

PHÂN TÍCH TỈNH PHI TUYẾN HÌNH HỌC VÀ VẬT LIỆU CẤU KIẾN DÀM-CỘT ỐNG THÉP TRÒN NHỒI BÊ TÔNG

Nguyễn Thế Danh^{a,b,c}, Đoàn Ngọc Tịnh Nghiê^{a,b}, Phan Thị Tường Quy^{a,b}, Nguyễn Thị Tố Lan^c,
Nguyễn Văn Hiếu^c, Ngô Hữu Cường^{a,b,*}

^aKhoa Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Bách khoa TP. Hồ Chí Minh,
268 Lý Thường Kiệt, Quận 10, TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam

^bĐại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh, Phường Linh Trung, TP. Thủ Đức, TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam

^cKhoa Xây dựng, Trường Đại học Kiến trúc TP. Hồ Chí Minh,
196 Pasteur, Quận 3, TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam

Nhận ngày 12/12/2022, Sửa xong 23/02/2024, Chấp nhận đăng 23/02/2024

Tóm tắt

Dầm-cột ống thép tròn nhồi bê tông (CFST) là cấu kiện kết cấu có nhiều đặc điểm nổi trội cho kết cấu nhà nhiều tầng do có cường độ, độ cứng và độ dẻo dai cao hơn những loại cấu kiện thông thường trong khi có hình dáng kiến trúc thanh mảnh, có khả năng chống cháy tốt và thuận tiện cho thi công. Bài báo này phát triển một chương trình phân tích phi tuyến bằng ngôn ngữ lập trình Matlab để dự đoán ứng xử kết cấu của cấu kiện dầm-cột CFST cường độ cao dưới tác dụng của tải trọng nén lệch tâm có kể đến tác động bó lõi bê tông của ống thép và sự không hoàn hảo ban đầu về hình học của cấu kiện dầm-cột. Tiết diện liên hợp của cấu kiện dầm-cột được chia thành nhiều điểm thớ thép và bê tông và trạng thái của tiết diện được cập nhật trong suốt quá trình phân tích để kể đến tác động phi đàn hồi kết hợp với sự xem xét tác động phi tuyến hình học giữa hai đầu cấu kiện. Những kết quả phân tích số đạt được từ chương trình phát triển được so sánh với các kết quả của các nghiên cứu khác chứng tỏ rằng nó là một công cụ mô phỏng khá hiệu quả và tương đối chính xác trong việc dự đoán khả năng chịu lực của cấu kiện dầm-cột CFST tròn nhồi bê tông cường độ cao chịu tải trọng tĩnh trong nghiên cứu và thiết kế kỹ thuật.

Từ khóa: dầm-cột ống thép nhồi bê tông; phi tuyến hình học; phi tuyến vật liệu; tác động bó, phương pháp thớ.

GEOMETRIC AND MATERIAL NONLINEAR STATIC ANALYSIS OF CIRCULAR CONCRETE-FILLED STEEL TUBE BEAM-COLUMNS

Abstract

Concrete-filled steel tube (CFST) beam-columns are structural members with many dominant features for multi-storey building structures due to their high strength, rigidity and ductility in comparison with normal members as well as their slender architectural appearance, good fire-resistant capacity and construction convenience. This paper develops a nonlinear analysis program by Matlab programming language to predict the structural responses of high-strength CFST beam-columns subjected to eccentric loading with the consideration of confined effects to concrete core of the steel tube and the initial geometric imperfection of beam-columns. The composite cross-section of CFST beam-columns is partitioned into many steel and concrete fibers and the section state is updated during the analysis process to consider the inelastic effects combined with the consideration of geometrically nonlinear effects between the member ends. The analysis results obtained from the developed program are compared to those of existing studies to prove that it is an efficient and relatively accurate simulation tool in predicting the resistance capacity of high-strength circular CFST beam-columns under static loadings in research and technical design.

Keywords: concrete-filled steel tube beam-columns; geometric nonlinear; material nonlinear; confined effects, fiber method.

[https://doi.org/10.31814/stce.huce2024-18\(1V\)-02](https://doi.org/10.31814/stce.huce2024-18(1V)-02) © 2024 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Cấu kiện dầm-cột ống thép nhồi bê tông (Concrete-Filled Steel Tube - CFST) được sử dụng rộng rãi trong các công trình cầu và nhà dân dụng trên thế giới do có nhiều ưu điểm về kết cấu, thi công và kiến trúc. Về kết cấu, cấu kiện CFST có độ cứng và độ bền cao hơn so với các loại kết cấu thông thường nhờ có tác dụng tương hỗ giữa ống thép và bê tông. Ống thép bọc bên ngoài tạo nên tác động bó lõi bê tông làm tăng đáng kể cường độ và độ dẻo dai của lõi bê tông trong khi lõi bê tông hạn chế hiện tượng mất ổn định cục bộ của ống thép và từ đó làm tăng khả năng chịu lực của ống thép. Về thi công, cấu kiện CFST có thể thi công nhanh do ống thép được tận dụng làm cốt-pha trong giai đoạn thi công khi bê tông chưa đông cứng. Bên cạnh đó, với kích thước nhỏ, cấu kiện CFST còn đáp ứng tốt các yêu cầu về thẩm mỹ và không gian lớn của kiến trúc.

Tuy nhiên, cho tới nay sự hiểu biết về ứng xử của loại cấu kiện này vẫn còn nhiều hạn chế. Các nghiên cứu về lý thuyết và thực nghiệm vẫn được tiếp tục thực hiện để đề xuất các công thức tính toán tin cậy phục vụ cho công tác thiết kế. Gần đây, các phần mềm thiết kế trên máy tính cá nhân đã tích hợp mô-đun thiết kế cấu kiện CFST theo các tiêu chuẩn Châu Âu và Mỹ nhưng vẫn chưa tích hợp mô-đun phân tích phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu của cấu kiện. Các thí nghiệm trên kích thước thật của cấu kiện dầm-cột CFST thì tốn kém và mất nhiều thời gian, do đó, việc phát triển nghiên cứu dựa trên phương pháp phân tích số để phân tích ứng xử phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu của cấu kiện CFST là rất cần thiết.

Một số kết quả nghiên cứu liên quan đến đề tài có thể liệt kê như sau. Schneider [1] đã tiến hành khảo sát thực nghiệm ứng xử của cột ngắn tiết diện tròn và hình chữ nhật ống thép nhồi bê tông (Concrete-Filled Steel Tube - CFST) chịu tải dọc trục trên 14 mẫu để nghiên cứu ảnh hưởng của hình dạng và bề dày thành ống thép đến cường độ cực hạn của cấu kiện. Sakino và cs. [2], Fujimoto và cs. [3] nghiên cứu ảnh hưởng của vật liệu cường độ cao đến ứng xử của cột ngắn chịu nén đúng tâm và lệch tâm. Kết quả nghiên cứu cho thấy việc sử dụng bê tông cường độ cao làm giảm tính dẻo của cấu kiện dầm-cột CFST nhưng tính dẻo sẽ được gia tăng bằng cách sử dụng thép ống cường độ cao hoặc ống có tỷ lệ đường kính trên bề dày nhỏ để tăng việc cung cấp tác động bó cho lõi bê tông. Giakoumelis và Lam [4] nghiên cứu thực nghiệm ứng xử của cấu kiện CFST với các cường độ bê tông khác nhau dưới tác dụng tải trọng dọc trục. Các tác động bởi bề dày ống thép, cường độ bám dính giữa bê tông và ống thép, và tác động bó lõi bê tông lên cường độ dọc trục cực hạn của cột CFST tròn ngắn được khảo sát. Lakshmi và Shanmugam [5] đã phát triển một phương pháp bán giải tích để mô phỏng ứng xử của cột CFST tiết diện tròn và hình chữ nhật mảnh chịu mô-men uốn theo một phương và hai phương. Độ chính xác của phương pháp phân tích đề xuất được kiểm chứng với các kết quả thực nghiệm. Hu và cs. [6] thành lập mô hình vật liệu thích hợp cho cột ống thép nhồi bê tông và kiểm tra bởi chương trình phần tử hữu hạn (PTHH) ABAQUS trong nghiên cứu ứng xử phi đàn hồi cột CFST ngắn chịu tải đúng tâm. Nghiên cứu đề xuất một mô hình áp lực bó cho bê tông cường độ cao và cường độ thường trong cột CFST tròn. Ellobody và cs. [7] nghiên cứu ứng xử cột CFST tròn ngắn cường độ bình thường và cường độ cao chịu nén dọc trục bằng chương trình PTHH ABAQUS. Nghiên cứu được tiến hành trên một dải rộng cấp độ bền của bê tông từ 30-110 MPa và tỷ lệ đường kính ngoài của ống thép đối với chiều dày thành ống (D/t) thay đổi từ 15 đến 80. Nghiên cứu sử dụng mô hình phi tuyến vật liệu có kể đến tác động bó lõi bê tông và các kết quả thu được từ phân tích được đối chiếu với kết quả thực nghiệm. Han [8] giới thiệu một phương pháp số để nghiên cứu cường độ chịu uốn của dầm CFST chịu uốn và đã đề xuất một công thức đơn giản để tính cường độ chịu uốn cực hạn cho dầm CFST. Liang [9–12], trình bày kỹ thuật phân tích dựa trên phương pháp phần tử thứ để phân tích phi tuyến cấu kiện dầm-cột ống thép thành mỏng nhồi bê tông với các ảnh hưởng mất ổn

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: ngohuucuong@hcmut.edu.vn (Cường, N. H.)

định cục bộ. Sự không hoàn hảo về mặt hình học, ứng suất dư và biến dạng phi đàn hồi của mô hình ống thép và tác động bó lõi bê tông được xem xét trong phân tích. Sự tăng dần tính mất ổn định cục bộ của một ống thép thành mỏng nhồi bê tông được mô phỏng bằng cách phân phối lại dần dần ứng suất pháp trong thành ống thép. Liang và Fragomani [13, 14], thiết lập một mô hình phần tử thớ cho phân tích phi tuyến và công thức thiết kế cột CFST tròn ngắn dưới tác dụng tải dọc trục và đề xuất mô hình áp lực bó cho bê tông cường độ bình thường và cường độ cao được bó trong ống thép cường độ bình thường hoặc cao. Liang [15, 16] đã nghiên cứu cấu kiện dầm-cột tròn thép ống thành mỏng nhồi bê tông cường độ cao. Tác giả cho rằng hầu hết các phương pháp phân tích phi đàn hồi phi tuyến cho cấu kiện dầm-cột CFST thành mỏng chưa xem xét các tác động của vật liệu có độ bền cao và tác động bó lõi bê tông làm tăng đáng kể cường độ và độ dẻo của lõi bê tông. Do đó, kết quả từ các phương pháp phân tích có độ lệch đáng kể so với kết quả thực nghiệm. Prion và Boehme [17] đã nghiên cứu thực nghiệm ứng xử của ống thép thành mỏng nhồi bê tông cường độ cao với 26 mẫu (đường kính 152 mm, chiều dày thành ống 1.7 mm, được nhồi bê tông có cường độ nén đặc trưng 73-92 MPa) được thí nghiệm chịu nén dọc trục, nén-uốn hoặc uốn thuần túy, có mẫu chịu tải chu kỳ. Choi và Xiao [18] đã trình bày một chương trình số để phân tích ứng xử của cột ngắn CFST chịu nén dọc trục và đề xuất nhiều mô hình tác động bó lõi bê tông khác nhau. Các so sánh cho thấy chương trình số là hợp lý và đã giả lập được ứng xử cơ bản của cột ống thép nhồi bê tông. Han và cs. [19–21] cho rằng hệ kết cấu CFST thường chịu xoắn, tuy nhiên, cấu kiện chịu xoắn chưa được giải quyết thỏa đáng trong các tiêu chuẩn thiết kế. Do đó, nhóm tác giả đã nỗ lực để nghiên cứu ứng xử chịu xoắn của cấu kiện CFST. Phần mềm ABAQUS được sử dụng trong nghiên cứu cho các phân tích PTHH cấu kiện CFST chịu xoắn thuần túy. Ellobody [22] tìm hiểu về ứng xử phi tuyến của cột thép không gỉ tiết diện rỗng hình vuông và hình chữ nhật nhồi bê tông cường độ cao. Việc nghiên cứu tập trung vào cột ngắn chịu lực dọc trục. Mô hình phần tử hữu hạn phi tuyến đã được phát triển để nghiên cứu ứng xử và cường độ của các cột CFST với ảnh hưởng của hình dạng tiết diện và cường độ bê tông. Liang, Uy và Richard Liew [9] khảo sát ổn định cục bộ của các tấm thép làm giảm tải trọng cực hạn của cột thép hộp thành mỏng nhồi bê tông chịu nén dọc trục.

Hiện tại, trong nước chưa ban hành tiêu chuẩn để thiết kế loại cấu kiện này. Năm 1999, PGS.TS. Phạm Ngọc Khánh cùng đồng sự đã dịch tài liệu của Nga về các dạng kết cấu ống thép nhồi bê tông, đặc điểm chịu lực và cách chế tạo cũng như đặc điểm kinh tế kỹ thuật qua các kết quả nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm. Ngô Hữu Cường và cs. [23] đã trình bày một thủ tục số cho phân tích cấu kiện ống thép nhồi bê tông có kể đến tác động phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu. Đinh Thị Như Thảo và cs. [24] đã trình bày một thủ tục số được phát triển bằng ngôn ngữ C++ để phân tích cột ống thép nhồi bê tông chịu tải trọng tĩnh có kể đến tác động bậc hai và ứng xử phi đàn hồi. Ma trận độ cứng tiếp tuyến phần tử hữu hạn cột được thiết lập bằng nguyên lý Rayleigh-Ritz với giả thiết có sự tương tác hoàn toàn giữa bê tông và vỏ thép.

Hầu hết các nghiên cứu về phân tích phi tuyến cho cấu kiện CFST ở trong nước chưa xem xét đồng thời các tác động của vật liệu có cường độ cao, tác động bó lõi bê tông làm tăng đáng kể cường độ cùng với độ dẻo dai của lõi bê tông và đặc biệt là sự sai lệch hình học ban đầu của cấu kiện vốn cần phải được xem xét trong quá trình thiết kế. Trong nghiên cứu này, tác động bó lõi bê tông của ống thép và sự không hoàn hảo ban đầu về hình học sẽ được xét đến để mô phỏng chính xác hơn ứng xử phi tuyến của cấu kiện dầm-cột ống thép nhồi bê tông khi chịu tải tĩnh. Một chương trình máy tính được phát triển dựa vào mô hình cấu kiện dầm-cột CFST chịu tải nén lệch tâm và sự phân tích tiết diện liên hợp gồm vỏ thép và lõi bê tông theo phương pháp thớ để mô phỏng ứng xử của cấu kiện cột ống thép nhồi bê tông chịu tải trọng tĩnh. Sự hiệu quả và độ tin cậy của chương trình được kiểm chứng bằng cách so sánh với các nghiên cứu sẵn có.

2. Cơ sở lý thuyết

2.1. Mô hình vật liệu

a. Mô hình vật liệu cho thép ống

Ống thép của dầm-cột CFST tròn chịu ứng suất 2 trục do tác động bó. Lực kéo tổng hợp được phát triển trong ống thép làm giảm ứng suất chảy theo hướng dọc trục (1). Tác động này được đưa vào tính toán trong mô hình vật liệu bằng đường cong ứng suất biến dạng được lý tưởng hóa thành những đường thẳng như Hình 1. Đối với thép cường độ cao, phần cong của đường quan hệ được thay thế bằng một đường thẳng như mô tả trong Hình 1. Phần cong của đường ứng suất-biến dạng được thể hiện bằng một phương trình do Liang [15] trình bày:

$$\sigma_s = f_{sy} \left(\frac{\varepsilon_s - 0,9\varepsilon_{sy}}{\varepsilon_{st} - 0,9\varepsilon_{sy}} \right)^{\frac{1}{45}} \quad (0,9\varepsilon_{sy} < \varepsilon_s < \varepsilon_{st}) \quad (1)$$

trong đó: σ_s là ứng suất trong thép; ε_s là biến dạng thép; f_{sy} là giới hạn chảy của thép; ε_{sy} là biến dạng chảy của thép; ε_{st} là biến dạng của thép tại điểm tái bền như được mô tả trong Hình 1; ε_{su} là biến dạng cực hạn của thép; f_{su} là giới hạn bền của vật liệu thép; ε_{st} biến dạng tái bền được lấy bằng 0,005 trong mô hình số hiện tại.

b. Mô hình vật liệu cho bê tông

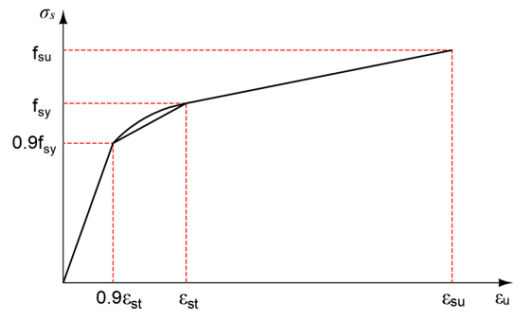
Ống thép bó lõi bê tông trong cột CFST tròn làm tăng cường độ chịu nén và độ dẻo dai của lõi bê tông đã được minh chứng bằng kết quả thực nghiệm [25, 26]. Tác động bó bê tông phụ thuộc vào tỷ lệ đường kính với độ dày thành ống thép và đặc trưng vật liệu. Phân tích ổn định đàn hồi của dầm-cột mảnh thường giả định rằng trạng thái cân bằng được duy trì ở giữa chiều cao của cột. Cường độ ở giữa chiều cao của một cột mảnh bị chi phối bởi cường độ tiết diện ngang của nó, mà bị ảnh hưởng bởi sự bó bê tông. Vì vậy, tác động bó bê tông phải được đưa vào tính toán trong phân tích phi tuyến hình học phi đàn hồi dầm-cột CFST tròn.

Quan hệ ứng suất - biến dạng tổng quát cho bê tông bị bó trong cột CFST tròn được mô tả trong Hình 2.

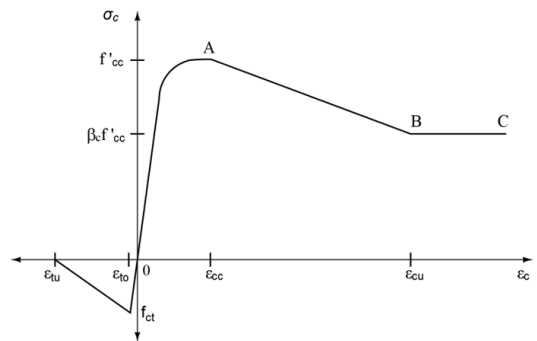
Phần OA của đường cong ứng suất-biến dạng được thể hiện bằng phương trình được đưa ra bởi Mander và cs. [27] như sau:

$$\sigma_c = \frac{f'_{cc} \lambda (\varepsilon_c / \varepsilon'_{cc})}{\lambda - 1 + (\varepsilon_c / \varepsilon'_{cc})^\lambda} \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{E_c}{E_c - f'_{cc} / \varepsilon'_{cc}} \quad (3)$$



Hình 1. Biểu đồ quan hệ ứng suất – biến dạng của thép



Hình 2. Mô hình ứng suất-biến dạng cho bê tông được bó trong cột ống CFST

trong đó: σ_c là ứng suất nén theo phương dọc trục của bê tông; f'_{cc} là cường độ chịu nén của bê tông được bó; ε_c là biến dạng nén theo phương dọc trục của bê tông; ε'_{cc} là biến dạng tại f'_{cc} ; E_c là mô đun đàn hồi của bê tông được đưa ra bởi ACI [28] như sau:

$$E_c = 3320 \sqrt{\gamma_c f'_c} + 6900 \text{ (MPa)} \quad (4)$$

trong đó: γ_c là hệ số giảm cường độ cho bê tông được đề xuất bởi Liang [10] có kể đến ảnh hưởng của kích thước cột và được cho bởi:

$$\gamma_c = 1,85 D_c^{-0,135} (0,85 \leq \gamma_c \leq 1,0) \quad (5)$$

và D_c là đường kính lõi bê tông.

Cường độ nén f'_{cc} và biến dạng tương ứng ε'_{cc} của bê tông chịu áp lực bó tăng đáng kể so với bê tông không được bó. Phương trình thực nghiệm của Mander và cs. [27] để xác định cường độ chịu nén và biến dạng của bê tông bị bó đã được chỉnh sửa bởi Liang và Fragomeni [13] như sau:

$$f'_{cc} = \gamma_c f'_c + k_1 f_{rp} \quad (6)$$

trong đó: f_{rp} là áp lực bó ngang lên lõi bê tông; $k_1 = 4,1$ và $k_2 = 20,5$ là hằng số, đối với mô hình số này, các hằng số k_1 và k_2 được lấy dựa trên nghiên cứu thực nghiệm được tiến hành bởi Richart và cs. [29]; ε'_c là biến dạng tại f'_c của bê tông không bị bó và được cho bởi:

$$\varepsilon'_c = \begin{cases} 0,002 & \gamma_c f'_c \leq 28 \text{ (MPa)} \\ 0,002 + \frac{\gamma_c f'_c - 28}{54000} & 28 \leq \gamma_c f'_c \leq 82 \text{ (MPa)} \\ 0,003 & \gamma_c f'_c \geq 82 \end{cases} \quad (7)$$

Một mô hình áp lực bó cho bê tông có cường độ thường và cao bởi ống thép cường độ thường hoặc cao được đề xuất bởi Liang và Fragomeni [13] dựa trên nghiên cứu của Hu và cs. [6] và Tang và cs. [30]. Mô hình được dùng trong phân tích số được thể hiện bởi:

$$f_{rp} = \begin{cases} 0,7(\nu_e - \nu_s) \frac{2t}{D - 2t} f_{sy} & \frac{D}{t} \leq 47 \\ \left(0,006241 - 0,0000357 \frac{D}{t}\right) f_{sy} & 47 \leq \frac{D}{t} \leq 150 \end{cases} \quad (8)$$

trong đó: D là đường kính ngoài của ống thép, t là độ dày của thành thép ống, ν_e và ν_s tương ứng là hệ số Poisson của ống thép khi có và không nhồi bê tông bên trong. Hệ số Poisson ν_s nhận giá trị là 0,5 tại điểm cường độ lớn nhất và ν_e được đưa ra bởi Tang và cs. [30]. Phương trình (8) đã được kiểm chứng với kết quả thực nghiệm và có thể dự đoán chính xác áp lực bó lõi bê tông trong cột CFST tròn cường độ thường hoặc cao [13].

Các đoạn AB và BC của đường cong ứng suất-biến dạng mô tả trong Hình 2 có thể được viết như sau:

$$\sigma_c = \begin{cases} \beta_c f'_{cc} + \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_c}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon'_{cc}}\right) (f'_{cc} - \beta_c f'_{cc}) & \varepsilon'_{cc} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \\ \beta_c f'_{cc} & \varepsilon_c > \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (9)$$

trong đó: ε_{cu} được lấy là 0,02 dựa trên kết quả thí nghiệm; β_c được đề xuất bởi Hu và cs. [6] như sau:

$$\beta_c = \begin{cases} 1,0 & \frac{D}{t} \leq 40 \\ 0,0000339 \left(\frac{D}{t}\right)^2 - 0,010085 \left(\frac{D}{t}\right) + 1,3491 & 40 < \left(\frac{D}{t}\right) \leq 150 \end{cases} \quad (10)$$

Hệ số β_c được sử dụng để kể đến tác động bó được cung cấp bởi ống thép lên cường độ sau đỉnh và độ dẻo dai của bê tông bị bó bởi ống thép. Thí nghiệm chỉ ra rằng dầm-cột CFST tròn có thể duy trì biến dạng lớn mà bê tông không nứt vỡ và các biến dạng nén có thể vượt quá 0,032 [31]. Trong mô hình số hiện nay, ứng suất nén tới hạn của bê tông được thiết lập mặc định là 0,04.

Mối quan hệ ứng suất-biến dạng của bê tông chịu kéo được mô tả trong Hình 2 được sử dụng trong phân tích số. Hình này cho thấy ứng suất kéo tăng tuyến tính với sự gia tăng biến dạng kéo cho đến khi bê tông nứt. Sau khi bê tông nứt, ứng suất kéo giảm tuyến tính về không khi bê tông bị mềm hóa. Cường độ kéo bê tông được xác định là $0,6\sqrt{\gamma_c f'_c}$, trong khi biến dạng kéo cực hạn được lấy bằng 10 lần biến dạng nứt.

c. Phân tích tiết diện

Để mô tả ứng xử không đàn hồi qua mặt cắt ngang của cấu kiện, chia tiết diện ngang của cột tròn CFST thành nhiều thớ thép và bê tông như Hình 3.

Các thớ được chia đủ nhỏ để ứng suất và biến dạng trong mỗi thớ được xem như là bằng nhau tại mọi điểm trong phạm vi thớ. Từ đó ứng suất và biến dạng của mỗi thớ thép và bê tông sẽ được cập nhật liên tục trong suốt quá trình phân tích.

Phương pháp phần tử thớ phi tuyến đã được chứng tỏ là hiệu quả cho việc xác định cường độ cực hạn và ứng xử phi đàn hồi lực dọc - độ cong của tiết diện liên hợp khi chịu tải trọng dọc trục và mô-men uốn 2 trục như được trình bày bởi El-Tawil và cs. [32] và Liang [10]. Đối với phân tích này, người ta giả thiết rằng không có sự trượt giữa ống thép và lõi bê tông để các mặt cắt ngang vẫn còn phẳng sau khi biến dạng, dẫn đến sự phân bố tuyến tính của biến dạng. Ứng suất trong thớ được tính toán từ các biến dạng thớ một trục bằng việc dùng đường quan hệ ứng suất-biến dạng có kể đến tác động bó. Hình 3 mô tả sự phân bố biến dạng thớ của tiết diện cột CFST tròn chịu tải trọng trục và mô-men uốn. Góc tọa độ được chọn ở trọng tâm của mặt cắt ngang.

Lưu ý rằng biến dạng thớ là một hàm của độ cong ϕ và chiều cao trục trung hòa d_n của tiết diện liên hợp chịu tải dọc trục và uốn. Biến dạng thớ có thể được tính theo công thức sau:

$$d_{e,i} = |y_i - y_{n,i}| \quad (11)$$

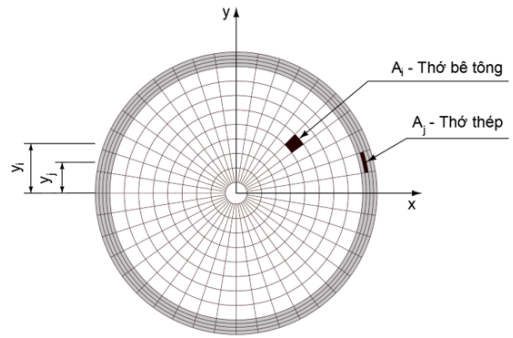
$$y_{n,i} = \frac{D}{2} - d_n \quad (12)$$

$$\varepsilon_i = \begin{cases} \phi d_{e,i} & y_i \geq y_{n,i} \\ -\phi d_{e,i} & y_i < y_{n,i} \end{cases} \quad (13)$$

trong đó: y_i là tọa độ của phần tử thớ; đối với phân tích này, biến dạng nén được quy ước là giá trị dương và biến dạng kéo được quy ước là giá trị âm; sự biến dạng ở các thớ ngoài cùng có thể tính được là $\varepsilon_t = \phi d_n$.

Lực dọc và mô-men uốn chịu bởi tiết diện dầm-cột CFST tròn được xác định là hợp ứng suất trên tiết diện như sau:

$$P = \sum_{i=1}^{ns} \sigma_{s,i} A_{s,i} + \sum_{j=1}^{nc} \sigma_{c,j} A_{c,j} \quad (14)$$



Hình 3. Chia thớ phần tử tiết diện cột CFST tròn

$$M = \sum_{i=1}^{n_s} \sigma_{s,i} A_{s,i} y_i + \sum_{j=1}^{n_c} \sigma_{c,j} A_{c,j} y_j \quad (15)$$

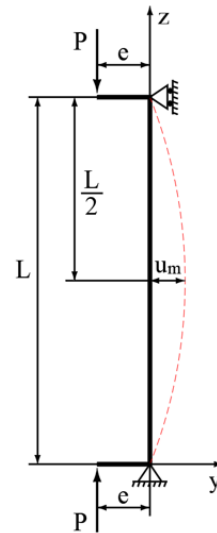
trong đó: P là lực dọc; M là mô-men uốn quanh trục x ; $\sigma_{s,i}$ là ứng suất dọc trục tại trọng tâm của thớ thép thứ i ; $A_{s,i}$ là diện tích của thớ thép i ; $\sigma_{c,j}$ là ứng suất dọc trục tại trọng tâm của thớ bê tông j ; $A_{c,j}$ là diện tích thớ bê tông j ; y_i và y_j là tọa độ của thớ thép i và thớ bê tông j tương ứng; n_s là tổng số lượng của các thớ thép; n_c là tổng số lượng các thớ bê tông.

Tải trọng dọc trục cực hạn P_o của tiết diện liên hợp trong trường hợp không có mô-men uốn có thể lấy từ ứng xử lực dọc-biến dạng. Các thuật toán tính toán đã được phát triển bởi Liang [15] được áp dụng trong đề tài này để xác định mối quan hệ lực dọc-mômen-độ cong cho tiết diện dầm-cột CFST. Đối với một sự gia tăng tải dọc trục nhất định nào đó, cường độ mômen cực hạn tương ứng của tiết diện liên hợp được xác định từ đường cong mômen-độ cong hoàn chỉnh thu được bằng cách tăng dần độ cong. Đối với mỗi sự gia tăng độ cong, khả năng chịu mômen được xác định khi tải dọc tính toán bằng tải tác dụng. Phương pháp thử và sai được sử dụng trong mô hình số để tìm chiều cao trục trung hòa trong tiết diện dầm-cột CFST tròn khi điều kiện cân bằng được thỏa mãn.

2.2. Phân tích tải – độ lệch

a. Thiết lập công thức

Ứng xử tải – độ lệch của dầm-cột CFST tròn mảnh cường độ cao dưới sự tăng tải bị ảnh hưởng bởi ứng xử phi đàn hồi, độ mảnh, độ lệch tâm, sự sai lệch hình học ban đầu và tác động bậc hai. Các phân tích ổn định phi đàn hồi của dầm-cột mảnh phải tính toán đến sự thay đổi hình học và tính phi tuyến của vật liệu của cấu kiện. Trong đề tài này, một mô hình số được đề xuất bởi Liang [15] đã được tìm hiểu và ứng dụng cho phân tích ổn định phi đàn hồi của dầm-cột CFST tròn mảnh cường độ cao, trong đó kết hợp những ảnh hưởng của cả hai tác động phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu. Dầm-cột được xem xét liên kết khớp 2 đầu và chịu uốn theo độ cong đơn như được mô tả trong sơ đồ ở Hình 4. Hình dạng lệch của dầm-cột có thể được biểu diễn bởi các hàm chuyển vị khác nhau. Neogi và cs. [31] và Liang [15] đã giả thiết hình dạng lệch của dầm-cột CFST tròn là một phần của hàm sin. Shakir-Khalil và Zeghiche [33] đã sử dụng một phần hàm chuyển vị hình sin để mô tả hình dạng lệch của cột CFST chữ nhật. Một hàm chuyển vị bậc 4 được sử dụng bởi El-Tawil và cs. [32] để mô phỏng dạng lệch của cấu kiện dầm-cột bê tông cốt cứng và bởi Diniz và Frangopol [34] để mô phỏng cấu kiện dầm-cột bê tông cốt thép. Trong nghiên cứu này, hàm chuyển vị của dầm-cột CFST được giả định là một hàm bậc 2, đơn giản hơn, theo công thức sau:



Hình 4. Mô hình cấu kiện dầm - cột 2 đầu khớp

$$u = 4u_m \left[\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L} \right)^2 \right] \quad (16)$$

trong đó: u_m là độ lệch ở giữa nhịp; L là chiều dài tính toán của cấu kiện.

Hình dạng sai lệch hình học ban đầu của cấu kiện có thể được mô tả giống như biểu thức của hàm chuyển vị (16) như sau:

$$u_{0y} = 4u_0 \left[\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L} \right)^2 \right] \quad (17)$$

trong đó u_0 là độ lệch hình học ban đầu ở giữa nhịp cấu kiện.

Độ cong ϕ của tiết diện có thể được tính toán như sau:

$$\phi = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{8u_m}{L^2} \quad (18)$$

Độ cong ở giữa nhịp của cấu kiện cũng chính là độ cong trên:

$$\phi_m = \frac{8u_m}{L^2} \quad (19)$$

Mô-men ngoại lực ở giữa nhịp cấu kiện với một độ sai lệch hình học ban đầu u_0 và chịu tải lệch tâm có thể được tính bằng công thức:

$$M_{me} = P(e + u_m + u_0) \quad (20)$$

trong đó: P là tải tác dụng; e là độ lệch tâm của các tải tác dụng như Hình 4.

Để dự đoán ứng xử tải – độ lệch hoàn chỉnh cho dầm-cột CFST mảnh ta tiến hành gia tăng tải và phân tích bằng các thuật toán sẽ được nêu ở phần sau. Độ lệch ở giữa nhịp cấu kiện khi tải dọc trục lệch tâm được tăng lên dần dần. Ứng với một độ lệch giữa nhịp cho trước, lực dọc P tác dụng là nguyên nhân gây sự lệch này được xác định bằng cách cho mô-men nội lực thỏa mãn điều kiện cân bằng mô-men ngoại lực ở vị trí giữa nhịp cấu kiện. Vị trí trục trung hòa của tiết diện liên hợp dn được thay đổi cho đến khi đạt được một trạng thái cân bằng mô-men giữa chiều cao của dầm-cột. Với cách xác định thử và sai này, vị trí trục trung hòa được điều chỉnh bởi phương trình sau:

$$d_{n,j+2} = d_{n,j+1} + \Delta d_n \quad (21)$$

với chỉ số j là số bước thay đổi hiện tại, và r_{pu} là mô-men dư được cho bởi:

$$r_{pu} = P(e + u_m + u_0) - M_{mi} \quad (22)$$

Các điều kiện cân bằng được thỏa mãn ở giữa nhịp cấu kiện khi $|r_{pu}| < \varepsilon_k$, với ε_k là dung sai hội tụ quy định. Cần lưu ý rằng thuật toán thử và sai chỉ yêu cầu 1 giá trị ban đầu của trục trung hòa dn, 1 để bắt đầu quá trình tìm kiếm.

b. Thủ tục phân tích

Phân tích tải – độ lệch của cột CFST tròn mảnh chịu tải lệch tâm là một quá trình lặp gia tăng. Trong phân tích, độ lệch ở giữa nhịp cấu kiện CFST mảnh được tăng dần lên và ứng với mỗi độ lệch, vị trí trục trung hòa được tìm kiếm ứng với khi sự cân bằng giữa nội lực và ngoại lực được thiết lập ở giữa nhịp cấu kiện. Bằng cách lặp lại quá trình này, một tập hợp các tải trọng dọc trục và độ lệch giữa nhịp thu được sử dụng để thiết lập biểu đồ lực dọc – độ lệch. Các bước của thủ tục phân tích được trình bày như sau (Liang [15]):

- (1) Nhập dữ liệu.
- (2) Chia thớ tiết diện liên hợp.

- (3) Thiết lập độ lệch ban đầu ở giữa nhịp cầu kiện dầm-cột $u_m = \Delta u_m$.
- (4) Tính độ cong ϕ_m ở giữa chiều cao của cầu kiện theo phương trình (19).
- (5) Thiết lập $d_{n,i}$ theo phương trình (21), (trong bước đầu gán $d_{n,1} = D/2$).
- (6) Tính ứng suất thớ từ biến dạng thớ theo mô hình vật liệu tương ứng.
- (7) Tính lực dọc P_i và mô-men $M_{m,i}$.
- (8) Tính $r_{pu,i}$ tương ứng với $d_{n,i}$.
- (9) Kiểm tra $|r_{pu,i}| < \varepsilon_k$? Nếu không thỏa trở về bước (5). Nếu thỏa, $d_{n,i}$ chính là vị trí trục trung hòa.
- (10) Tăng độ lệch ở giữa nhịp cầu kiện dầm-cột: $u_m = u_m + \Delta u_m$.
- (11) Lập lại các bước (4) đến (10) cho đến khi đạt được tải trọng dọc trục cực hạn P_n hoặc đạt được độ lệch giới hạn cho trước.

Dung sai ε_k hội tụ được lấy là 10^{-4} trong phân tích này. Thủ tục phân tích trên có thể dự đoán ứng xử tải trọng – độ lệch của cầu kiện dầm-cột CFST tròn mảnh chịu tải trọng lệch tâm.

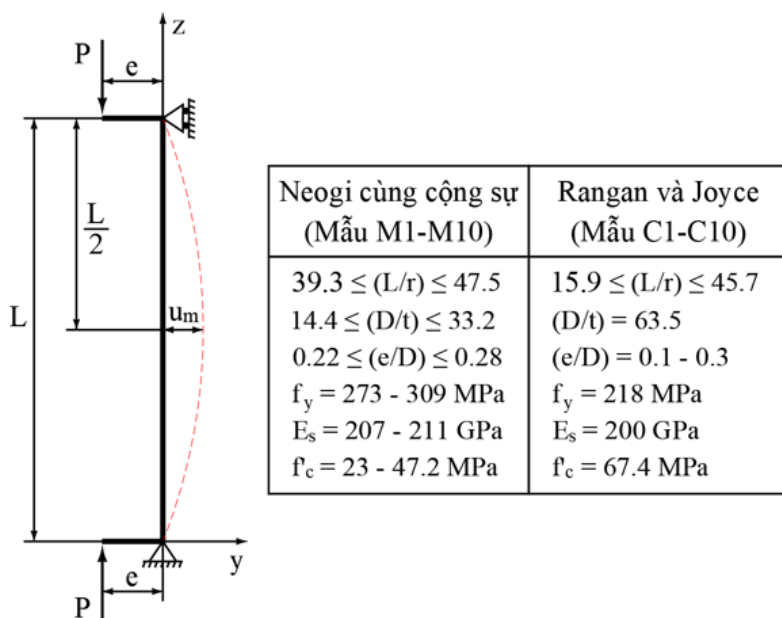
3. Các ví dụ số

Một chương trình phân tích được viết bằng ngôn ngữ lập trình Matlab dựa vào thuật toán vừa nêu để áp dụng phân tích phi tuyến hình học và vật liệu cho cầu kiện dầm-cột ống thép nhồi bê tông chịu tải trọng tĩnh.

Cường độ cực hạn và ứng xử tải trọng – độ lệch của cầu kiện dầm-cột CFST tròn mảnh được dự đoán bởi chương trình đã phát triển được so sánh với kết quả thực nghiệm tương ứng cũng như kết quả phân tích của Liang [16] để kiểm tra độ chính xác của nó.

3.1. Cường độ cực hạn

Cường độ cực hạn của dầm-cột CFST tròn mảnh chịu tải lệch tâm được dự đoán bởi chương trình đã phát triển được so sánh với kết quả thực nghiệm tương ứng được trình bày bởi Neogi và cs. [31], Rangan với Joyce [35] cũng như với kết quả phân tích số của Liang [16]. Thông số của mẫu thử nghiệm được trình bày trong Hình 5.



Hình 5. Mô hình mẫu M1 - M10 [31] và mẫu C1 - C10 [35]

Kết quả của Cường độ chịu tải dọc trục cực hạn P_n và cường độ chịu uốn cực hạn M_n của mẫu M1 - M10 và mẫu C1 - C10 được tổng hợp trong Bảng 1 và Bảng 2 để so sánh độ tin cậy của chương trình đề xuất với kết quả thực nghiệm ($P_{n,exp}$ và $M_{n,exp}$) và kết quả phân tích số của Liang [16] ($P_{n,num}$ và $M_{n,num}$).

Bảng 1. Tải trọng dọc trục cực hạn của dầm-cột CFST tròn chịu tải lệch tâm

Mẫu	L (mm)	D (mm)	t (mm)	e (mm)	u_0 (mm)	f_y (MPa)	E_s (GPa)	f'_c (MPa)	$P_{n,exp}$ (kN)	$P_{n,num}$ (kN)	$P_{n,tác\ giá}$ (kN)	$u_{m,max}$ (mm)		
M1	3327,0	169,4	5,11	47,6	0	309	207	47,2	622	621,49	-0,08%	636,40	2,32%	200
M2	3327,0	169,2	5,26	38,1	0	309	207	45,9	702	694,39	-1,08%	697,60	-0,63%	200
M3	3327,0	168,9	5,66	47,6	0	295	207	36,1	600	600,54	0,09%	609,40	1,57%	200
M4	3327,0	168,4	6,55	47,6	0	298	207	32,3	625	638,49	2,16%	642,60	2,82%	200
M5	3327,0	169,4	7,19	47,6	0	312	207	27,2	653	681,46	4,36%	693,30	6,17%	200
M6	3327,0	169,4	7,29	38,1	0	312	207	28,2	739	757,4	2,49%	763,70	3,34%	200
M7	3302,0	168,9	8,81	47,6	0	323	207	28,1	758	794,08	4,76%	805,10	6,21%	200
M8	3327,0	140,2	9,6	31,8	5,69	273	211	35,3	548	547,62	-0,07%	550,10	0,38%	200
M9	3327,0	140,2	9,75	31,8	3,73	273	211	23	548	539,51	-1,55%	536,70	-2,06%	200
M10	3327,0	141	5	31,8	1,02	293	207	36,2	417	413,33	-0,88%	417,40	0,10%	200
C1	807,5	101,6	1,6	10	0	218	200	67,4	430	412	-4,19%	434,50	1,05%	30
C2	807,5	101,6	1,6	30	0	218	200	67,4	235	225,9	-3,87%	263,00	11,91%	30
C3	1312,5	101,6	1,6	10	0	218	200	67,4	350	350,5	0,14%	369,70	5,63%	50
C4	1312,5	101,6	1,6	30	0	218	200	67,4	190	172,9	-9,00%	215,40	13,37%	50
C5	1565,0	101,6	1,6	10	0	218	200	67,4	315	297,4	-5,59%	332,20	5,46%	50
C6	1817,5	101,6	1,6	10	0	218	200	67,4	280	283,5	1,25%	296,10	5,75%	50
C7	1817,5	101,6	1,6	30	0	218	200	67,4	140	150,5	7,50%	172,10	22,93%	50
C8	2322,5	101,6	1,6	10	0	218	200	67,4	220	214,8	-2,36%	231,00	5,00%	50
C9	2322,5	101,6	1,6	30	0	218	200	67,4	126	121	-3,97%	140,40	11,43%	50
C10	1755,0	76,1	2,6	10	0	341	201	85	192	180,5	-5,99%	188,10	-2,03%	50

Bảng 2. Cường độ chịu uốn cực hạn của dầm-cột CFST tròn chịu tải lệch tâm

Mẫu	L (mm)	D (mm)	t (mm)	e (mm)	u_0 (mm)	f_y (MPa)	E_s (GPa)	f'_c (MPa)	$M_{n,exp}$ (kNm)	$M_{n,num}$ (kNm)	$M_{n,tác\ giá}$ (kNm)	$u_{m,max}$ (mm)		
M1	3327,0	169,4	5,11	47,6	0	309	207	47,2	29,6	29,5	-0,34%	30,293	2,3%	200
M2	3327,0	169,2	5,26	38,1	0	309	207	45,9	26,7	26,1	-2,25%	26,579	-0,5%	200
M3	3327,0	168,9	5,66	47,6	0	295	207	36,1	28,6	28,6	0,00%	29,007	1,4%	200
M4	3327,0	168,4	6,55	47,6	0	298	207	32,3	29,8	31,1	4,36%	30,588	2,6%	200
M5	3327,0	169,4	7,19	47,6	0	312	207	27,2	31,1	34,2	9,97%	33,001	6,1%	200
M6	3327,0	169,4	7,29	38,1	0	312	207	28,2	28,2	30	6,38%	29,097	3,2%	200
M7	3302,0	168,9	8,81	47,6	0	323	207	28,1	36,1	40,1	11,08%	38,323	6,2%	200
M8	3327,0	140,2	9,6	31,8	5,69	273	211	35,3	17,4	17,4	0,00%	17,493	0,5%	200
M9	3327,0	140,2	9,75	31,8	3,73	273	211	23	17,4	16,7	-4,02%	17,067	-1,9%	200
M10	3327,0	141	5	31,8	1,02	293	207	36,2	13,3	12,9	-3,01%	13,273	-0,2%	200

Kết quả phân tích trình bày ở 2 bảng trên cho thấy rằng chương trình đã phát triển dự đoán tương đối chính xác cường độ chịu lực dọc trục và cường độ chịu uốn của cấu kiện dầm-cột CFST chịu tải lệch tâm.

3.2. Ứng xử tải trọng – độ lệch

Để khảo sát sâu hơn về độ tin cậy của chương trình đã phát triển, kết quả đường cong quan hệ tải trọng – độ lệch được phân tích từ chương trình được so sánh với các kết quả thí nghiệm và phân tích số như sau.

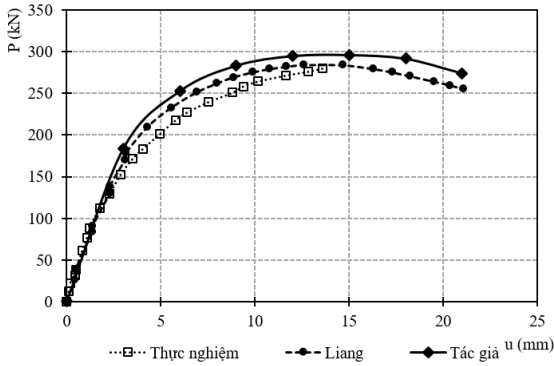
a. Mẫu C6

Mẫu C6 được thí nghiệm bởi Rangan và Joyce [35]). Các đường cong tải trọng – độ lệch được trình bày trong Hình 6. Có thể nhận thấy rằng các đường cong phân tích số đều có dạng khá khớp với thực nghiệm trong đó chuyển vị ứng với tải trọng cực hạn khá gần nhau. Kết quả cường độ của chương trình đã phát triển lớn hơn kết quả phân tích số của Liang khoảng 5,8%.

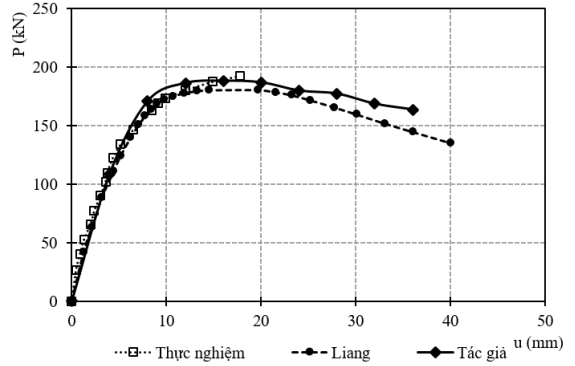
b. Mẫu C10

Mẫu C10 được thí nghiệm bởi O'Brien và Rangan [36] với các thông số sau: $e/D = 0,131$, $D = 76,1$ (mm), $t = 2,6$ (mm), $L/r = 92$, $E_s = 201$ (GPa), $f_y = 341$ (MPa), $f_c = 85$ (MPa).

Hình 7 so sánh các đường cong tải trọng – độ lệch từ kết quả thực nghiệm và các phân tích số cho mẫu C10. Hình 7 cho thấy rằng chương trình phân tích đã phát triển dự đoán khá chính xác ứng xử tải trọng – độ lệch khi so với kết quả thí nghiệm trong đó sự sai lệch về cường độ cực hạn ở khoảng 4%.



Hình 6. Đường quan hệ tải trọng – độ lệch của mẫu C6

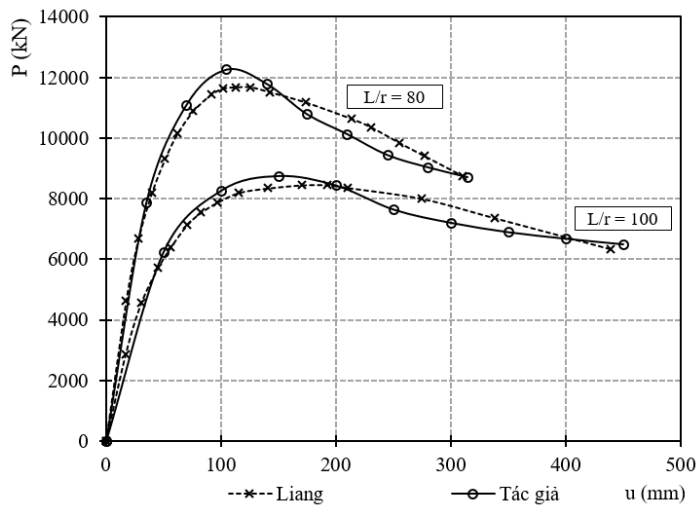


Hình 7. Đường quan hệ tải trọng – độ lệch của mẫu C10

c. Phân tích số của Liang

Liang [16] đã phân tích số 2 ví dụ số với các thông số sau: $e/D = 0,1$, $D = 600$ (mm), $t = 10$ (mm), $u_0 = L/1500$, Tỷ lệ độ mảnh $L/r = 80$ và 100 , $E_s = 200$ (GPa), $f_y = 690$ (MPa), $f_{su} = 790$ (MPa), $f_c = 70$ (MPa).

Hình 8 trình bày các đường cong quan hệ tải - độ lệch của cấu kiện dầm-cột CFST tròn cường độ cao có độ mảnh L/r lần lượt là 80 và 100 được dự đoán từ chương trình phân tích đã phát triển và phân tích số của Liang [16]. Như thấy trên Hình 8, dạng đường cong khá tương đồng, đặc biệt là giá trị chuyển vị ứng với giá trị tải cực hạn, và cường độ cực hạn có sự sai lệch rất nhỏ, lần lượt là 3,6% và 5,0% ứng với các mẫu có $L/r = 80$ và 100.



Hình 8. Kết quả đường quan hệ lực dọc – độ lệch của dầm-cột CFST tròn với tỷ lệ $L/r = 80$ và 100

Các kết quả phân tích trên cho thấy rằng chương trình phân tích đã phát triển có thể dự đoán khá chính xác đường cong tải trọng – độ lệch cho dầm cột CFST tròn cường độ thường và cường độ cao dưới tải trọng lệch tâm.

4. Kết luận

Bài báo này trình bày một chương trình phân tích có khả năng mô phỏng tác động phi tuyến hình học và vật liệu của cấu kiện dầm-cột CFST tròn tương đối chính xác. Mặc dù chỉ dùng hàm xấp xỉ chuyển vị có dạng parabol đơn giản nhưng chương trình CFST vẫn có độ tin cậy tốt, cho ra kết quả phân tích dầm-cột CFST tròn mảnh chịu tải trọng lệch tâm tương đối chính xác so với các kết quả nghiên cứu thực nghiệm cũng như phân tích số khác và cho thấy có thể được ứng dụng trong thiết kế kỹ thuật để dự đoán khả năng chịu lực của cấu kiện CFST chịu tải trọng tĩnh.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh (ĐHQG-HCM) trong khuôn khổ Đề tài mã số C2020-20-20. Chúng tôi xin cảm ơn Trường Đại học Bách khoa, ĐHQG-HCM đã hỗ trợ cho nghiên cứu này.

Tài liệu tham khảo

- [1] Schneider, S. P. (1998). [Axially loaded concrete-filled steel tubes](#). *Journal of Structural Engineering*, 124(10):1125–1138.
- [2] Sakino, K., Nakahara, H., Morino, S., Nishiyama, I. (2004). [Behavior of centrally loaded concrete-filled steel-tube short columns](#). *Journal of Structural Engineering*, 130(2):180–188.
- [3] Fujimoto, T., Mukai, A., Nishiyama, I., Sakino, K. (2004). [Behavior of eccentrically loaded concrete-filled steel tubular columns](#). *Journal of Structural Engineering*, 130(2):203–212.
- [4] Giakoumelis, G., Lam, D. (2004). [Axial capacity of circular concrete-filled tube columns](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 60(7):1049–1068.
- [5] Lakshmi, B., Shanmugam, N. (2002). [Nonlinear analysis of in-filled steel-concrete composite columns](#). *Journal of Structural Engineering*, 128(7):922–933.
- [6] Hu, H.-T., Huang, C.-S., Wu, M.-H., Wu, Y.-M. (2003). [Nonlinear analysis of axially loaded concrete-filled tube columns with confinement effect](#). *Journal of Structural Engineering*, 129(10):1322–1329.
- [7] Ellobody, E., Young, B., Lam, D. (2006). [Behaviour of normal and high strength concrete-filled compact steel tube circular stub columns](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 62(7):706–715.
- [8] Han, L.-H. (2004). [Flexural behaviour of concrete-filled steel tubes](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 60(2):313–337.
- [9] Liang, Q. Q., Uy, B., Richard Liew, J. Y. (2006). [Nonlinear analysis of concrete-filled thin-walled steel box columns with local buckling effects](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 62(6):581–591.
- [10] Liang, Q. Q. (2009). [Performance-based analysis of concrete-filled steel tubular beam-columns, Part I: Theory and algorithms](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 65(2):363–372.
- [11] Liang, Q. Q. (2009). [Performance-based analysis of concrete-filled steel tubular beam-columns, Part II: Verification and applications](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 65(2):351–362.
- [12] Liang, Q. Q. (2009). [Strength and ductility of high strength concrete-filled steel tubular beam-columns](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 65(3):687–698.
- [13] Liang, Q. Q., Fragomeni, S. (2009). [Nonlinear analysis of circular concrete-filled steel tubular short columns under axial loading](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 65(12):2186–2196.
- [14] Liang, Q. Q., Fragomeni, S. (2010). [Nonlinear analysis of circular concrete-filled steel tubular short columns under eccentric loading](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 66(2):159–169.
- [15] Liang, Q. Q. (2011). [High strength circular concrete-filled steel tubular slender beam-columns, Part I: Numerical analysis](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 67(2):164–171.
- [16] Liang, Q. Q. (2011). [High strength circular concrete-filled steel tubular slender beam-columns, Part II: Fundamental behavior](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 67(2):172–180.

- [17] Prion, H. G. L., Boehme, J. (1994). [Beam-column behaviour of steel tubes filled with high strength concrete](#). *Canadian Journal of Civil Engineering*, 21(2):207–218.
- [18] Choi, K. K., Xiao, Y. (2010). [Analytical studies of concrete-filled circular steel tubes under axial compression](#). *Journal of Structural Engineering*, 136(5):565–573.
- [19] Tao, Z., Uy, B., Liao, F.-Y., Han, L.-H. (2011). [Nonlinear analysis of concrete-filled square stainless steel stub columns under axial compression](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 67(11):1719–1732.
- [20] Han, L.-H., Yao, G.-H., Tao, Z. (2007). [Performance of concrete-filled thin-walled steel tubes under pure torsion](#). *Thin-Walled Structures*, 45(1):24–36.
- [21] Han, L.-H., Lu, H., Yao, G.-H., Liao, F.-Y. (2006). [Further study on the flexural behaviour of concrete-filled steel tubes](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 62(6):554–565.
- [22] Ellobody, E. (2007). [Nonlinear behavior of concrete-filled stainless steel stiffened slender tube columns](#). *Thin-Walled Structures*, 45(3):259–273.
- [23] Cường, N. H., Vũ, N. T. L., Huy, T. H., Hào, P. Đ. (2012). Nonlinear analysis of concrete-filled steel tube members. *Journal of Science and Technology, University of Danang*, 8(57).
- [24] Nhu Thao, D. T., Binh, L. T., Phuong, T. D., Hiep, N. V., Chinh, T. H., Cuong, N. H. (2018). [Phân tích bậc hai phi đàn hồi cột ống thép nhồi bê tông](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (TCKHCNXD) - ĐHXD*, 12(2):18–23.
- [25] Furlong, R. W. (1967). [Strength of Steel-Encased Concrete Beam Columns](#). *Journal of the Structural Division*, 93(5):113–124.
- [26] Knowles, R. B., Park, R. (1969). [Strength of Concrete Filled Steel Tubular Columns](#). *Journal of the Structural Division*, 95(12):2565–2588.
- [27] Mander, J. B., Priestley, M. J. N., Park, R. (1988). [Theoretical stress-strain model for confined concrete](#). *Journal of Structural Engineering*, 114(8):1804–1826.
- [28] ACI-318 (2002). *Building code requirements for reinforced concrete*. ACI, Detroit, MI.
- [29] Richart, F. E., Brandtzaeg, A., Brown, R. L. (1928). *A study of the failure of concrete under combined compressive stresses*. Bull.185, University of Illinois, Champaign: Engineering experimental station.
- [30] Tang, J., Hino, S.-I., Kuroda, I., Ohta, T. (1996). Modeling of stress-strain relationships for steel and concrete in concrete filled circular steel tubular columns. *Steel Construction Engineering*, 3(11):35–46.
- [31] Neogi, P. K., Sen, H. K., Chapman, J. C. (1969). Concrete-filled tubular steel columns under eccentric loading. *The Structural Engineer*, 47(5):187–195.
- [32] El-Tawil, S., Sanz-Picón, C. F., Deierlein, G. G. (1995). [Evaluation of ACI 318 and AISC \(LRFD\) strength provisions for composite beam-columns](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 34(1):103–123.
- [33] Shakir-Khalil, H., Zeghiche, J. (1989). Experimental behavior of concrete-filled rolled rectangular hollow-section columns. *The Structural Engineer*, 67(19):346–353.
- [34] Diniz, S. M. C., Frangopol, D. M. (1997). [Strength and ductility simulation of high-strength concrete columns](#). *Journal of Structural Engineering*, 123(10):1365–1374.
- [35] Rangan, B. V., Joyce, M. (1992). [Strength of eccentrically loaded slender steel tubular columns filled with high-strength concrete](#). *ACI Structural Journal*, 89(6):676–681.
- [36] O'Brien, A. D., Rangan, B. V. (1993). Tests on slender tubular steel columns filled with high-strength concrete. *Australian Civil Engineering Transactions*, 35(4):287–293.