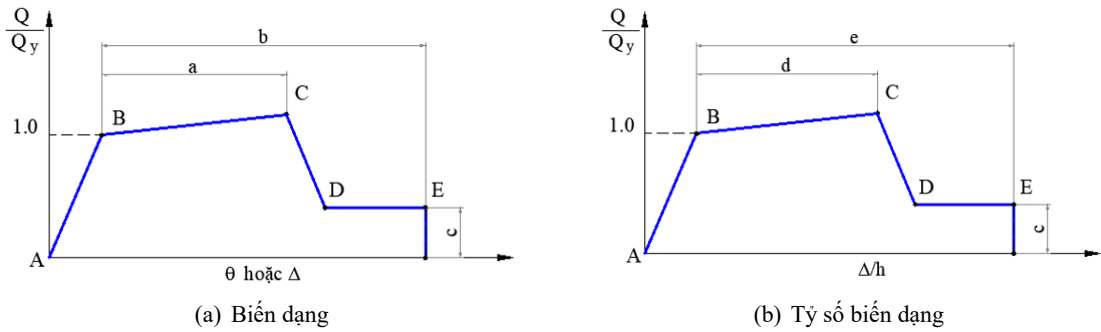
2. Các mô hình xây dựng đường cong lực cắt – chuyển vị ngang

Quan hệ giữa lực cắt và chuyển vị ngang của cột BTCT là một tiêu chí quan trọng khi phân tích sự làm việc của cột BTCT chịu tải trọng ngang (có thể là tải trọng tĩnh, tải trọng lặp, hoặc tải trọng động đất). Hiện nay, tiêu chuẩn thiết kế kết cấu BTCT của Việt Nam TCVN 5574:2018 [4] chưa đề cập đến phương pháp xây dựng đường cong quan hệ lực cắt và biến dạng này (đường cong này còn gọi là đường cong “xương sống” – backbone curve). Như vậy, đường cong “xương sống” là một biểu đồ thể hiện mối quan hệ giữa lực cắt và chuyển vị ngang của cột BTCT. Trong quá trình thiết kế cột BTCT, đường cong “xương sống” cho phép các kỹ sư thiết kế đánh giá khả năng chịu tải của cột và xác định giá trị lực cắt lớn nhất mà cột có thể chịu được. Đường cong “xương sống” cũng cung cấp thông tin về tính chất đàn hồi, tính chất dẻo của cột... các tính chất này thể hiện ứng xử của cột dưới tác dụng của tải trọng lặp hoặc động đất. Việc hiểu rõ các tính chất này của cột rất quan trọng để thiết kế hoặc gia cố chúng khi chịu động đất.



Hình 1. Đường cong quan hệ lực – chuyển vị theo ASCE/SEI 41-17 [6]

Đường cong lực cắt - chuyển vị ngang áp dụng cho kết cấu kháng chấn được ASCE/SEI 41-17 [6] đề xuất được thể hiện trong Hình 1. Đường cong loại 1 trong Hình 1(a) mô tả ứng xử của kết cấu dẻo trong đó có giai đoạn đàn hồi (từ điểm 0 đến 1) và giai đoạn dẻo (từ điểm 1 đến 3), bắt đầu từ điểm 2 là điểm mà kết cấu bắt đầu mất khả năng chịu tải ngang, và điểm 4 biểu diễn kết cấu mất khả năng chịu tải đứng. Giai đoạn chảy dẻo có thể có độ dốc dương hoặc âm (từ điểm 1 đến 2), và một giai đoạn suy giảm đáng kể về khả năng chịu tải ngang và tải đứng (từ điểm 2 đến 3). Đường cong loại 2 trong Hình 1(b) mô tả ứng xử dẻo của vật liệu trong đó có khoảng đàn hồi (từ điểm 0 đến 1) và khoảng chảy dẻo (từ điểm 1 đến 3). Giai đoạn chảy dẻo có thể có độ dốc dương hoặc âm (từ điểm 1 đến 3), tiếp theo là giai đoạn suy giảm đáng kể về khả năng chịu tải ngang ở điểm 3, và cuối cùng mất khả năng chịu tải đứng xảy ra ở điểm 4. Đường cong lực cắt – chuyển vị ngang được gọi là đường cong bị kiểm soát bởi biến dạng nếu biến dạng chảy dẻo là $e \geq 2g$ (g là biến dạng đàn hồi); ngược lại, chúng sẽ được gọi là đường cong bị kiểm soát bởi lực. Đường cong Loại 3 trong Hình 1(c) đại diện cho kết cấu giòn hoặc không dẻo, trong đó có khoảng đàn hồi được thể hiện từ điểm 0 đến 1, tiếp theo là giai đoạn mất khả năng chịu tải ngang ở điểm 3 và mất khả năng chịu tải đứng ở điểm 4. Đường cong ứng xử lực cắt - chuyển vị ngang trong trường hợp này bị kiểm soát bởi lực. Bên cạnh đó, tiêu chuẩn ASCE/SEI 41-17 [6] đề xuất đường cong lực cắt - chuyển vị ngang áp dụng cho cột bê tông cốt thép dựa trên 4 đoạn thẳng tuyến tính như thể hiện trong Hình 2, với các hệ số a, b, c, d và e được xác định theo các chỉ dẫn của ASCE/SEI 41-17 [6].



Hình 2. Đường cong quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang áp dụng cho kết cấu BTCT theo ASCE/SEI 41-17 [6]

Tương tự, Li & Hwang [18] đã đề xuất đường cong chuyển vị cắt - biến dạng ngang cho cột ngắn và vách BTCT bằng 3 đoạn thẳng tuyến tính nối các điểm như “điểm nứt - crack point” (V_{cr}, Δ_{cr}), “điểm cường độ - strength point” ($V_{n,proposed}, \Delta_{a,proposed}$), và “điểm phá hoại - collapse point” ($0, \Delta_{collapse}$) như thể hiện trong Hình 3. Lực cắt tại các điểm được tính toán theo các công thức (1), chuyển vị tại các điểm được xác định bằng tổng của ba chuyển vị thành phần như chuyển vị do uốn ($\Delta_{flexure}$), chuyển vị do cắt (Δ_{shear}), chuyển vị do trượt (Δ_{slip}) theo phương trình (2). Đường cong này dựa trên ứng xử của cột ngắn và vách phá hoại cắt. Lúc này, cầu kiện phá hoại khi cốt thép trong cầu hiện chưa đạt tới giới hạn chảy, dẫn đến đường cong phát triển từ điểm nứt (crack point) đến điểm cực trị (peak point) mà không có thêm chảy dẻo. Bên cạnh đó, cầu kiện sẽ giảm khả năng chịu lực đột ngột ngay sau khi đạt đến cực trị và dẫn đến phá hoại tại điểm phá hoại (collapse point).

$$V_{cr} = 0,27 \sqrt{f'_c} b d + \frac{P d}{4 h} \quad \text{hoặc} \quad V_{cr} = \left[0,05 \lambda \sqrt{f'_c} + \frac{h(0,1 \lambda \sqrt{f'_c} + \frac{0,2 P}{b h})}{\left(\frac{M}{V} + \frac{h}{2} \right)} \right] b d \quad (1)$$

$$V_{n,proposed} = K \zeta f'_c A_{str} \cos \theta$$

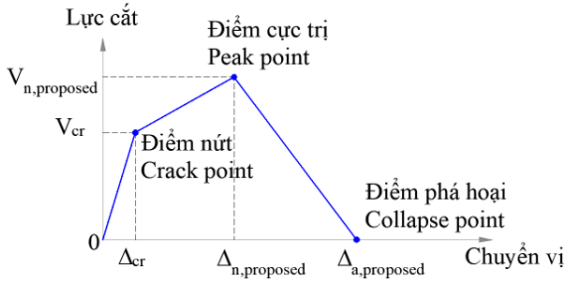
$$\Delta = \Delta_f + \Delta_{shear} + \Delta_{slip}$$

$$\Delta_{f,cr} = V_{cr} \frac{H^3}{12E_c I_{eff}}; \quad \Delta_{shear,cr} = \frac{V_{cr} H}{0,4E_c A_g}; \quad \Delta_{slip,cr} = \frac{V_{cr}}{V_y} \frac{d_b f_y^2}{8u E_s (d - kd)} H$$

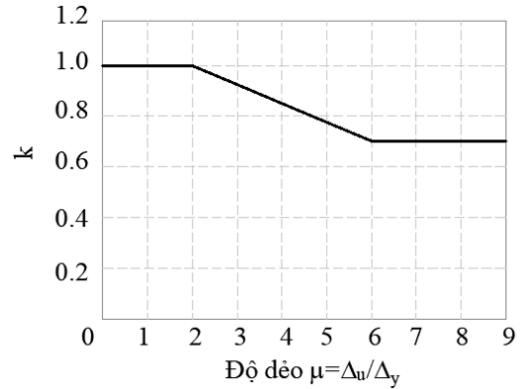
$$\Delta_{f,n} = \frac{V_n H^3}{12E_c I_{eff}}; \quad \Delta_{shear,n} = \gamma_{vh} H; \quad \Delta_{slip,n} = \frac{V_n}{V_y} \frac{d_b f_y^2}{8u E_s (d - kd)} H$$

$$\Delta_{a,proposed} = \Delta_{n,proposed} + rH$$

trong đó λ là hệ số xét đến loại bê tông ($\lambda = 1$ cho bê tông thường); E_c, E_s là mô-đun đàn hồi của bê tông và thép; I_{eff} là mô-men quán tính hiệu quả của tiết diện, được xác định theo Li & Hwang [18]; V_y là lực chảy dẻo, là lực cắt tương ứng với thời điểm cốt thép dọc bắt đầu chảy dẻo; f'_c, f_{yv} là cường độ chịu nén của bê tông và cường độ của cốt đai; $A_g = b \times h$ là diện tích của tiết diện ngang; P là lực nén trong cột; kd là chiều sâu của vùng chịu nén đàn hồi; $u = \sqrt{f'_c}$ là lực dính trung bình; d_b là đường kính cốt dọc; H là chiều dài cột; ζ là hệ số xét đến giai đoạn hóa mềm sau khi bê tông nứt; A_{str} là diện tích hiệu quả ở cuối của mô hình dàn nghiêng; θ là góc nghiêng giữa thanh giàn chéo của mô hình giàn và trục ngang; K là hệ số ảnh hưởng của thép đai như một thanh giằng trong mô hình chịu cắt; γ_{vh}, r là biến dạng cắt trung bình và hệ số xác định điểm phá hoại, tham khảo cách xác định các hệ số này theo Li & Hwang [18];



Hình 3. Đường cong lực cắt - chuyển vị ngang theo đề xuất của Li & Hwang [18]



Hình 4. Hệ số k theo đề xuất của Sezen & Moehle [7]

Bên cạnh đó, Sezen & Moehle [7] đã đề xuất công thức tính khả năng chịu cắt của cột BTCT có xét đến sự đóng góp của bê tông (V_c) và cốt đai (V_s) như thể hiện trong phương trình (3); Trong đó, V_c, V_s là khả năng chịu cắt của bê tông và cốt đai; A_v là diện tích cốt đai; L/d là tỷ số giữa nhịp chịu cắt trên chiều cao làm việc của tiết diện; s là khoảng cách giữa các cốt đai; Sezen & Moehle [7] đã xét đến ảnh hưởng của độ dẻo làm giảm khả năng chịu cắt của cột thông qua hệ số k . Với độ dẻo của kết cấu được đánh giá bằng tỷ số giữa biến dạng cực hạn (Δ_u) trên biến dạng dẻo (Δ_y). Sezen & Moehle [7] đã đề xuất cách xác định hệ số k như Hình 4.

$$V_n = k(V_c + V_s) = k \left(\frac{0,5 \sqrt{f'_c}}{\frac{L}{d}} \sqrt{1 + \frac{P}{0,5 \sqrt{f'_c} A_g}} \right) 0,8 A_g + k \frac{A_v f_{yv} d}{s} \quad (3)$$

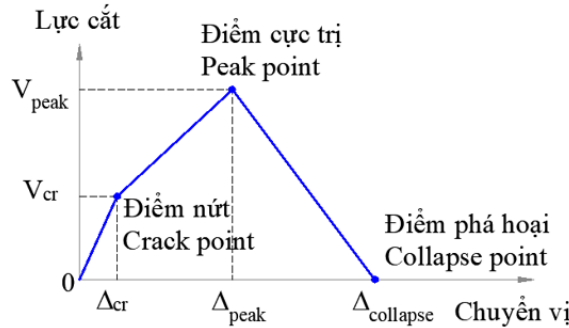
3. Đề xuất đường cong quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang

Dựa trên các chỉ dẫn và đề xuất của tiêu chuẩn ASCE/SEI 41-17 [6] và một số tác giả đã trình bày trong mục 2 của bài báo. Tác giả đề xuất xây dựng đường cong lực cắt - chuyển vị ngang là các đoạn

thẳng tuyến tính nối các điểm như “điểm nứt - crack point”, “điểm cực trị - peak point”, “điểm phá hoại - collapse point”, “điểm bắt đầu giảm lực cắt - beginning of shear degradation point”. Tại mỗi điểm được biểu diễn bởi hoành độ là chuyển vị ngang (Δ), và tung độ là lực cắt (V). Chuyển vị ngang (Δ) được xác định là tổng của ba thành phần, như chuyển vị do uốn (Δ_f), chuyển vị do cắt (Δ_{shear}), và chuyển vị do trượt (Δ_{slip}). Lực cắt và các chuyển vị thành phần tại mỗi điểm được xác định dựa trên các công thức đề xuất của một số tác giả và tiêu chuẩn.

3.1. Cột phá hoại cắt

Đường cong lực cắt - chuyển vị ngang của cột BTCT phá hoại cắt được kiểm soát bởi lực cắt với giá trị lớn nhất V_{peak} . Dựa vào số liệu thí nghiệm cho các cột BTCT chịu cắt thông thường, bài báo đã dựa trên mô hình của Li & Hwang [18] đề xuất xây dựng đường cong này bằng ba đoạn thẳng tuyến tính nối các điểm như “điểm nứt - crack point”, “điểm cực trị - peak point”, và “điểm phá hoại - collapse point”, như thể hiện trong Hình 5. Đồng thời điều chỉnh các công thức tính chuyển vị và lực cắt tại các điểm như: điểm nứt, điểm cực trị, và điểm phá hoại. Về mặt ý nghĩa vật lý, giá trị lực cắt tại các điểm nứt dựa trên công thức của cơ học kết cấu. Lực cắt tại điểm cực trị dựa trên đề xuất của Sezen và Moehle [7]. Các biên dạng tại các điểm này dựa trên cơ sở là tổng các biên dạng do uốn (flexure), cắt (shear) và trượt (slip).



Hình 5. Đường cong lực cắt – chuyển vị ngang đề xuất cho cột phá hoại cắt

Điểm nứt - Crack point: chuyển vị ngang được xác định $\Delta_{cr} = \Delta_{f,cr} + \Delta_{shear,cr} + \Delta_{slip,cr}$, với các chuyển vị thành phần được xác định theo phương trình (4). Trong đó $\Delta_{f,cr}$ và $\Delta_{shear,cr}$ được xác định theo lý thuyết cổ điển của cơ học kết cấu, còn $\Delta_{slip,cr}$ được xác định theo đề xuất của Sezen & Setzler [19]. Tương tự, lực cắt tại điểm nứt (V_{cr}) được xác định theo phương trình (5).

$$\Delta_{f,cr} = \frac{V_{cr}L^3}{12E_cI_e}; \quad \Delta_{shear,cr} = \frac{6}{5} \frac{V_{cr}L}{GA_g}; \quad \Delta_{slip,cr} = \frac{V_{cr}}{V_y} \frac{d_b f_y^2 L}{8uE_s(d-c)} \quad (4)$$

$$V_{cr} = \frac{M_{cr}}{L}; \quad M_{cr} = \frac{0,623 \sqrt{f'_c} I}{c} \quad (5)$$

trong đó: V_{cr}, M_{cr} là lực cắt và mô men tại điểm nứt; V_y là tải trọng chảy dẻo, là tải trọng ngang tương ứng với thời điểm cốt thép chảy dẻo; L là nhịp chịu cắt ($L = H$ cho cột có chiều dài H với một đầu ngàm, một đầu tự do; $L = H/2$ cho cột có chiều dài H với 2 đầu ngàm); G là mô-đun biến dạng cắt; d chiều cao làm việc của tiết diện, $d = h - a$, với a là khoảng cách từ trọng tâm thép chịu kéo đến mép của tiết diện; c là chiều cao vùng nén; d_b là đường kính của cốt dọc; I, I_e mô men quán tính của tiết diện và mô men quán tính hiệu quả của tiết diện; Độ cứng hiệu quả của tiết diện $E_c I_g$ (Bảng 1) được tính toán từ đề xuất của ASCE/SEI 41-17 [6] và kết quả thí nghiệm của Anh Huy và cs. [8]; u là ứng suất (lực) dính, có thể lấy $u = \sqrt{f'_c}$;

Bảng 1. Đề xuất độ cứng hiệu quả của cột BTCT

	Điểm nứt	Điểm chảy dẻo	Điểm cực trị
Tỷ số nén $\geq 0,3$	$1,0E_cI_g$	$1,0E_cI_g$	$0,7E_cI_g$
Tỷ số nén $\leq 0,1$	$0,7E_cI_g$	$0,7E_cI_g$	$0,5E_cI_g$

Chú ý: Có thể nội suy tuyến tính nếu tỷ số nén trong khoảng từ 0,1 đến 0,3.

Điểm cực trị - Peak point: tương tự chuyển vị uốn, cắt, và trượt của điểm cực trị được xác định theo các phương trình (6). Trong đó $\Delta_{f,peak}$ được xác định dựa trên công thức của cơ học kết cấu, $\Delta_{f,shear}$ được xác định dựa trên đề xuất của Park & Paulay [20], $\Delta_{slip,peak}$ được xác định dựa theo đề xuất của Sezen & Setzler [19]. Lực cắt tại điểm cực trị (V_{peak}) được xác định theo đề xuất của Sezen & Moehle [7] như thể hiện trong phương trình (7).

$$\Delta_{f,peak} = \frac{V_{peak}L^3}{12E_cI_e}; \quad \Delta_{shear,peak} = \frac{V_sL}{bd} \left(\frac{1}{\rho_v E_s} + \frac{4}{E_c} \right); \quad \Delta_{slip,peak} = \frac{V_{peak}}{V_y} \frac{d_b f_y^2 L}{8uE_s(d-c)} \quad (6)$$

$$V_{peak} = k \left[\left[0,5 \sqrt{f'_c} \sqrt{1 + \frac{P}{0,5 \sqrt{f'_c} A_g}} \right] 0,8A_g + \frac{A_v f_{yv} d}{s} \right] \quad (7)$$

Điểm phá hoại – Collapse point: cột sẽ bị phá hoại do lực nén trong cột. Chuyển vị tại điểm phá hoại được xác định theo đề xuất của Elwood & Moehle [21], trong khi lực cắt tại điểm phá hoại được xem như bằng 0. Trong phương trình (8), θ là góc nghiêng của vết nứt và được đề xuất lấy 65° cho cột phá hoại cắt thông qua kết quả thí nghiệm của Anh Huy và cs. [8], d_c là chiều cao vùng nén.

$$\Delta_{collapse} = \frac{4}{100} \frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan \theta + P \frac{s}{A_v f_{yv} d_c \tan \theta}} \quad (8)$$

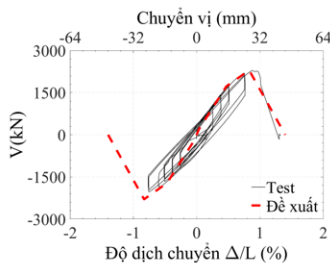
Kiểm tra độ chính xác của mô hình đề xuất: đường cong lực cắt – chuyển vị ngang đề xuất được kiểm chứng bằng kết quả thí nghiệm của các tác giả Anh Huy và cs. [8], Lynn [22]. Kết quả kiểm chứng được thể hiện trong Hình 6 và Bảng 2. Có thể thấy rằng sai số trung bình giữa đề xuất và kết quả thí nghiệm của lực cắt lớn nhất (V_{peak}) và độ dịch chuyển ($\Delta/L \times 100\%$) tương ứng là 3,9% ($COV = 0,08$) và 13,1% ($COV = 0,14$).

Bảng 2. Bảng so sánh đường cong lực – chuyển vị với các kết quả thí nghiệm

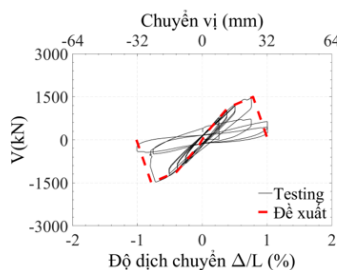
STT	Tác giả - Tên cấu kiện	V_{peak} (kN)			Độ dịch chuyển ($\Delta/L \times 100\%$) tại V_{peak}		
		Thí nghiệm	Đề xuất	Sai số (%)	Thí nghiệm	Đề xuất	Sai số (%)
I.	Cột phá hoại cắt						
1	Anh Huy và cs., C-S-H [8]	2286	2295	0,4	0,88	0,83	6,0
2	Anh Huy và cs., C-S-L [8]	1468	1494	1,7	0,718	0,785	8,5
3	Lynn, 3CLH18 [22]	227	280	18,9	1,045	0,783	33,5
4	Lynn, 3CMH18 [22]	328	329	0,3	0,916	0,831	10,2
5	Lynn, 3SLH18 [22]	270	265	1,9	0,76	0,772	1,6
6	Lynn, 3CMD12 [22]	356	355	0,3	1,025	0,862	18,9

STT	Tác giả - Tên cầu kiện	V_{peak} (kN)			Độ dịch chuyển ($\Delta/L \times 100\%$) tại V_{peak}		
		Thí nghiệm	Đề xuất	Sai số (%)	Thí nghiệm	Đề xuất	Sai số (%)
	Trung bình COV			3,9 0,08			13,1 0,14
II.	Cột phá hoại uốn-cắt						
1	Anh Huy và cs., C-FS-H [8]	2543	2663	4,5	0,75	0,638	17,6
2	Anh Huy và cs., C-FS-L [8]	1708	1688	1,2	1	0,825	21,2
3	Lynn, 2CLH18 [22]	241	240	0,4	1,921	1,419	35,4
4	Lynn, 2CLH18 [22]	306	300	2,0	0,957	0,774	23,6
5	Lynn, 2SLH18 [22]	233	230	1,3	0,896	0,634	41,3
6	Lynn, 3SMD12 [22]	367	360	1,9	1,575	1,352	16,5
	Trung bình COV			1,9 0,02			25,9 0,08
III	Cột phá hoại uốn						
1	Anh Huy và cs., C-F-H [8]	2609	2625	0,6	1,299	0,942	37,9
2	Anh Huy và cs., C-F-L [8]	2079	2158	3,7	2,997	2,048	46,3
3	Gill và cs., No. 1 [23]	696	667	4,3	0,622	0,612	1,6
4	Soesianawati và cs., No. 1 [24]	200	201	0,5	1,282	0,96	33,6
5	Watson and Park, No. 5 [25]	292	300	2,7	1,155	0,874	32,2
6	Tanaka and Park, No. 1 [26]	167	163	2,5	1,146	0,96	19,4
	Trung bình COV			2,4 0,03			28,5 0,12

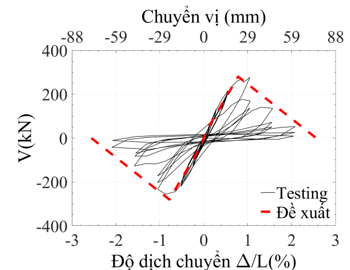
Chú ý: Δ là chuyển vị ngang; L là nhịp chịu cắt của cột.



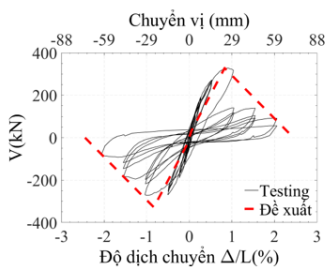
(a) Anh Huy và cs., C-S-H [8]



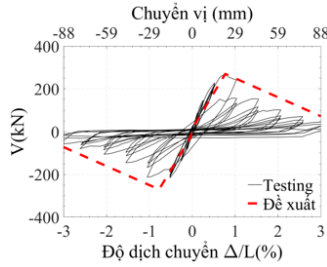
(b) Anh Huy và cs., C-S-L [8]



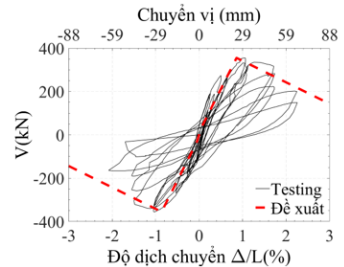
(c) Lynn - 3CLH18 [22]



(d) Lynn - 3CMH18 [22]



(e) Lynn - 3SLH18 [22]

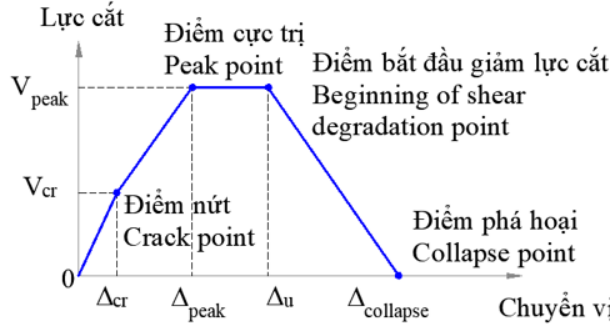


(f) Lynn - 3CMD12 [22]

Hình 6. Kiểm tra độ chính xác của đường cong lực cắt - chuyển vị ngang đề xuất cho cột phá hoại cắt

3.2. Cột phá hoại uốn-cắt

Đường cong lực cắt - chuyển vị ngang của cột BTCT phá hoại uốn - cắt được kiểm soát bởi khả năng chịu uốn (V_{mn}). Tác giả đề xuất đường cong này là bốn đoạn thẳng tuyến tính nối các điểm như “điểm nứt - crack point”, “điểm cực trị - peak point”, “điểm bắt đầu giảm lực cắt - beginning of shear degradation point”, và “điểm phá hoại - collapse point”, như thể hiện trong Hình 7.



Hình 7. Đường cong lực cắt – chuyển vị ngang đề xuất cho cột phá hoại uốn-cắt

Lực cắt và chuyển vị tại “điểm nứt - crack point” và “điểm cực trị - peak point” được xác định giống như trường hợp cột phá hoại cắt, tuy nhiên giá trị lực cắt V_{peak} được lấy bằng khả năng chịu uốn V_{mn} .

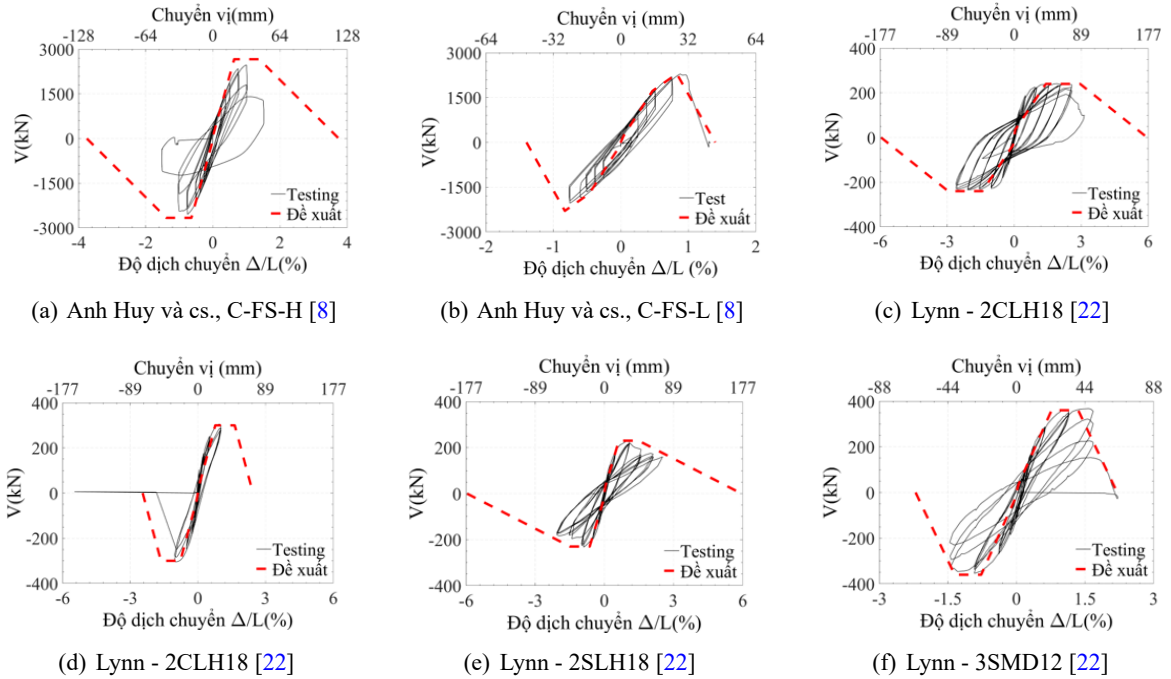
“Điểm bắt đầu giảm khả năng chịu cắt - Beginning of shear degradation point” là điểm mà khả năng chịu cắt của cột bắt đầu giảm. Tại điểm này, chuyển vị uốn và chuyển vị trượt vẫn được tính theo phương trình (6), trong khi chuyển vị cắt được xác định dựa trên đề xuất của Elwood & Moehle [21] được thể hiện trong phương trình (9); Trong đó v/f'_c là tỉ số giữa ứng suất cắt trên cường độ chịu nén của bê tông.

$$\Delta_u = \frac{3}{100} + 4\rho_v - \frac{1}{40} \frac{v}{f'_c} - \frac{1}{40} \frac{P}{A_g f'_c} \geq \frac{1}{100} \quad (9)$$

“Điểm phá hoại – collapse point”: tại điểm này cột sẽ bị phá hoại do lực nén trong cột. Chuyển vị tại điểm phá hoại ($\Delta_{collapse}$) được xác định theo đề xuất của Elwood & Moehle [21] như thể hiện trong phương trình (10); Trong đó θ là góc nghiêng của vết nứt, θ được đề xuất lấy 45° cho cột phá hoại uốn - cắt thông qua thí nghiệm của Anh Huy và cs. [8]; d_c là chiều cao vùng nén. Lực cắt tại điểm phá hoại được xem như bằng 0.

$$\Delta_{collapse} = \frac{4}{100} \frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan \theta + P \frac{s}{A_v f_{yv} d_c \tan \theta}} \quad (10)$$

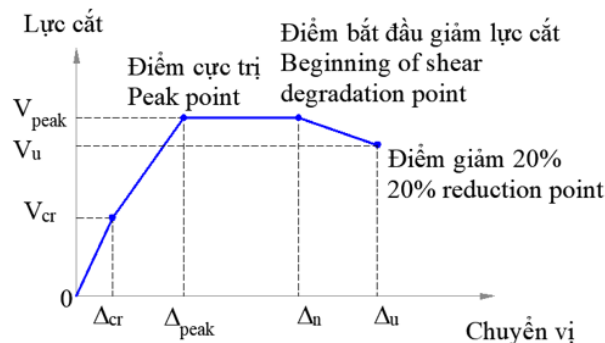
Kiểm tra độ chính xác của mô hình đề xuất: đường cong lực cắt – chuyển vị ngang đề xuất được kiểm chứng bằng kết quả thí nghiệm của các tác giả Anh Huy và cs. [8] và Lynn [22]. Kết quả kiểm chứng được thể hiện trong Hình 8 và Bảng 2. Có thể thấy rằng sai số trung bình giữa đề xuất và kết quả thí nghiệm của lực cắt lớn nhất (V_{peak}) và độ dịch chuyển $\left(\frac{\Delta}{H} \times 100\%\right)$ tương ứng là 1,9% ($COV = 0,02$) và 25,9% ($COV = 0,08$).



Hình 8. Kiểm tra độ chính xác của đường cong lực cắt – chuyển vị ngang đề xuất cho cột phá hoại cắt-uốn

3.3. Cột phá hoại uốn

Đường cong lực cắt - chuyển vị ngang của cột phá hoại uốn được kiểm soát bởi chuyển vị với giá trị lực cắt lớn nhất được lấy bằng khả năng chịu uốn của cột (V_{mn}). Tác giả đề xuất đường cong lực – chuyển vị cho cột phá hoại uốn được xây dựng bằng các đoạn thẳng tuyến tính nối các điểm như “điểm nứt - crack point”, “điểm cực trị - peak point”, “điểm bắt đầu giảm lực cắt - beginning of shear degradation point”, và “điểm lực cắt giảm 20% - 20% reduction point”, như thể hiện trong Hình 9.



Hình 9. Đường cong lực cắt – chuyển vị ngang đề xuất cho cột phá hoại uốn

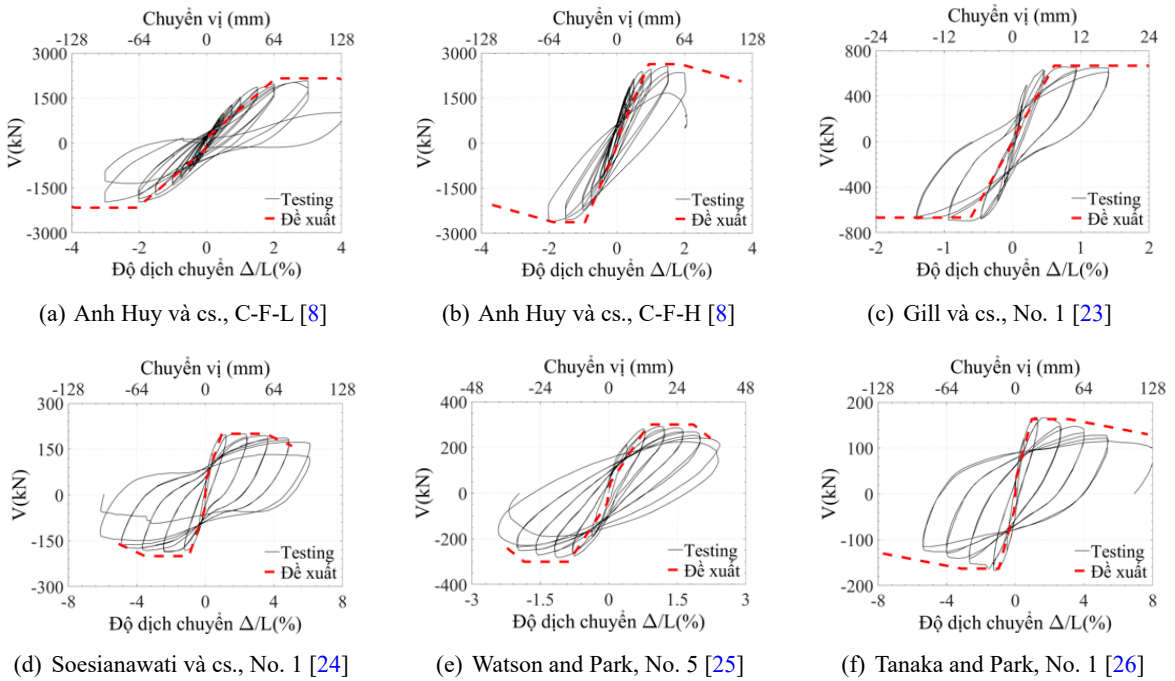
Tại “Điểm nứt - crack point” và “điểm cực trị - peak point”, lực cắt và chuyển vị được xác định tương tự như trường hợp cột bị phá hoại uốn-cắt.

“Điểm bắt đầu giảm lực cắt - Beginning of shear degradation”: giá trị lực cắt tại điểm này được lấy bằng V_{peak} , chuyển vị tại điểm này Δ_n được xác định theo tiêu chuẩn ASCE/SEI 41-17 [6].

“Điểm giảm 20% lực cắt – 20% reduction point”: chuyển vị tại điểm này được xác định bằng phương trình (11) do Zhu [27] đề xuất. Lực cắt được lấy bằng $80\%V_{peak}$.

$$\frac{\Delta_u}{L} = 0,049 + 0,716\rho_l + 0,12\frac{\rho_v f_{yv}}{f'_c} - 0,042\frac{s}{d} - 0,07\frac{P}{A_g f'_c} \quad (11)$$

Kiểm tra độ chính xác của mô hình đề xuất: đường cong lực cắt - chuyển vị ngang đề xuất được kiểm chứng bằng kết quả thí nghiệm của các tác giả Anh Huy và cs. [8], Gill và cs. [23], Soesianawati và cs. [24], Watson & Park [25], Tanaka & Park [26]. Kết quả kiểm chứng được thể hiện trong Hình 9 và Bảng 2. Có thể thấy rằng sai số trung bình giữa đề xuất và kết quả thí nghiệm của lực cắt lớn nhất (V_{peak}) và độ dịch chuyển ($\frac{\Delta}{H} \times 100\%$) tương ứng là 2,4% (0,03) và 28,5% ($COV = 0,12$).



Hình 10. Kiểm tra đường cong lực cắt- chuyển vị ngang đề xuất cho cột phá hoại uốn

Có thể thấy rằng đường cong lực cắt - chuyển vị ngang đề xuất có kết quả khá phù hợp với các số liệu thí nghiệm của các tác giả như Anh Huy và cs. [8], Lynn [22], Gill và cs. [23], Soesianawati và cs. [24], Watson & Park [25], Tanaka & Park [26]. Các thí nghiệm này được thực hiện cho cột BTCT có độ mảnh trung bình và bé, do vậy độ chính xác của đường cong lực cắt - chuyển vị ngang đề xuất chưa được kiểm chứng cho cột có độ mảnh lớn (độ mảnh $\lambda = l_0/i > 120$, với l_0 là chiều dài tính toán của cột, i là bán kính quán tính của tiết diện) [4]. Với cột có độ mảnh lớn, hiệu ứng $P - \Delta$ là đáng kể. Điều này có thể ảnh hưởng đến ứng xử của cột, và làm thay đổi quy luật của đường cong lực cắt - chuyển vị ngang. Các đường cong lực cắt – chuyển vị ngang đề xuất được kế thừa từ các đề xuất của ASCE/SEI 41-17 [6], Sezen & Moehle [7], Li & Hwang [18], Sezen & Setzler [19], Park & Paulay [20], Elwood & Moehle [21], Zhu [27], đồng thời bài báo đã có những kiến nghị điều chỉnh để các đường cong đề xuất phù hợp hơn với các kết quả thực nghiệm dựa trên phương pháp lặp và hồi quy thông qua code trên Matlab.

4. Kết luận

Thông qua các đề xuất tính toán lực cắt và chuyển vị ngang của tiêu chuẩn ASCE/SEI 41-17 [6], và công thức của một số tác giả như: Sezen & Moehle [7], Li & Hwang [18], Sezen & Setzler [19], Park & Paulay [20], Elwood & Moehle [21], Zhu [27], bài báo đã đề xuất cách xây dựng đường cong quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang cho cột BTCT chịu tải trọng lặp với các nội dung sau:

- Đường cong quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang áp dụng cho cột BTCT phá hoại cắt được xây dựng dựa trên các đoạn thẳng tuyến tính nối các điểm sau: điểm nứt - crack point (V_{cr}, Δ_{cr}), điểm cực trị - peak point (V_{peak}, Δ_{peak}), điểm phá hoại - collapse point ($0, \Delta_{collapse}$).

- Đường cong quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang áp dụng cho cột BTCT phá hoại uốn-cắt được xây dựng dựa trên các đoạn thẳng tuyến tính nối các điểm sau: điểm nứt - crack point (V_{cr}, Δ_{cr}), điểm cực trị - peak point (V_{peak}, Δ_{peak}), điểm bắt đầu giảm lực cắt - begin of shear degradation (V_{max}, Δ_u), điểm phá hoại - collapse point ($0, \Delta_{collapse}$).

- Đường cong quan hệ lực cắt - chuyển vị ngang áp dụng cho cột BTCT phá hoại uốn được xây dựng dựa trên các đoạn thẳng tuyến tính nối các điểm sau: điểm nứt - crack point (V_{cr}, Δ_{cr}), điểm cực trị - peak point (V_{peak}, Δ_{peak}), điểm bắt đầu giảm lực cắt - beginning of shear degradation (V_{peak}, Δ_n), điểm giảm 20% - 20% reduction point ($0,8V_{peak}, \Delta_u$).

- Kết quả kiểm chứng của đường cong lực cắt - chuyển vị ngang đề xuất khá phù hợp với các kết quả thí nghiệm của một số tác giả đã nêu trong bài báo cho các trường hợp phá hoại cắt, uốn - cắt, và uốn.

- Đường cong lực cắt - chuyển vị ngang đề xuất là một công cụ hữu ích dùng cho công tác thiết kế hoặc gia cố cột bê tông cốt thép.

Hạn chế của đường cong lực cắt - chuyển vị ngang đề xuất là chỉ được áp dụng cho cột BTCT có tiết diện chữ nhật với độ mảnh bé và trung bình. Cột BTCT có tiết diện tròn, hoặc tiết diện khác, hoặc có độ mảnh lớn thì cần có nghiên cứu thêm để đề xuất công thức tính toán phù hợp.

Tài liệu tham khảo

- [1] Pham, P.-A.-H., Hung, C.-C. (2023). [Assessment of plastic hinge length in reinforced concrete columns](#). *Structure and Infrastructure Engineering*, 1–16.
- [2] Huy, P. P. A. (2023). Xây dựng đường bao khả năng chịu lực cho cột bê tông cốt thép có tiết diện chữ nhật. *Tạp chí Khoa học và Công nghệ - Đại Học Đà Nẵng*, 63–68.
- [3] Huy, P. P. A., Bền, L. M., Đại, P. B. (2023). Nghiên cứu các yếu tố ảnh hưởng đến khả năng chịu cắt của cột bê tông cốt thép có xét đến ảnh hưởng của lực nén. *Tạp chí Khoa học và Công nghệ - Đại Học Duy Tân*, 4:19–28.
- [4] TCVN5574:2018. *Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép - Tiêu chuẩn thiết kế*. Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng - Bộ Xây dựng.
- [5] ACI 318-19. *Building Code Requirements for Structural Concrete*. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI.
- [6] ASCE (2017). *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings (41-17)*. American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia, USA.
- [7] Sezen, H., Moehle, J. P. (2004). [Shear strength model for lightly reinforced concrete columns](#). *Journal of structural engineering*, 130(11):1692–1703.
- [8] Anh Huy, P. P., Yuen, T. Y. P., Hung, C.-C., Mosalam, K. M. (2022). [Seismic behaviour of full-scale lightly reinforced concrete columns under high axial loads](#). *Journal of Building Engineering*, 56:104817.
- [9] Yuen, T. Y. P., Wen, T.-H., Hung, C.-C., Zhang, H., Pham, P. A. H., Deng, Y. (2022). [An eigendecomposition-based and mesh-sensitivity reduced constitutive model for nonlinear analysis of concrete structures under non-proportional cyclic loading](#). *Journal of Building Engineering*, 47:103875.
- [10] Pham, H. P. A. (2022). [Shear strength model of large-scale reinforced concrete rectangular columns with light transverse reinforcement](#). *Asian Journal of Civil Engineering*, 24(1):219–244.

- [11] Hung, N. V., Huy, N. X., Dat, P. X. (2018). [Nghiên cứu thực nghiệm và mô phỏng số cột bê tông cốt thép tiết diện chữ L chịu tải trọng động đất](#). *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE) - NUCE*, 12(2):11–17.
- [12] Phương, N. V., Vongchith, S., Thắng, N. T. (2020). [Xác định khả năng chịu lực của cột bê tông cốt thép sử dụng các mô hình vật liệu phi tuyến của TCVN 5574:2018](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCVND) - ĐHXD*, 14(3V):93–107.
- [13] Lodhi, M. S. (2010). *Response estimation of reinforced concrete columns subjected to lateral loads*. PhD Thesis, The Ohio State University.
- [14] Lu, Z.-Q., Chen, J.-K. (1992). Aseismic behavior of RC and SRC short columns. *Concrete Shear in Concrete*, edited by T. Hsu. Elsevier Applied Science. London, 65–74.
- [15] Qi, Y.-l., Han, X.-l., Ji, J. (2013). [Failure mode classification of reinforced concrete column using Fisher method](#). *Journal of Central South University*, 20(10):2863–2869.
- [16] Priestley, M. N., Verma, R., Xiao, Y. (1994). [Seismic shear strength of reinforced concrete columns](#). *Journal of structural engineering*, 120(8):2310–2329.
- [17] Viện Khoa học công nghệ - Bộ Xây Dựng (2012). *Thiết kế công trình chịu động đất. Vol. 1*. 1st edition, Hà Nội: Bộ Khoa học và Công nghệ.
- [18] Weng, P.-W., Li, Y.-A., Tu, Y.-S., Hwang, S.-J. (2017). [Prediction of the Lateral Load-Displacement Curves for Reinforced Concrete Squat Walls Failing in Shear](#). *Journal of Structural Engineering*, 143 (10).
- [19] Sezen H, S. E. (2008). [Reinforcement Slip in Reinforced Concrete Columns](#). *ACI Structural Journal*, 105 (3).
- [20] Park, R., Paulay, T. (1975). *Reinforced Concrete Structures*. Wiley.
- [21] Elwood, K. J., Moehle, J. P. (2005). [Axial Capacity Model for Shear-Damaged Columns](#). *ACI Structural Journal*, 102(4).
- [22] Lynn, A. C. (2001). *Seismic Evaluation of Existing Reinforced Concrete Building Column*. PhD Thesis, University of California at Berkeley.
- [23] Gill, W. D., Park, R., Priestley, M. J. N. (1979). Ductility of rectangular reinforced concrete columns with axial load. Technical report, Department of Civil Engineering, University of Canterbury.
- [24] Soesianawati, M. T. T., Park, R., Priestley, M. J. N. (1986). Limited Ductility Design of Reinforced Concrete Columns. Technical report, Christchurch, New Zealand.
- [25] Watson, S., Park, R. (1989). Design of Reinforced Concrete Frames of Limited Ductility. Technical report, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
- [26] Tanaka, H., Park, R. (1990). Effect of Lateral Confining Reinforcement on the Ductile Behavior of Reinforced Concrete Columns. Technical report, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
- [27] Zhu, L., Elwood, K. J., Haukaas, T., Gardoni, P. (2006). Application of a Probabilistic Drift Capacity Model for Shear-Critical Columns. *Journal of the American Concrete Institute (ACI)*, 81–102.

Phụ lục. Tóm tắt các thông tin các cấu kiện thí nghiệm sử dụng để so sánh trong bài báo

STT	Tên cấu kiện - Tác giả	Kích thước hình học			f'_c (MPa)	Cốt dọc		Cốt đai	
		H (mm)	b (mm)	h (mm)		f_y (MPa)	ρ_l (%)	f_{yv} (MPa)	ρ_v (%)
1	Anh Huy và cs., C-S-H [8]	3000	800	800	40,0	473	2,97	398	0,11
2	Anh Huy và cs., C-S-L [8]	3000	800	800	43,0	473	2,97	398	0,02
3	Anh Huy và cs., C-FS-H [8]	3000	800	800	43,0	473	2,97	473	0,30
4	Anh Huy và cs., C-FS-L [8]	3000	800	800	41,0	473	2,97	398	0,13
5	Anh Huy và cs., C-F-H [8]	3000	800	800	44,0	473	2,97	467	0,82
6	Anh Huy và cs., C-F-L [8]	3000	800	800	43,0	473	2,97	470	0,42
7	Lynn, 3CLH18 [22]	2946	475	475	26,9	400	3,03	331	0,07
8	Lynn, 3CMH18 [22]	2946	475	475	27,6	400	3,03	331	0,07
9	Lynn, 3SLH18 [22]	2946	475	475	33,1	400	1,94	331	0,07
10	Lynn, 3CMD12 [22]	2946	475	475	27,6	400	3,03	331	0,07
11	Lynn, 2CLH18 [22]	2946	475	475	33,1	400	1,94	331	0,07
12	Lynn, 2CMH18 [22]	2946	475	475	25,5	400	1,94	331	0,07
13	Lynn, 2SLH18 [22]	2946	475	475	33,1	400	1,94	331	0,07
14	Lynn, 3SMD12 [22]	2946	475	475	25,5	400	3,03	331	0,07
15	Gill và cs., No. 1 [23]	2400	550	550	23,1	297	1,79	375	1,50
16	Soesianawati và cs., No. 1 [24]	3200	400	400	46,5	364	1,51	446	0,90
17	Watson and Park, No. 5 [25]	3200	400	400	41,0	372	1,51	474	0,70
18	Tanaka and Park, No. 1 [26]	3200	400	400	25,6	333	1,57	474	2,50