



TÍNH TOÁN TỐI ƯU TẤM COMPOSITE LỚP BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN THEO LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG CẮT BẬC CAO VÀ THUẬT TOÁN DI TRUYỀN

Trần Hữu Quốc¹, Lê Ngọc Thạch²

Tóm tắt: Bài báo sử dụng thuật toán di truyền để tìm phương sợi tối ưu trong kết cấu tấm composite lớp để kết cấu có độ cứng đạt giá trị lớn nhất khi không thay đổi khối lượng vật liệu chế tạo thông qua việc thiết lập hàm mục tiêu là làm cho tần số dao động riêng cơ bản đạt giá trị lớn nhất. Mô hình phần tử hữu hạn với phần tử tứ giác đẳng tham số chín nút, mỗi nút chín bậc tự do theo lý thuyết biến dạng cắt bậc cao được sử dụng. Kết quả số đã cho thấy hiệu quả của việc tối ưu góc sợi trong kết cấu tấm composite lớp.

Từ khóa: Tấm composite; phương pháp phần tử hữu hạn; lý thuyết biến dạng cắt bậc cao; tối ưu.

Summary: An optimization technique, using a genetic algorithm, applied to laminated composite plates is presented in this work. The stiffness maximization of plate is obtained by using fiber angle of each layer as optimization variables in order to gain maximization fundamental frequencies with the constant weight of plate. An nine-noded isoparametric element with 9 DOFs per node based on higher-order shear deformation theory is used. Numerical results show the effectiveness of optimization technique.

Key words: Composite plate; finite element method; optimization.

Nhận ngày 5/9/2014, chỉnh sửa ngày 20/9/2014, chấp nhận đăng 31/12/2014



1. Mở đầu

Do có nhiều đặc tính nổi trội so với vật liệu truyền thống nên vật liệu composite ngày càng được sử dụng rộng rãi trong các ngành công nghiệp khác nhau như đóng tàu, hàng không, vũ trụ... và xây dựng. Một đặc tính nổi bật của vật liệu composite là độ cứng của kết cấu phụ thuộc việc sắp xếp phương sợi trong từng lớp vật liệu. Từ đó bài toán tối ưu phương sợi đặt ra nhằm đạt được hiệu quả cao nhất trong việc sử dụng các kết cấu làm bằng vật liệu composite lớp đã được các nhà khoa học trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu.

Nghiên cứu của Foye [1] sử dụng phương pháp tìm kiếm ngẫu nhiên để tìm ra góc đặt cốt sợi của đàm composite lớp sao cho đàm có khối lượng nhỏ nhất trong khi độ cứng là lớn nhất. Một nghiên cứu khác nhằm tối ưu khối lượng của đàm composite là công trình của Woddoups [2], trong nghiên cứu này tác giả sử dụng tiêu chuẩn bền Tsai-Hill và tiêu chuẩn ứng suất lớn nhất với giả thiết sự phá hủy trong tất cả các lớp là đàn hồi tuyến tính. Bryzgalin [3] và cộng sự lấy mục tiêu là độ cứng để tính toán tối ưu cho tấm composite có chiều dày không đổi. Lai và Abenbach [4] sử dụng phương pháp tìm kiếm trực tiếp để thiết kế tối ưu khi tấm chịu tải trọng điều hòa và tải trọng tức thời. Housner và Stein [5] tính toán tối ưu phương sợi của tấm Sandwich chịu tải trọng nén với giả thiết phương sợi ban đầu ở tất cả các lớp là như nhau. Hirano [6] đã tối ưu phương sợi để đạt được tải trọng tới hạn lớn nhất trong bài toán ổn định của tấm chịu nén theo một phương và theo cả hai phương.

Gần đây, thuật toán di truyền được áp dụng trong tính toán tối ưu nói chung và tối ưu kết cấu làm bằng vật liệu composite nói riêng. Thuật toán di truyền (GAs - Genetic algorithms) là một kỹ thuật tìm kiếm hiện đại được Holland [7] phát triển, kỹ thuật này phỏng theo các nguyên tắc lai ghép và tiến hóa tự nhiên trong di truyền học. Đã có một số nghiên cứu sử dụng thuật toán di truyền nhằm tối ưu đơn mục tiêu cho kết

¹TS, Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp. Trường Đại học Xây dựng. E-mail: thquoc@gmail.com

²PGS.TS, Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp. Trường Đại học Xây dựng.

cấu làm bằng vật liệu composite. Ví dụ như trong nghiên cứu của Le Riche và Haftka [8] và nghiên cứu của Nagendra và cộng sự [9], các tác giả đã tối ưu trật tự các lớp nhám tối đa hóa tải trọng tới hạn trong bài toán ổn định. Park và cộng sự [10] sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất và tiêu chuẩn bền Tsai-Hill để tối ưu tấm composite chịu tải trọng uốn với các điều kiện biên khác nhau. Messager và cộng sự [11] cũng sử dụng GAs nhám tối ưu trật tự xếp lớp trong bài toán ổn định của kết vỏ trụ composite nằm trong nước.

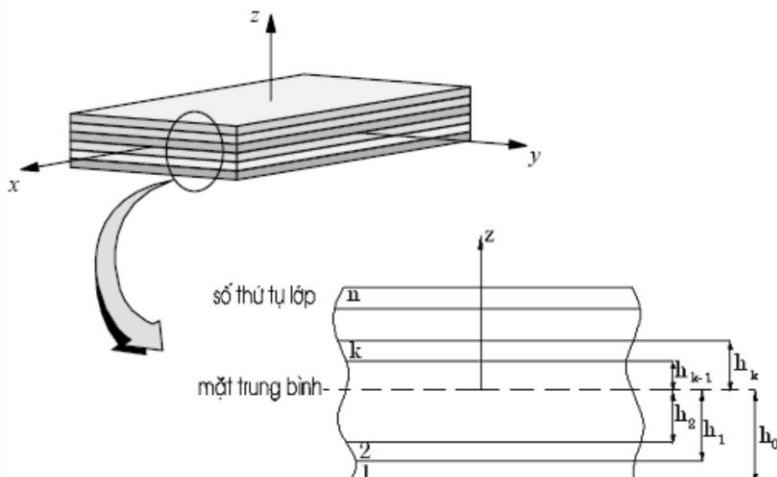
Trong bài báo này, thuật toán di truyền được áp dụng nhằm tối ưu độ cứng của kết cấu tấm composite lớp thông qua các biến thiết kế là các góc sợi của từng lớp với hàm mục tiêu là làm cho tần số dao động riêng cơ bản của tấm đạt giá trị lớn nhất. Mô hình phần tử hữu hạn dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc cao của Reddy được áp dụng để mô hình hóa tấm composite. Kết quả tính tần số dao động riêng, độ vỗng và ứng suất của tấm composite trước và sau khi tối ưu được so sánh cho thấy hiệu quả của thuật toán.



2. Cơ sở lý thuyết

2.1 Lý thuyết biến dạng cắt bậc cao

Xét tấm composite hình chữ nhật như Hình 1. Kích thước các cạnh là a, b, chiều dày h.



Hình 1. Tấm composite nhiều lớp

Lý thuyết biến dạng cắt bậc cao của Reddy [12] giả thiết trường chuyển vị như sau:

$$\begin{cases} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{cases} = \begin{cases} u_0(x, y) \\ v_0(x, y) \\ w_0(x, y) \end{cases} + \begin{cases} \theta_x(x, y) \\ \theta_y(x, y) \\ 0 \end{cases} z + \begin{cases} u_0^*(x, y) \\ v_0^*(x, y) \\ 0 \end{cases} z^2 + \begin{cases} \theta_x^*(x, y) \\ \theta_y^*(x, y) \\ 0 \end{cases} z^3 \quad (1)$$

trong đó: u_0, v_0, w_0 là các thành phần chuyển vị của mặt trung bình theo các phương x, y, z ; θ_x, θ_y là các góc xoay của mặt pháp tuyến quanh hai trục y, x ; v_0^*, u_0^* là các thành phần chuyển vị bậc cao; và θ_x^*, θ_y^* là các góc xoay bậc cao.

Trường biến dạng được suy ra từ trường chuyển vị và có dạng:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_{x_0} + zk_x + z^2\varepsilon_{x_0}^* + z^3k_x^* \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_{y_0} + zk_y + z^2\varepsilon_{y_0}^* + z^3k_y^* \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy_0} + zk_{xy} + z^2\gamma_{xy_0}^* + z^3k_{xy}^* \\ \gamma_{yz} &= \phi_y + z\psi_y + z^2\phi_y^* \\ \gamma_{xz} &= \phi_x + z\psi_x + z^2\phi_x^* \end{aligned} \quad (2)$$

trong đó:

$$\begin{aligned}
 \{\varepsilon_m\} &= \{\varepsilon_{xo}, \varepsilon_{yo}, \gamma_{xyo}\}^T = \left\{ \frac{\partial u_o}{\partial x}, \frac{\partial v_o}{\partial y}, \frac{\partial v_o}{\partial x} + \frac{\partial u_o}{\partial y} \right\}^T \\
 \{\varepsilon_m^*\} &= \{\varepsilon_{xo}^*, \varepsilon_{yo}^*, \gamma_{xyo}^*\}^T = \left\{ \frac{\partial u_o^*}{\partial x}, \frac{\partial v_o^*}{\partial y}, \frac{\partial v_o^*}{\partial x} + \frac{\partial u_o^*}{\partial y} \right\}^T \\
 \{\varepsilon_u\} &= \{k_x, k_y, k_{xy}\}^T = \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial x}, \frac{\partial \theta_y}{\partial y}, \frac{\partial \theta_y}{\partial x} + \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \right\}^T \\
 \{\varepsilon_u^*\} &= \{k_x^*, k_y^*, k_{xy}^*\}^T = \left\{ \frac{\partial \theta_x^*}{\partial x}, \frac{\partial \theta_y^*}{\partial y}, \frac{\partial \theta_y^*}{\partial x} + \frac{\partial \theta_x^*}{\partial y} \right\}^T \\
 \{\psi_c\} &= \{\phi_x, \phi_y\}^T = \left\{ \theta_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}, \theta_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \right\}^T \\
 \{\psi_c^*\} &= \{\psi_x, \psi_y\}^T = \{2u_o^*, 2v_o^*\}^T \\
 \{\gamma_c\} &= \{\phi_x^*, \phi_y^*\}^T = \{3\theta_x^*, 3\theta_y^*\}^T
 \end{aligned} \tag{3}$$

Với giả thiết bỏ qua thành phần ứng suất pháp theo phương z, trường ứng suất của lớp thứ k biểu diễn qua các hằng số độ cứng là [13]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{54} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix}_k \tag{4}$$

Các hằng số \bar{Q}_{ij} trong (4) tính theo [13]:

$$\begin{aligned}
 [\bar{Q}_{ij}]_k &= [T_1]_k^{-1} [Q_{ij}]_k [T_1]_k \quad (i, j = 1, 2, 6) \\
 [\bar{Q}_{ij}]_k &= [T_2]_k^{-1} [Q_{ij}]_k [T_2]_k \quad (i, j = 4, 5)
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\text{Với : } [T_1]_k = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_k & \sin^2 \theta_k & 2\sin \theta_k \cos \theta_k \\ \sin^2 \theta_k & \cos^2 \theta_k & -2\sin \theta_k \cos \theta_k \\ -\sin \theta_k \cos \theta_k & \sin \theta_k \cos \theta_k & \cos^2 \theta_k - \sin^2 \theta_k \end{bmatrix} \\
 [T_2]_k = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & -\sin \theta_k \\ \sin \theta_k & \cos \theta_k \end{bmatrix} \tag{6}$$

trong đó θ_k là góc phương sợi lớp thứ k và các hằng số Q_{ij} xác định theo [12].

Tích phân biểu thức (4) dọc theo chiều dày tâm ta thu được biểu thức biểu diễn các thành phần nội lực:

Lực mảng

$$\begin{bmatrix} N_x & N_x^* \\ N_y & N_y^* \\ N_{xy} & N_{xy}^* \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} [l, z^2] dz \tag{7}$$

trong đó N là các thành phần lực mảng, N^* là các thành phần lực mảng bậc cao.

$$N = A\bar{\varepsilon}_m + B\bar{\varepsilon}_u + C\bar{\varepsilon}_m^* + D\bar{\varepsilon}_u^*$$

$$N^* = C\bar{\varepsilon}_m + D\bar{\varepsilon}_u + E\bar{\varepsilon}_m^* + F\bar{\varepsilon}_u^*$$

$$\text{trong đó } A = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\bar{Q}_{11}) dz ; \quad B = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (z \bar{Q}_{11}) dz ; \quad C = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (z^2 \bar{Q}_{11}) dz \tag{8}$$



$$D = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (z^3 \bar{Q}_{ij}) dz ; E = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (z^4 \bar{Q}_{ij}) dz ; F = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (z^5 \bar{Q}_{ij}) dz \quad (i,j = 1, 2, 6) \quad (9)$$

Lực cắt

$$[Q, S, Q^*] = \begin{bmatrix} Q_x & S_x & Q_x^* \\ Q_y & S_y & Q_y^* \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} \begin{bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} [1, z, z^2] dz \quad (10)$$

trong đó Q là các thành phần lực cắt, S và Q* là các thành phần lực cắt bậc cao.

$$\begin{aligned} Q &= A_c \gamma_c + B_c k_c + C_c \gamma_c^* \\ S &= B_c \gamma_c + C_c k_c + D_c \gamma_c^* \\ Q^* &= C_c \gamma_c + D_c k_c + E_c \gamma_c^* \end{aligned}$$

Với:

$$\begin{aligned} A_c &= \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\bar{Q}_{ij}) dz ; B_c = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (z \bar{Q}_{ij}) dz ; C_c = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (z^2 \bar{Q}_{ij}) dz \\ D_c &= \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (z^3 \bar{Q}_{ij}) dz ; E_c = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} (z^4 \bar{Q}_{ij}) dz \quad (i,j = 4, 5) \end{aligned} \quad (11)$$

Mô men

$$[M, M^*] = \begin{bmatrix} M_x & M_x^* \\ M_y & M_y^* \\ M_{xy} & M_{xy}^* \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_k}^{h_{k+1}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} [z, z^3] dz \quad (12)$$

trong đó M_x, M_y là mô men uốn, M_{xy} là mô men xoắn, M_x^*, M_y^* là các mô men uốn bậc cao, M_{xy}^* là mô men xoắn bậc cao.

$$\begin{aligned} M &= B \bar{\varepsilon}_m + C \bar{\varepsilon}_u + D \bar{\varepsilon}_m^* + E \bar{\varepsilon}_u^* \\ M^* &= D \bar{\varepsilon}_m + E \bar{\varepsilon}_u + F \bar{\varepsilon}_m^* + G \bar{\varepsilon}_u^* \end{aligned} \quad (13)$$

Từ các công thức trên, ta có thể biểu diễn quan hệ nội lực - biến dạng đối với tấm composite lớp như sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} N \\ N^* \\ M \\ M^* \\ Q \\ S \\ Q^* \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{ccccccc} A & C & B & D & 0 & 0 & 0 \\ C & E & D & F & 0 & 0 & 0 \\ B & D & C & E & 0 & 0 & 0 \\ D & F & E & G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_c & B_c & C_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_c & C_c & D_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_c & D_c & E_c \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_m \\ \varepsilon_m^* \\ \varepsilon_u \\ \varepsilon_u^* \\ \gamma_c \\ k_c \\ \gamma_c^* \end{array} \right\} \quad (14)$$

Dạng thu gọn là: $\{N_i\} = [D_i] \{\varepsilon_i\}$

2.2 Mô hình phần tử hữu hạn

Sử dụng phần tử đẳng tham số 9 nút, mỗi nút 9 bậc tự do. Chuyển vị tại điểm bất kỳ trong phần tử tấm có thể viết dưới dạng sau [14]:

$$\{\mathbf{q}\} = \sum_{i=1}^n [N_i(\xi, \eta)] \{q_i\} \quad (16)$$

trong đó $n=9$ là số nút của phần tử và \mathbf{q}_i là vector chuyển vị của nút thứ i có dạng:

$$\{q_i\} = \{u_{oi}, v_{oi}, w_{oi}, \theta_{xp}, \theta_{yp}, u_{oi}^*, v_{oi}^*, \theta_{xi}^*, \theta_{yi}^*\}^T \quad (17)$$

$N_i(\xi, \eta)$ là hàm dạng tại nút thứ i của phần tử [14].

Ta có thể biểu diễn được biến dạng qua các thành phần chuyển vị:

$$\varepsilon_i = \sum_{i=1}^n B_i q_i \quad (n = 9) \quad (18)$$

B_i là ma trận tính biến dạng cho một nút của phần tử như sau:

$$B_i^T = [B_{1i}, B_{2i}, B_{3i}, B_{4i}, B_{5i}]$$

trong đó:

$$B_{1i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19a)$$

$$B_{2i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19b)$$

$$B_{3i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19c)$$

$$B_{4i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (19d)$$

$$B_{5i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & N_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & N_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2N_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2N_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3N_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3N_i \end{bmatrix} \quad (19e)$$

Với phần tử từ giác 9 nút ma trận B sẽ có kích thước là 18x81.

Áp dụng nguyên lý Hamilton, ta được phương trình cân bằng của phần tử:

$$[M^e]\{\ddot{q}_e\} + [K^e]\{q_e\} = \{F^e\} \quad (20)$$

trong đó $[M^e] = \sum_{k=1}^n \int_{A_k} [N_i]^T [m] [N_i] dx dy$ là ma trận khối lượng phần tử

Với:

$$[m] = \begin{bmatrix} I_0 & 0 & 0 & I_1 & 0 & I_2 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & I_0 & 0 & 0 & I_1 & 0 & I_2 & 0 & I_3 \\ 0 & 0 & I_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I_1 & 0 & 0 & I_2 & 0 & I_3 & 0 & I_4 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & I_2 & 0 & I_3 & 0 & I_4 \\ I_2 & 0 & 0 & I_3 & 0 & I_4 & 0 & I_5 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & I_3 & 0 & I_4 & 0 & I_5 \\ I_3 & 0 & 0 & I_4 & 0 & I_5 & 0 & I_6 & 0 \\ 0 & I_3 & 0 & 0 & I_4 & 0 & I_5 & 0 & I_6 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$I_i = \sum_{l=1}^n \sum_{h_l}^{h_{l+1}} z^i p_l dz, \quad i = 0, 1, \dots, 6$$



Và $[K^e] = \sum_{k=1}^n \int_A [B]^T [D_k] [B] dx dy$ là ma trận độ cứng của phần tử

$\{F^e\}$ là vector lực nút phần tử

Thực hiện ghép nối ma trận độ cứng và khối lượng phần tử ta được ma trận độ cứng tám $[K]$, ma trận khối lượng tám $[M]$ và vector lực nút tám $\{F\}$. Từ đó có được phương trình:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\}$$

Khi tải trọng $\{F\} = 0$, ta có phương trình bài toán dao động tự do của tám

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = 0$$

Khi bỏ qua gia tốc, ta có phương trình bài toán tĩnh:

$$[K]\{q\} = \{F\}$$

2.3 Tối ưu góc sợi bằng thuật toán di truyền (GAs)

Thuật toán di truyền (GA) là thuật toán tối ưu bằng cách phỏng theo các nguyên tắc lai ghép và tiến hóa tự nhiên trong di truyền học. Thuật toán di truyền có tính mềm dẻo do đó nó hiệu quả với những bài toán tối ưu phức tạp và đã được chứng minh rằng nó luôn tìm ra kết quả tối ưu tổng thể mà không bị hạn chế bởi cục bộ như các thuật toán khác. Các bước thực hiện thuật toán di truyền như sau:

Khởi tạo: Tạo ngẫu nhiên quần thể gồm n cá thể

Đánh giá: Lấy giá trị hàm mục tiêu $f(x)$ ứng với mỗi cá thể

Tạo cá thể mới: Một cá thể mới được tạo ra bằng cách thực hiện các bước sau:

- Lựa chọn: Lựa chọn 2 cá thể bố mẹ trong quần thể dựa trên giá trị hàm mục tiêu
- Lai ghép: Thực hiện lai ghép giữa hai cá thể bố mẹ
- Đột biến: Thực hiện đột biến tại mỗi vị trí trên cá thể con
- Chấp nhận: Chấp nhận cá thể con mới trong quần thể
- Thay thế: Sử dụng cá thể mới để tiếp tục thuật toán

Kiểm tra: Nếu điều kiện dừng thỏa mãn thì thuật toán dừng lại và kết quả tối ưu là thế hệ cuối cùng, nếu không thì quay lại bước 2.

Cụ thể, trong bài báo này, hàm mục tiêu là:

$$\max f_i(\theta) \text{ với } -180^\circ \leq \theta_i \leq 180^\circ$$

trong đó f_i là tần số dao động riêng cơ bản của tám, θ_i là góc đặt sợi trong lớp thứ i

3. Kết quả số

Từ các công thức đã trình bày, tác giả xây dựng các chương trình tính độ võng và tần số dao động riêng cùng với việc áp dụng module GAs đã được tích hợp trong chương trình Matlab 2013 để khảo sát số đối với kết cấu tám composite trong các bài toán sau:

3.1 Bài toán 1: Kiểm tra độ tin cậy của thuật toán và chương trình

Để đánh giá độ tin cậy của thuật toán và chương trình, tần số dao động riêng của tám composite ngàm 4 cạnh gồm 8 lớp có độ dày nhau $[0^\circ/\pm 45^\circ/\pm 90^\circ]$, với kích thước $a \times b \times h = 500 \times 250 \times 1.04$ (mm^3) được tính toán và so sánh với kết quả đã được tác giả Dong Min-Lee công bố trong [15]. Các hằng số của vật liệu: $E_1 = 128 \text{ GPa}$; $E_2 = 11 \text{ GPa}$; $G_{12} = G_{13} = 1.48 \text{ GPa}$; $G_{23} = 1.53 \text{ GPa}$; $v_{12} = 0.25$; $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$.

Bảng 1. Tần số dao động riêng của tám composite lớp, ngàm 4 cạnh

Mô hình	Năm tần số đầu tiên (Hz)				
	1	2	3	4	5
Dong Min-Lee	85.1	134.0	207.4	216.1	252.5
Bài báo	85.1	134.1	207.9	216.5	253.1
	0.00%	0.07%	0.24%	0.18%	0.23%

Từ Bảng 1, ta nhận thấy kết quả tính tần số dao động riêng của tấm composite lớp bằng chương trình và thuật toán của bài báo có sự chênh lệch rất nhỏ so với kết quả tính theo lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất của Dong Min-Lee, điều đó cho thấy độ tin cậy của thuật toán và chương trình tính tần số dao động riêng của tấm composite lớp.

3.2 Bài toán 2: Tối ưu góc sợi bằng GAs

Tấm composite được khảo sát trong bài toán này có kích thước chiều dài a, chiều rộng b và chiều dày h lần lượt là a=1m; b=1m; h=0.1m. Tấm gồm 4 lớp [θ₁/θ₂/θ₃/θ₄] có độ dày như nhau với các hằng số của vật liệu: E₁ = 132.4 GPa; E₂ = 10.7 GPa; G₁₂ = G₁₃ = 5.6 GPa; G₂₃ = 3.4 GPa; ν₁₂ = 0.25; ρ=1500kg/m³. Sử dụng thuật toán GAs với mục tiêu làm cho tần số dao động riêng cơ bản đạt giá trị lớn nhất nhận được bộ số liệu về góc phương sợi trong các trường hợp điều kiện biên khác nhau như sau:

- Điều kiện biên ngầm 4 cạnh: [θ₁/θ₂/θ₃/θ₄] =[0°/90°/0°/90°]

- Điều kiện biên tựa bảnlề 4 cạnh: [θ₁/θ₂/θ₃/θ₄] =[45°/-45°/45°/-45°]

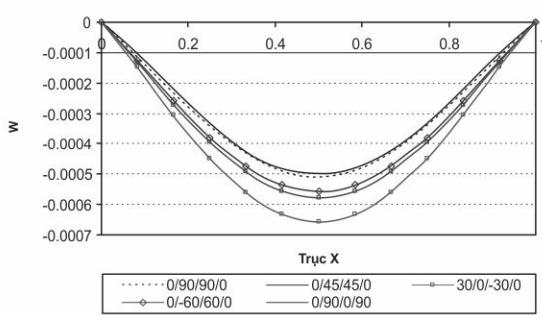
Kết quả tính tần số dao động riêng và độ võng của tấm khi chịu tải trọng phân bố đều q_o=1MPa ứng với trường hợp góc sợi sau khi tối ưu và các trường hợp góc sợi thông thường được so sánh trong Bảng 2 và Hình 2 sau đây.

Bảng 2. Tần số dao động riêng của tấm composite lớp trước và sau tối ưu

Điều kiện biên	Góc sợi	5 tần số đầu tiên (Hz)				
		1	2	3	4	5
Ngầm 4 cạnh	[0°/90°/90°/0°]	717.3	1116.2	1350.7	1616.7	1733.6
	[0°/45°/45°/0°]	671.9	997.4	1294.2	1488.5	1585.1
	[30°/0°/-30°/0°] ⁽¹⁾	629.2	956.1	1217.2	1443.0	1518.3
	[0°/-60°/60°/0°]	684.0	1018.2	1316.2	1552.2	1566.9
	[0°/90°/0°/90°] ^(*)	728.4	1271.3	1271.3	1658.8	1987.7
	Chênh giữa ⁽¹⁾ và ^(*)	13.6%	24.8%	4.3%	13%	23.6%
Tựa bảnlề 4 cạnh	[0°/90°/90°/0°]	433.5	819.2	966.1	966.1	1167.0
	[0°/45°/45°/0°]	438.0	746.6	1151.5	1259.4	1378.2
	[30°/0°/-30°/0°] ⁽¹⁾	430.8	720.7	1042.7	1222.8	1318.2
	[0°/-60°/60°/0°]	432.3	723.4	1150.7	1275.6	1350.7
	[45°/-45°/45°/-45°] ^(*)	528.2	1055.2	1055.2	1366.7	1610.3
	Chênh giữa ⁽¹⁾ và ^(*)	18.4%	31.7%	1.2%	10.5%	18.1%

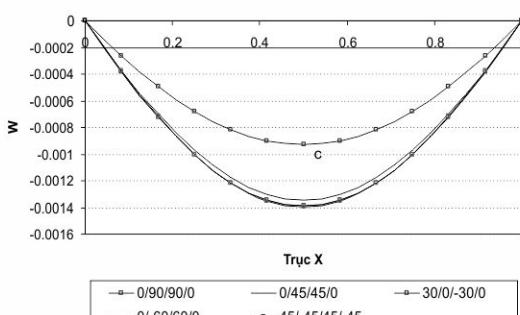
(*) là góc sợi của tấm sau khi được tối ưu bằng GAs

Độ võng tấm ngầm 4 cạnh



(a)

Độ võng tấm tựa bảnlề 4 cạnh



(b)

Hình 2. Độ võng của tấm composite

Từ các kết quả trong Bảng 2 và Hình 2, ta nhận thấy kết cấu tấm composite sau khi đã tối ưu góc sợi có tần số dao động riêng cơ bản lớn hơn đáng kể trong khi độ võng thì nhỏ hơn đáng kể so với tần số dao động riêng cơ bản và độ võng của tấm composite có phương sợi được đặt một cách thông thường.

Điều kiện biên ảnh hưởng lớn tới kết quả tối ưu góc sợi của tấm composite. Trong ví dụ khảo sát, tấm có cùng kích thước, vật liệu và khối lượng tạo thành nhưng cho kết quả tối ưu góc sợi khác nhau đối với trường hợp tấm ngàm bốn cạnh và trường hợp tấm bốn biên tựa khớp.



4. Kết luận

Mô hình phần tử hữu hạn sử dụng phần tử đẳng tham số 9 nút, mỗi nút 9 bậc tự do theo lý thuyết biến dạng cắt bậc ba của Reddy được xây dựng để tính toán độ võng và tần số dao động riêng của kết cấu tấm composite. Thuật toán di truyền (GAs) được áp dụng để tối ưu phương sợi trong từng lớp vật liệu của tấm thông qua việc thiết lập hàm mục tiêu là làm cho tần số dao động riêng cơ bản của tấm đạt giá trị lớn nhất. Qua các ví dụ số có thể rút ra những kết luận sau:

- Mô hình phần tử hữu hạn theo lý thuyết biến dạng cắt bậc ba phù hợp trong việc tính toán tĩnh và động kết cấu tấm composite mà không phải sử dụng hệ số hiệu chỉnh cắt.
- Thuật toán di truyền áp dụng hiệu quả trong bài toán tối ưu độ cứng kết cấu tấm composite. Việc tối ưu chỉ ra rằng phương sợi có ảnh hưởng rất lớn đến độ cứng của tấm composite lớp, cụ thể trong các ví dụ khảo sát, tần số dao động riêng có thể tăng lên 31.7%.
- Mỗi trường hợp điều kiện biên khác nhau của tấm cần thực hiện bài toán tối ưu để tìm ra phương sợi để tấm đạt được độ cứng tốt nhất.

Tài liệu tham khảo

1. R. Foye (1968), "Advanced design concepts for advanced composite frames ", Volume I-II Air Force Materials Laboratory, Wright Patterson Air Force Base, Ohio, AFML-TR-68-91.
2. M. E. Waddoups (1969), "Structural airframe application of advanced composite materials- analytical methods", Volume IV Air Force Materials Laboratory, Wright Patterson Air Force Base, Ohio, AFMLTR-69-101.
3. Bryzgalin, G. J (1972), "On some Optimal Design Criteria of Inhomogeneous anisotropic bodies", *J. Appl. Maths & Mech.*, Vol. 36, pp. 716.
4. Lai Y.S. and Achenbach J. D. (1973), "Optimal Design of Layered Structures under Dynamic Loading", *Int. J. Mech. Sc.*, Vol. 3, pp. 559.
5. Housner, J. M. and Stein, M. (1975), "Numerical Analysis and Parametric Studies of the Buckling of Composite Orthotropic Compression and Shear Panels", *NASA TN D-7996*.
6. Hirano Y. (1979), "Optimum Design of Laminated Plates under Axial Compression", *J. AIAA*, Vol. 17, pp. 1017.
7. Holland J (1975), *Adaptation in natural and artificial systems*, Ann Arbor: University of Michigan Press.
8. Le Riche R, Haftka RT (1993), "Optimization of laminate stacking sequence for buckling load maximization by genetic algorithm", *AIAA J*:31(5):951–6.
9. Nagendra S, Haftka RT, Gurdal Z (1992), "Stacking sequence optimization of simply supported laminates with stability and strain constraints", *AIAA J*:30(8):2132–7.
10. Park JH, Hwang JH, Lee CS, Hwang W (2001), "Stacking sequence design of composite laminates for maximum strength using genetic algorithms", *Compos Struct*; 52:217–31.
11. Messager T, Pyrz M, Gineste B, Chauchot P (2002), "Optimal laminations of thin underwater composite cylindrical vessels", *Compos Struct*; 58:529–37.
12. J.N Reddy (1984), "A simple higher-order theory for laminated composite plates", *J. Appl. Mech*, 51.
13. Trần Ích Thịnh (1994), *Cơ học vật liệu Composite*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
14. Chu Quốc Thắng (1997), *Phương pháp phân tử hữu hạn*, NXB Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội.
15. Dong-Min Lee and In Lee (1995), "Vibration analysis of anisotropic plates with eccentric stiffeners", *Computer & Structures*, 57, pp.99-105.