

# NGHIÊN CỨU XÂY DỰNG MẪU VÀ KIỂM SOÁT CHẤT LƯỢNG MẪU TRONG QUÁ TRÌNH NÉN ĐẲNG HƯỚNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ RỜI RẠC

Nguyễn Trung Kiên<sup>a,\*</sup>, Nguyễn Thị Quỳnh Thư<sup>b</sup>, Võ Thành Trung<sup>c,d</sup>, Nguyễn Ngọc Tân<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội,  
55 đường Giải Phóng, quận Hai Bà Trưng, Hà Nội, Việt Nam

<sup>b</sup>Công ty TNHH Tư vấn thiết kế Cầu Vòng, 130 Nguyễn Đức Cảnh, quận Hoàng Mai, Hà Nội, Việt Nam

<sup>c</sup>Khoa Cầu Đường, Đại học Kiến trúc Đà Nẵng, 566 Núi Thành, Đà Nẵng, Việt Nam

<sup>d</sup>Phòng Khoa học Công nghệ, Đại học Kiến trúc Đà Nẵng, 566 Núi Thành, Đà Nẵng, Việt Nam

Nhận ngày 20/02/2023, Sửa xong 07/4/2023, Chấp nhận đăng 10/4/2023

## Tóm tắt

Bài báo trình bày nghiên cứu về quy trình chuẩn bị mẫu cho các bài toán mô phỏng ứng xử của vật liệu rời rạc trong không gian hai chiều bằng phương pháp phần tử rời rạc (DEM). Một quy trình bốn bước được đề xuất cho phép tạo mẫu vật liệu theo cấp phối cho trước hoặc ngẫu nhiên sử dụng phương pháp DEM. Sau đó, bài báo đã tiến hành nghiên cứu sự biến đổi của mẫu vật liệu trong quá trình nén đẳng hướng. Các tham số ảnh hưởng đến chất lượng của mẫu ở trạng thái nén đẳng hướng đã được phân tích. Các tham số ảnh hưởng chủ yếu chia thành ba nhóm bao gồm các tham số tĩnh (lực tương tác), các tham số động (chuyển động của các hạt) và tham số đặc trưng cho tương tác giữa các hạt trong mẫu vật liệu. Thông qua phân tích ảnh hưởng của các tham số bằng thống kê, bài báo đã đề xuất số lượng hạt cần thiết để thí nghiệm nén đẳng hướng nhằm đảm bảo chất lượng khi mô phỏng bằng DEM trong không gian hai chiều.

**Từ khóa:** phương pháp phần tử rời rạc; DEM; vật liệu rời rạc; chuẩn bị mẫu; nén đẳng hướng; hướng liên kết.

SAMPLE GENERATION AND CONTROLLED-PARAMETERS IN ISOTROPIC COMPRESSION BY DISCRETE ELEMENT MODELING

## Abstract

This paper presents a study on the sample preparation procedure for investigating the behavior of granular materials by means of 2D Discrete Element Method (DEM). A four-steps procedure has been proposed allowing for generate granular sample with a given or random granulometry. Next, the current work has studied the evolution of granular samples during isotropic compression. The parameters affecting the quality-controlled of the sample in isotropic compression state were analyzed. The controlled-parameters are mainly divided into three groups including static parameters (interaction forces), dynamic parameters (movement of particles) and fabric characteristic in term of contact density orientation. By performing a statistical analysis on the contact density orientation, the results revealed that a minimum number of particles is required to ensure the quality of granular sample at isotropic condition.

**Keywords:** Discrete Element Method; DEM, granular materials; sample generation; isotropic compression; contact density.

[https://doi.org/10.31814/stce.huce2023-17\(3V\)-09](https://doi.org/10.31814/stce.huce2023-17(3V)-09) © 2023 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

## 1. Giới thiệu chung

Vật liệu rời rạc là dạng vật liệu phổ biến, dễ dàng tìm thấy trong tự nhiên, đời sống hằng ngày cũng như trong công nghiệp sản xuất. Việc sử dụng vật liệu rời rạc liên quan đến nhiều ngành, lĩnh

\*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: [kiennt3@nuce.edu.vn](mailto:kiennt3@nuce.edu.vn) (Kiên, N. T.)

vực khác nhau. Chính vì vậy nghiên cứu ứng xử của vật liệu rời rạc là một hướng nghiên cứu thu hút rất nhiều sự quan tâm của các nhà nghiên cứu trong nước và trên thế giới [1–8]. Mục đích của các nghiên cứu này chủ yếu nhằm làm sáng tỏ khả năng chịu lực, cơ chế phá hoại và các yếu tố chi phối đến ứng xử của dạng vật liệu này. Do cấu trúc của vật liệu rời rạc được cấu tạo từ nhiều hạt cốt liệu ở tỷ lệ nhỏ hơn, có hình dạng phức tạp, không liên tục, ứng xử theo các hướng không như nhau nên nhìn chung ứng xử của chúng rất phức tạp và khó dự đoán.

Bên cạnh các nghiên cứu thực nghiệm về vật liệu rời rạc nói chung, địa vật liệu nói riêng [9–11], nghiên cứu bằng phương pháp số ngày càng được sử dụng rộng rãi do tính tiện lợi, ưu việt và tiết kiệm chi phí của chúng. Các phương pháp số thường được sử dụng để mô phỏng ứng xử của vật liệu rời rạc có thể kể đến phương pháp phần tử hữu hạn (FEM), phương pháp phần tử rời rạc (DEM), phương pháp điểm vật chất (MPM), phương pháp không lưới (SPH) [12–15]. Mỗi phương pháp dựa trên các lý thuyết cơ bản khác nhau dẫn đến phạm vi áp dụng khác nhau. Một trong những thách thức chung lớn nhất đối với các phương pháp nêu trên đó là tìm cách mô tả được các đặc trưng về ứng xử không đồng nhất, không đẳng hướng, không liên tục của vật liệu rời rạc khi làm việc. Trong các phương pháp nêu trên, qua một quá trình phát triển phương pháp phần tử rời rạc (DEM) đã được nhận định là một phương pháp phù hợp hơn cả để phản ánh ứng xử ở tỷ lệ nhỏ của vật liệu rời rạc. Có được điều đó bởi phương pháp phần tử rời rạc xem xét vật liệu rời rạc như một tập hợp các hạt có tương tác với nhau dựa trên đặc trưng vật lý/cơ học của hạt như hình dạng, kích thước, mật độ cũng như các lực có thể có tác dụng lên chúng như lực ma sát, lực tương tác giữa các hạt... Các bước chính của phương pháp phần tử rời rạc có thể tóm tắt gồm: xây dựng một tập hợp các hạt theo vật liệu cần nghiên cứu; gán các đặc trưng cơ lý cho mẫu được xây dựng; tác dụng các điều kiện biên tùy theo bài toán nghiên cứu; tính toán tương tác giữa các phần tử. Sử dụng định luật II Newton  $f = m\ddot{x}$  để tính toán vị trí, vận tốc, lực tác dụng lên mỗi hạt. Quá trình trên được lặp cho đến khi đạt đến điều kiện chịu lực mong muốn. Với các bước nêu trên, phương pháp DEM có thể mô phỏng một số lượng lớn các bài toán thực nghiệm với nhiều dạng tải trọng khác nhau. Kết quả được sử dụng để đánh giá khả năng chịu lực, biến dạng của kết cấu, vật liệu rời rạc, và các điều kiện liên quan đến phá hoại của vật liệu rời rạc và kết cấu có liên quan [16–20].

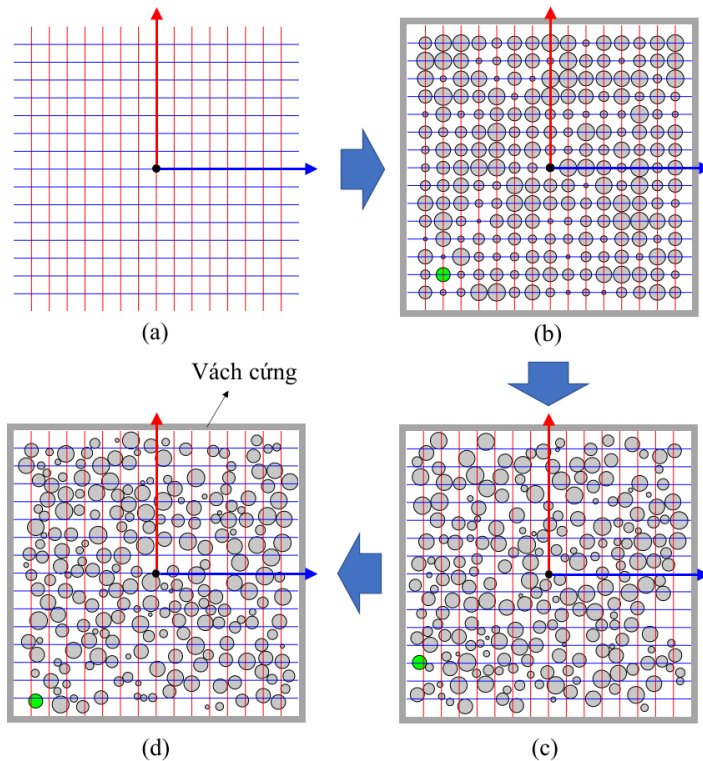
Để triển khai phương pháp DEM một cách đúng đắn, có hiệu quả, quá trình chuẩn bị mẫu được đánh giá có vai trò đặc biệt quan trọng, quyết định sự thành công của mô hình nghiên cứu. Có thể tóm tắt rằng đây là quá trình xây dựng nên một tập hợp các hạt theo các yêu cầu cho trước và kiểm tra tính đúng đắn của chúng. Tuy vậy, sự biến thiên của các yếu tố chi phối trong quá trình chuẩn bị thường chưa được xem xét đúng mức. Vì vậy số lượng hạt sử dụng trong các nghiên cứu thường mang tính ước lượng, theo kinh nghiệm, đôi khi quá nhiều dẫn đến thời gian tính toán lớn hoặc số lượng hạt quá nhỏ dẫn đến có thể không phản ánh được đúng ứng xử của vật liệu.

Trong lớp vật liệu rời rạc, địa vật liệu (geomaterials) là một dạng vật liệu rất phổ biến trong lĩnh vực xây dựng [21]. Các vật liệu như đất, cát, đá, bê tông đều có cấu tạo gồm nhiều hạt nhỏ, được tương tác với nhau bởi lực tương tác (pháp tuyến, tiếp tuyến) có hoặc không có lực dính. Phương pháp DEM đã được sử dụng rất phổ biến để nghiên cứu địa vật liệu với nhiều ứng dụng quan trọng. Trong số các thí nghiệm trong phòng thường được sử dụng thì nghiệm nén đẳng hướng là một thí nghiệm rất phổ biến. Thí nghiệm nén đẳng hướng có thể được sử dụng để xác định các đặc trưng chịu nén hoặc là bước để tiến hành các thí nghiệm xác định sức kháng cắt như thí nghiệm nén hai trục, ba trục hoặc các thí nghiệm đánh giá ổn định hố khoan, mái dốc [22–25]. Khi mô phỏng thí nghiệm nén đẳng hướng bằng DEM, quá trình chuẩn bị một mẫu thí nghiệm để đảm bảo tính đúng đắn yêu cầu nhiều yếu tố khác nhau. Từ kiểm soát giá trị ứng suất mong muốn, năng lượng đảm bảo mức độ ổn định tĩnh học (quasi-static) của mẫu cũng như cần đánh giá mức độ đẳng hướng của các liên kết. Các nghiên cứu

đã cho thấy có ba yếu tố chính ảnh hưởng đến ứng xử của vật liệu đó là các tham số tĩnh (lực tương tác giữa các hạt), tham số động (chuyển động của các hạt) và tham số đặc trưng về hướng liên kết của vật liệu rời rạc.

Nhằm giải đáp các vấn đề nêu trên trong phạm vi áp dụng phương pháp phần tử rời rạc (DEM) trong mô hình không gian hai chiều (2D), bài báo tiến hành nghiên cứu, khảo sát sự biến thiên của các tham số ảnh hưởng đến quá trình tạo mẫu cũng như quá trình nén đẳng hướng mẫu vật liệu rời rạc được cấu tạo từ các hạt nhỏ hình tròn. Đây cũng là hình dạng thường được đơn giản hóa trong các nghiên cứu sử dụng phương pháp phần tử rời rạc. Bài báo được cấu trúc tiếp theo gồm các phần chính như sau: Phần 2 trình bày quy trình tạo mẫu, Phần 3 là thí nghiệm nén đẳng hướng và các thông số kiểm soát mô hình. Kết luận và kiến nghị được trình bày ở Phần 4.

## 2. Quy trình tạo mẫu



Hình 1. Bốn bước của quá trình tạo mẫu. Màu xanh ghi nhận sự di chuyển thay đổi vị trí của hạt trong quá trình tạo mẫu

Trong nghiên cứu này chúng ta chỉ xem xét đến mẫu phần tử rời rạc trong không gian hai chiều, các phần tử là các hạt có dạng hình tròn, đặc trưng bởi tọa độ và bán kính hạt. Quá trình tạo mẫu gồm bốn bước chính như sau:

- Bước 1: Tạo một lưới gồm các trục vuông góc theo hai phương. Khoảng cách giữa các lưới đều nhau cho trước. Cần lưu ý khoảng cách này phải lớn hơn giá trị bán kính lớn nhất của hạt  $r_{\max}$  dự kiến. Trục tọa độ được đặt tại tâm của hệ lưới. Số trục theo phương ngang là  $nx$  và theo phương đứng là  $ny$ . Vị trí giao nhau của các trục chính là vị trí ban đầu của các phần tử (Hình 1(a)). Số lượng hạt của mẫu được tạo ra sẽ là  $npx = nx \times ny$ .

- Bước 2: Căn cứ vào số lượng hạt ( $npx$ ), các bán kính tương ứng của hạt sẽ được gán một cách ngẫu nhiên hoặc theo quy luật cho trước. Đồng thời giá trị lớn nhất ( $r_{\max}$ ) và nhỏ nhất ( $r_{\min}$ ) của hạt

sẽ được giới hạn. Với cách làm này, chúng ta có thể tạo ra một mẫu hạt có cấp phối ngẫu nhiên (phù hợp trong các bài toán khảo sát ảnh hưởng của các tham số), hoặc theo một cấp phối cho trước để so sánh với các bài toán thực nghiệm (Hình 1(b)).

- Bước 3: Từ vị trí ban đầu của các hạt trùng với vị trí giao nhau giữa hai hệ lưới vuông góc, chúng ta tiến hành trộn mẫu. Mỗi hạt được gán một vận tốc  $v_i$  ngẫu nhiên cả về độ lớn, phương và chiều. Để hạn chế ảnh hưởng quá lớn do chuyển động của một hạt lên cả mẫu, giá trị của vận tốc được gán ngẫu nhiên cần không được vượt quá giá trị giới hạn  $v_i^{\max}$ . Với  $v_i^{\max}$  là vận tốc để một hạt có thể di chuyển hết vùng mà nó có thể tiếp xúc với các hạt lân cận (còn gọi là vùng tìm kiếm) trong khoảng thời gian của một bước tính toán  $dt$ . Trong các tính toán sử dụng phương pháp phần tử rời rạc DEM, bán kính của vùng tìm kiếm được lấy bằng 1,5-2,0 lần bán kính của hạt lớn nhất ( $r_{\max}$ ). Sau đó, các hạt bắt đầu di chuyển và va chạm với nhau. Các cạnh của mẫu được giới hạn bởi các vách cứng. Trong quá trình trộn mẫu, các hạt được xem xét là tuyệt đối cứng, va chạm giữa các hạt với nhau hoặc giữa hạt và vách cứng là tuyệt đối đàn hồi (Hình 1(c,d)).

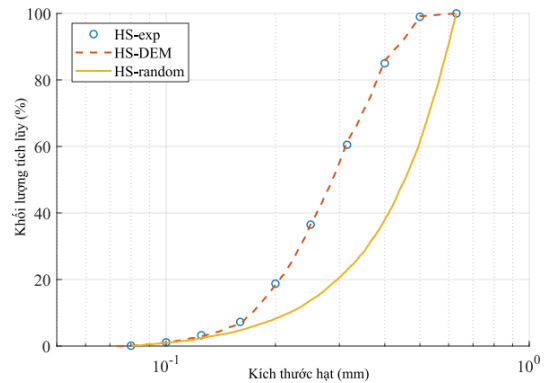
- Bước 4: Sau khi mẫu được trộn như được mô tả ở bước 3, dữ liệu được ghi lại gồm các thông số cơ bản sau: vị trí của các hạt, bán kính của các hạt, tương tác giữa các hạt (nếu có). Mẫu thu được được sử dụng để thực hiện các thí nghiệm tiếp theo (ví dụ thí nghiệm nén đẳng hướng, phổ biến trong cơ học đất, đá).

Dưới đây trình bày kết quả áp dụng quy trình bốn bước nêu trên để chuẩn bị mẫu vật liệu rời rạc có cấp phối tương ứng với cấp phối của mẫu cát Hostun trong thực nghiệm [26]. Có thể thấy trên Hình 2, đường cấp phối do quá trình chuẩn bị mẫu tạo ra (HS-DEM) phản ánh chính xác cấp phối thực tế (HS-exp). Đồng thời trên hình vẽ cũng thể hiện một mẫu có số lượng hạt, giá trị  $r_{\min}$ ,  $r_{\max}$  tương tự với mẫu HS-DEM nhưng phân bố các hạt là ngẫu nhiên theo quy luật phân bố đều (HS-random). Kết quả cấp phối cho thấy quy trình đề xuất có thể tùy chỉnh các mẫu theo mong muốn và mục đích nghiên cứu khác nhau.

### 3. Thí nghiệm nén đẳng hướng và các tham số kiểm soát

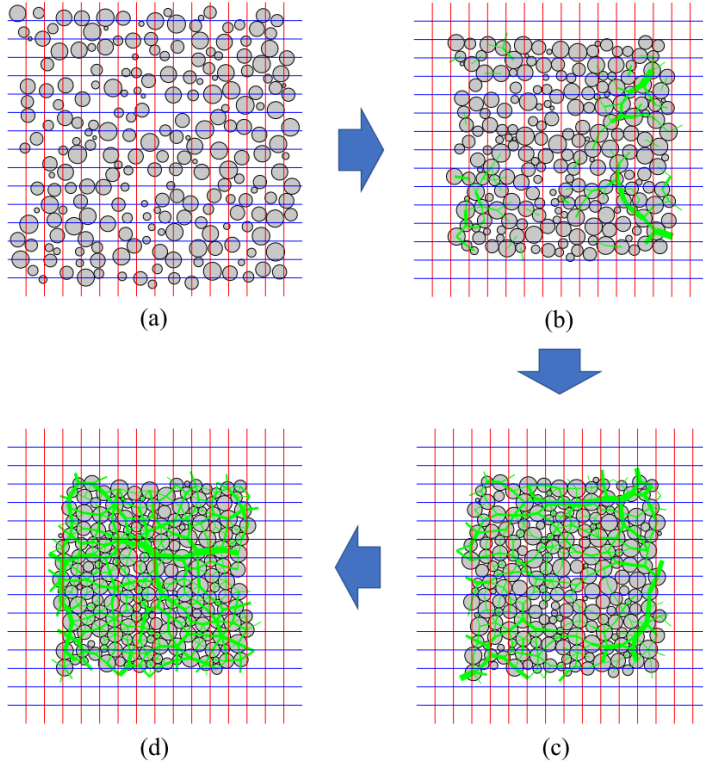
Nén đẳng hướng là một thí nghiệm rất phổ biến trong cơ học đất, đá nói riêng và địa vật liệu nói chung. Đây là quá trình nén nhằm đạt mục đích là ứng suất theo các phương của mẫu sau khi kết thúc thí nghiệm là như nhau. Đây là một bước chuẩn bị trong nhiều thí nghiệm phổ biến như nén hai trục, nén ba trục, thí nghiệm ổn định hồ khoa, đào hầm hay đánh giá ổn định mái dốc.

Khi thực hiện mô phỏng số, để tiến hành thí nghiệm nén đẳng hướng, từ trạng thái ban đầu (Hình 3(a)) mẫu thí nghiệm sẽ được tác dụng áp lực (thông qua chuyển vị của các cạnh) theo các phương với giá trị như nhau. Áp lực này được tăng dần (Hình 3(b,c)), đều nhau theo các hướng cho đến khi đạt đến ứng suất mong muốn (Hình 3(d)). Mẫu được kiểm soát chất lượng thông qua việc đánh giá giá trị ứng suất cần đạt được, mức độ đẳng hướng của các tương tác giữa các hạt cũng như tổng động năng các hạt trong mẫu đến trạng thái ổn định gần tĩnh (quasi-static). Quá trình mô phỏng nén đẳng hướng sử dụng phương pháp phần tử rời rạc (Discrete Element Method – DEM) [15, 27]. Tương tác giữa các hạt bao gồm lực pháp tuyến  $f_n$  và lực tiếp tuyến  $f_t$ . Lực pháp tuyến, tiếp tuyến được xác định  $f_n = k_n \cdot \delta$  và  $f_t = \min(f_t^{t-1} + k_t \cdot \delta u_t, \mu \cdot f_n)$ . Trong đó  $k_n$ ,  $k_t$ ,  $\mu$  lần lượt là độ cứng pháp



Hình 2. Kết quả cấp phối của mẫu thí nghiệm DEM: kích thước hạt phân phối ngẫu nhiên theo phân phối đều (HS random) và kích thước hạt theo cấp phối thực của cát Hostun (HS-DEM)

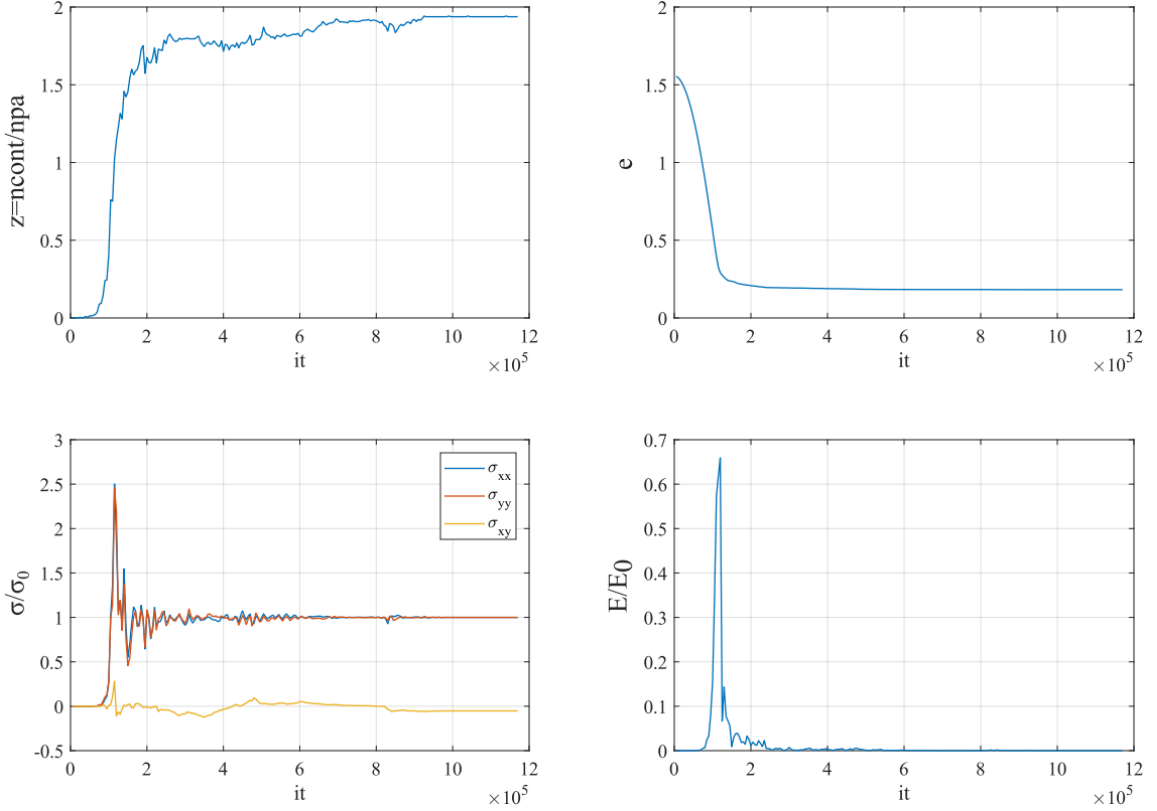
tuyến, tiếp tuyến và hệ số ma sát của liên kết.  $\delta u_i$  là chuyển vị tương đối giữa hai hạt có tiếp xúc với nhau;  $\delta = (r_i + r_j) - l_{ij}$  với  $r_i, r_j$  là bán kính của cặp phần tử có tương tác với nhau,  $l_{ij}$  là khoảng cách giữa chúng.



Hình 3. Quá trình nén đẳng hướng (minh họa sử dụng mẫu gồm 225 hạt, kích thước các hạt được phân bố ngẫu nhiên theo phân phối đều)

Các thông số sau đây được sử dụng cho các mô phỏng số trong nghiên cứu này:  $\kappa = \frac{k_n}{\sigma_0 \cdot \langle 2r \rangle} = 1000$ ;  $k_n/k_t = 1$ ,  $\mu = 0.0$ . Trong các thí nghiệm dưới đây, bán kính của hạt của các mẫu được gán một cách ngẫu nhiên theo quy luật phân bố đều, nằm giữa các giá trị  $r_{\min}, r_{\max}$  được ấn định trước. Trên Hình 3, các nét màu xanh nối tâm hai hạt phản ánh sự tương tác (tiếp xúc) giữa chúng. Độ dày của các nét này tỷ lệ thuận với độ lớn lực tương tác. Mạng lưới các nét này tiết lộ hai thông tin quan trọng: mức độ tương tác giữa các hạt trong mẫu (số nét bằng với số liên kết trong mẫu) và giá trị ứng suất trong mẫu (tỷ lệ với số lượng nét dày, do ứng suất trong mẫu được xác định thông qua lực tương tác giữa các hạt  $\sigma = \frac{1}{S} \sum_c \vec{f} \otimes \vec{l}$  với  $S$  là diện tích mẫu,  $\vec{f}, \vec{l}$  là các véc-tơ lực tương tác giữa các liên kết và véc-tơ nối tâm hai hạt có liên kết với nhau).

Có thể thấy rằng, từ trạng thái ban đầu không tồn tại tương tác giữa các hạt, dưới tác dụng của áp lực tăng dần, mẫu bị nén lại, các hạt di chuyển gần nhau hơn và bắt đầu xuất hiện tương tác giữa chúng. Cùng với sự gia tăng áp lực tác dụng, thể tích của mẫu bị giảm đi, không gian di chuyển của các hạt giảm dần dẫn đến chúng dễ tương tác với nhau hơn và suy giảm vận tốc. Điều này giải thích cho việc số liên kết tăng lên, lực tương tác tăng lên và động năng của mẫu giảm đi. Mẫu được coi là hoàn thành quá trình nén đẳng hướng khi ứng suất theo hai phương bằng nhau, đạt ứng suất mong muốn và động năng chung của mẫu nhỏ ở mức chấp nhận được ở trạng thái gần tĩnh (quasi-static).



Hình 4. Biến thiên số lượng liên kết trung bình, độ rỗng của mẫu, ứng suất và động năng của mẫu trong quá trình nén đẳng hướng (Mẫu sử dụng 225 hạt, kích thước các hạt được phân bố ngẫu nhiên theo phân phối đều)

Các phân tích trên được củng cố bằng việc phân tích sự biến thiên các biến số như trình bày ở Hình 4. Các biến số này bao gồm: số liên kết trung bình của mỗi hạt  $z = n_{cont}/npa$  với  $n_{cont}$  là tổng số liên kết trong mẫu (số nét màu xanh trên Hình 3(d)); độ rỗng của mẫu  $e = V_v/V_s$  với  $V_v, V_s$  trong không gian hai chiều lần lượt là diện tích phần rỗng và tổng diện tích các hạt; ứng suất của mẫu  $\sigma$ .

Trong trường hợp 2D, ten xơ ứng suất có thể viết dưới dạng  $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}$ ; động năng trong mẫu

$E = \frac{1}{2} \sum_{npa} m_i \cdot v_i^2$ . Để thuận tiện cho việc đánh giá chất lượng của mẫu, ứng suất và động năng sẽ được đánh giá thông qua các giá trị chuẩn hóa  $\sigma/\sigma_0$  và  $E/E_0$  với  $\sigma_0$  là ứng suất mong muốn của mẫu ở

trạng thái nén đẳng hướng còn  $E_0 = \frac{1}{2} \left( \sum_{npa} m_i \right) \cdot v_0^2$  với  $v_0$  là vận tốc tác dụng vào các bề mặt của mẫu để đạt được trạng thái ứng suất đẳng hướng mong muốn  $\sigma_0$ . Mỗi bước tính toán  $it$  tương ứng với bước

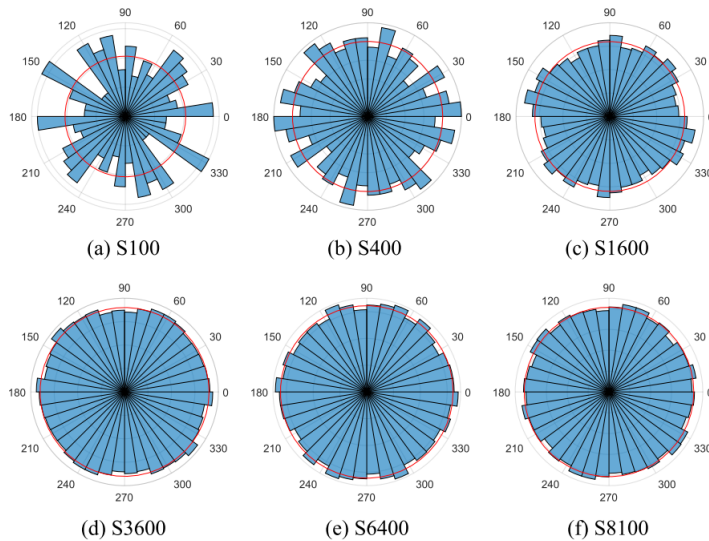
thời gian  $dt = \sqrt{\frac{\langle m \rangle}{k_n}}$  với  $\langle m \rangle$  là khối lượng trung bình của một hạt trong mẫu.

Từ Hình 4 ta thấy rằng khi thực hiện thí nghiệm nén đẳng hướng, ở giai đoạn đầu động năng của mẫu bắt đầu tăng nhanh dần cho đến khi đạt giá trị cực đại, tương ứng tại thời điểm các hạt đạt vận tốc lớn nhất. Xung quanh thời điểm đó ứng suất trong mẫu đạt giá trị lớn nhất. Sau khi đạt năng lượng cực đại cũng như ở độ chặt bắt đầu ổn định, các hạt bị hạn chế di chuyển dẫn đến năng lượng của hạt giảm nhanh. Ứng suất tương ứng cũng giảm nhanh đến giá trị ứng suất mong muốn  $\sigma_0$ , số lượng liên

kết trung bình của mẫu cũng dần đạt giá trị ổn định. Phần lớn thời gian còn lại là sự sắp xếp lại vị trí các hạt để đạt trạng thái ổn định và độ chặt khiến các hạt hầu như không có sự di chuyển tương đối so với nhau. Mẫu thu được sau khi kết thúc thí nghiệm đảm bảo về mức độ ổn định, độ chặt của mẫu, ứng suất mong muốn cũng như mức độ ổn định về động năng. Các phân tích tương tự cũng đã được tiến hành với các mẫu có số lượng hạt lớn hơn (không giới thiệu ở đây do giới hạn về không gian bài báo), nhận thấy rằng thời điểm mà sự biến thiên của số liên kết trung bình, độ rỗng của mẫu, ứng suất của mẫu và năng lượng của mẫu bắt đầu hội tụ, có sự tương đồng với nhau. Tuy nhiên tổng thời gian cần thiết để mẫu đạt đến trạng thái cân bằng tĩnh học sẽ khác nhau và tăng lên tỷ lệ với số lượng hạt sử dụng.

#### 4. Ảnh hưởng của số lượng hạt đến chất lượng mẫu sau thí nghiệm nén đẳng hướng

Sau khi mẫu đã hoàn thành quá trình nén đẳng hướng, chất lượng của kết quả thu được sẽ được đánh giá thông qua mức độ đẳng hướng. Bên cạnh giá trị về ứng suất đã được đảm bảo ở trên (Hình 4(c)), chất lượng của mẫu cần được đánh giá theo sự phân bố liên kết tương tác giữa các hạt vì sự phân bố của các liên kết sẽ ảnh hưởng trực tiếp đến ứng xử của vật liệu [27–29]. Trong nghiên cứu này, bài báo tiến hành đánh giá sự ảnh hưởng của số lượng hạt sử dụng đến mức độ đẳng hướng của mẫu theo tiêu chí phân bố liên kết. Để thực hiện điều đó chúng ta sẽ sử dụng mẫu với tỷ lệ giữa chiều dài/chiều rộng của mẫu được chọn là 1 ( $n_{qx} = n_{qy}$  (Bước 1 – Phần 2)). Tương ứng với và số lượng hạt của mẫu được xác định là  $n_{pa} = n_{qx} \times n_{qy}$ . Số lượng hạt được sử dụng lần lượt là 100 ( $10 \times 10$ ), 400 ( $20 \times 20$ ), 900 ( $30 \times 30$ ), 1600 ( $40 \times 40$ ), 2500 ( $50 \times 50$ ), 3600 ( $60 \times 60$ ), 4900 ( $70 \times 70$ ), 6400 ( $80 \times 80$ ), 8100 ( $90 \times 90$ ), 10000 ( $100 \times 100$ ) và  $r_{\max}/r_{\min} = 2$ . Các thông số khác của mô hình tương tự ở phần 3. Ứng với mỗi thí nghiệm với các thông số tương tự nhau, ba mẫu sẽ được thực hiện. Biểu đồ phân bố liên kết của mỗi mẫu được thể hiện dưới đây.



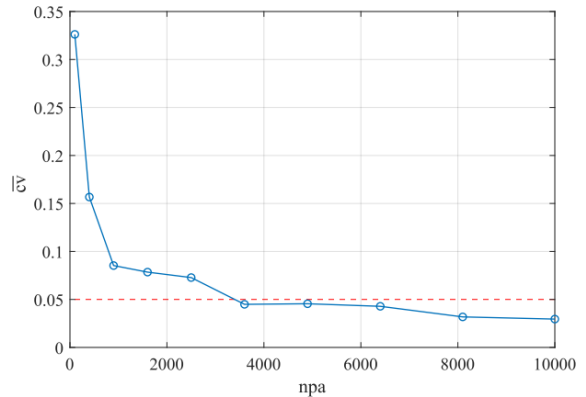
Hình 5. Phân bố hướng liên kết của một số mẫu. Đường tròn màu đỏ là giá trị trung bình của số lượng liên kết giữa các hướng trong mẫu đang xét (đ)

Hình 5 biểu diễn mật độ hướng phân bố liên kết của các mẫu thí nghiệm ở trạng thái ứng suất đẳng hướng dưới dạng biểu đồ hình cột trong hệ tọa độ cực. Mỗi biểu đồ sử dụng 40 múi tương ứng với góc  $9^\circ$  cho mỗi múi. Giá trị của mỗi múi trong tọa độ cột tương ứng với số lượng liên kết theo hướng đó. Có thể thấy rằng sự biến động về số lượng liên kết giữa các hướng có xu hướng giảm khi số lượng phần tử được sử dụng tăng lên. Từ mẫu sử dụng 3600 hạt (S3600) trở lên, sự biến động về

số lượng liên kết giữa các hướng trong một mẫu hầu như không đáng kể, phản ánh chất lượng về ứng xử của mẫu sau khi tiến hành thí nghiệm nén đẳng hướng. Sự biến động giữa mật độ giữa các hướng liên kết được lượng hóa thông qua việc sử dụng hệ số biến động. Ứng với mỗi mẫu, hệ số biến động được định nghĩa thông qua sự biến động về số lượng liên kết giữa các hướng:  $cv = \bar{d}/std(d)$  trong đó  $\bar{d}$  là giá trị trung bình của số lượng liên kết giữa các hướng trong một mẫu.  $std(d)$  là độ lệch chuẩn của tập hợp số lượng liên kết theo các hướng của một mẫu. Như đã trình bày ở trên, ứng với mỗi số lượng hạt sử dụng chúng ta sử dụng ba mẫu khác nhau để đánh giá (R01, R02, R03). Giá trị độ biến động trung bình được tính cho ba mẫu có số lượng hạt như nhau  $\overline{cv} = (cv1 + cv2 + cv3)/3$ . Giá trị hệ số biến động và hệ số biến động trung bình giữa các tổ mẫu được trình bày trên Bảng 1 và Hình 6.

Bảng 1. Hệ số biến động giữa hướng liên kết của các mẫu thí nghiệm

<i>npa</i>	<i>cv1</i>	<i>cv2</i>	<i>cv3</i>	$\overline{cv}$
100	0,32	0,32	0,34	0,33
400	0,16	0,15	0,17	0,16
900	0,08	0,08	0,10	0,09
1600	0,08	0,08	0,07	0,08
2500	0,08	0,07	0,06	0,07
3600	0,03	0,06	0,04	0,04
4900	0,05	0,05	0,04	0,05
6400	0,04	0,05	0,04	0,04
8100	0,03	0,03	0,03	0,03
10000	0,04	0,03	0,02	0,03



Hình 6. Ảnh hưởng của số lượng hạt sử dụng đến hệ số biến động trung bình khi đánh giá mật độ hướng liên kết

## 5. Kết luận

Bài báo đã trình bày quá trình chuẩn bị mẫu để sử dụng trong các nghiên cứu ứng xử của vật liệu rời rạc bằng phương pháp phần tử rời rạc (DEM). Trong nghiên cứu này, các hạt được sử dụng có dạng hình tròn, đặc trưng bởi vị trí và bán kính của chúng. Quy trình bốn bước đã được sử dụng cho thấy có thể chuẩn bị các mẫu với cấp phối cho trước hoặc một cách ngẫu nhiên. Quá trình chuẩn bị này cũng dựa trên phương pháp phần tử rời rạc đồng thời xem xét tương tác giữa các hạt và đàn hồi tuyệt đối, các hạt cứng vô cùng. Ví dụ chuẩn bị mẫu theo cấp phối thực tế của cát Hostun cũng đã được trình bày, minh họa khả năng của quy trình được đề xuất.

Quá trình nén đẳng hướng mẫu vật liệu rời rạc được trình bày ở phần thứ hai của bài báo. Sự biến thiên của các yếu tố kiểm soát quá trình nén đẳng hướng bao gồm năng lượng của tập hợp các hạt, ứng suất đẳng hướng của mẫu, độ chặt của mẫu ... đã được trình bày và phân tích. Bên cạnh đó một yếu tố rất quan trọng có thể ảnh hưởng đến chất lượng của mẫu đó là phân bố hướng các liên kết tương tác giữa các phân tử đã được giới thiệu. Bằng cách tiến hành 30 trường hợp nén đẳng hướng với 10 kích cỡ mẫu khác nhau, bài báo đã phân tích ảnh hưởng của số lượng hạt đến mức độ biến thiên giữa hướng liên kết một cách hình ảnh thông qua biểu đồ cột trong tọa độ cực và lượng hóa sử dụng hệ số biến động. Kết quả cho thấy mẫu trong không gian hai chiều có số lượng hạt từ 3600 trở lên, với tỷ lệ kích thước mẫu là 1, cho hệ số biến động nhỏ, đảm bảo mức độ đồng đều về phân bố liên kết giữa các hạt vật liệu rời rạc.

Kết quả của bài báo có thể mở rộng phân tích trong các trường hợp mẫu có độ chặt khác nhau hoặc tiến hành cho bài toán trong không gian ba chiều.

## Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Bộ Giáo dục và Đào tạo trong đề tài mã số B2023-XDA-09.

## Tài liệu tham khảo

- [1] Vo, T. T., Nezamabadi, S., Mutabaruka, P., Delenne, J.-Y., Radjai, F. (2020). [Additive rheology of complex granular flows](#). *Nature Communications*, 11(1).
- [2] Gilibert, F. A., Roux, J.-N., Castellanos, A. (2007). [Computer simulation of model cohesive powders: Influence of assembling procedure and contact laws on low consolidation states](#). *Physical Review E*, 75 (1):011303.
- [3] Radjai, F., Troadec, H., Roux, S. *Granular Materials: Fundamentals and Applications*. R. Soc. Chem. Cambridge, 1, pp. 3.
- [4] Villard, P., Chevalier, B., Hello, B. L., Combe, G. (2009). [Coupling between finite and discrete element methods for the modelling of earth structures reinforced by geosynthetic](#). *Computers and Geotechnics*, 36(5):709–717.
- [5] Özge Dinç, Scholtès, L. (2018). [Discrete Analysis of Damage and Shear Banding in Argillaceous Rocks](#). *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 51(5):1521–1538.
- [6] Nguyen, T. K. (2013). *Modélisation multi-échelle des matériaux granulaires frottant-cohésifs*. Luận án Tiến sĩ, Université de Grenoble.
- [7] Kiên, N. T. (2020). [Mô hình hóa đa tỷ lệ bài toán địa cơ học sử dụng phương pháp kết hợp phần tử hữu hạn và phần tử rời rạc](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCN XD) - ĐHXDHN*, 14(1V):93–103.
- [8] Phong, H. V. N., Trung, V. T., Minh, T. D., My, N. V., Lo, V. T. (2022). [Effects of lightweight particle content on the mechanical strength of cylindrical aggregates](#). *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE) - HUCE*, 16(2):117–127.
- [9] Desrues, J., Viggiani, G. (2004). [Strain localization in sand: an overview of the experimental results obtained in Grenoble using stereophotogrammetry](#). *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(4):279–321.
- [10] Wanatowski, D., Chu, J. (2008). [Undrained behaviour of Changi sand in triaxial and plane-strain compression](#). *Geomechanics and Geoengineering*, 3(2):85–96.
- [11] Bésuelle, P. (2001). [Compacting and dilating shear bands in porous rock: Theoretical and experimental conditions](#). *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 106(B7):13435–13442.
- [12] Bui, H. H., Nguyen, G. D. (2021). [Smoothed particle hydrodynamics \(SPH\) and its applications in geomechanics: From solid fracture to granular behaviour and multiphase flows in porous media](#). *Computers and Geotechnics*, 138:104315.
- [13] van den Eijnden, A. P., Bésuelle, P., Chambon, R., Collin, F. (2016). [A FE2 modelling approach to hydromechanical coupling in cracking-induced localization problems](#). *International Journal of Solids and Structures*, 97-98:475–488.
- [14] Desrues, J., Argilaga, A., Caillerie, D., Combe, G., Nguyen, T. K., Richefeu, V., Pont, S. D. (2019). [From discrete to continuum modelling of boundary value problems in geomechanics: An integrated FEM-DEM approach](#). *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 43(5):919–955.
- [15] Cundall, P. A., Strack, O. D. L. (1979). [A discrete numerical model for granular assemblies](#). *Géotechnique*, 29(1):47–65.
- [16] Pal, R. K., de Macedo, R. B., Andrade, J. E. (2021). [Tunnel excavation in granular media: the role of force chains](#). *Granular Matter*, 23(4).
- [17] Nguyen, T. K., Desrues, J., Combe, G., Nguyen, D. H. (2019). [A numerical homogenized law using discrete element method for continuum modelling of boundary value problems](#). *Lecture Notes in Civil Engineering*, Springer Singapore, 715–720.
- [18] Tang, H., Dong, Y., Chu, X., Zhang, X. (2016). [The influence of particle rolling and imperfections on the formation of shear bands in granular material](#). *Granular Matter*, 18(1).
- [19] Li, A., Xu, N., Dai, F., Gu, G., Hu, Z., Liu, Y. (2018). [Stability analysis and failure mechanism of the steeply inclined bedded rock masses surrounding a large underground opening](#). *Tunnelling and Underground Space Technology*, 77:45–58.

- [20] Villard, P., Chevalier, B., Hello, B. L., Combe, G. (2009). [Coupling between finite and discrete element methods for the modelling of earth structures reinforced by geosynthetic](#). *Computers and Geotechnics*, 36(5):709–717.
- [21] Zhao, J. (2017). [Bifurcation and Degradation of Geomaterials with Engineering Applications](#). *Proceedings of the 11th International Workshop on Bifurcation and Degradation in Geomaterials dedicated to Hans Muhlhaus, Limassol, Cyprus*, Springer International Publishing, 349–359.
- [22] Jefferies, M., Been, K. (2000). [Implications for critical state theory from isotropic compression of sand](#). *Géotechnique*, 50(4):419–429.
- [23] Lade, P. V., Abelev, A. V. (2005). [Characterization of cross-anisotropic soil deposits from isotropic compression tests](#). *Soils and Foundations*, 45(5):89–102.
- [24] Jafari, M., Shahsavari, M., Grabinsky, M. (2020). [Experimental Study of the Behavior of Cemented Paste Backfill under High Isotropic Compression](#). *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 146(11).
- [25] Nguyen, T.-K. (2021). [Failure Analysis of Pressurized Hollow Cylinder Made of Cohesive-Frictional Granular Materials](#). *Modern Mechanics and Applications*, Springer Singapore, 707–715.
- [26] Mokni, M., Desrues, J. (1999). [Strain localization measurements in undrained plane-strain biaxial tests on Hostun RF sand](#). *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 4(4):419–441.
- [27] Radjai, F., Dubois, F. (2011). *Discrete-element modeling of granular materials*. Wiley.
- [28] Lanier, J. (2001). *Mécanique des milieux granulaires*. Hermès Science Publications.
- [29] Cambou, B., Jean, M., Radjai, F. (2012). *Matériaux granulaires: modélisation et simulation numérique*. Hermès Science Publications.