



PHÂN TÍCH MỜ KẾT CẤU CHỊU TẢI TRỌNG ĐỘNG SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP MẶT ĐÁP ỨNG CẢI TIẾN VÀ ĐÁNH GIÁ AN TOÀN

Nguyễn Hùng Tuấn¹, Lê Xuân Huỳnh², Phạm Hoàng Anh³

Tóm tắt: Trong phân tích mờ kết cấu, sử dụng mô hình thay thế bằng mặt đáp ứng là phương pháp hiệu quả để giảm khối lượng tính toán. Tuy nhiên, việc áp dụng phương pháp mặt đáp ứng đối với các biến mờ có miền xác định rất khác nhau thường dẫn đến sai lệch trong tính toán các hệ số hồi quy, làm giảm độ chính xác của mô hình thay thế. Bên cạnh đó, việc chỉ sử dụng duy nhất một tổ hợp mẫu để xác định hàm thay thế cũng dẫn đến sai lệch đáng kể. Để khắc phục các nhược điểm nêu trên, bài báo này đề xuất một số cải tiến đối với mô hình mặt đáp ứng. Thuật toán được xây dựng cho bài toán phân tích dao động cưỡng bức của hệ kết cấu đàn hồi tuyến tính chịu tác dụng của tải trọng động điều hòa, với các tham số đầu vào là các số mờ tam giác cân. Kết quả phân tích mờ kết cấu được kết nối với các công thức đánh giá an toàn để đánh giá mức độ an toàn của kết cấu.

Từ khóa: Phương pháp phần tử hữu hạn mờ; phương pháp mặt đáp ứng; mô hình thay thế; mức độ an toàn.

Summary: In fuzzy structural analysis, the application of surrogate model by response surface is an efficient method for reducing the calculation volume. However, using response surface with fuzzy variables having different domains often leads to significant errors in determining the regression coefficients, thus reducing the accuracy of the surrogate model. Moreover, the surrogate function resulted from using only one experiment is in general inaccurate. To overcome the above drawbacks, this paper proposes some improvements for the response surface method. The algorithm is established for the forced vibration analysis of linear elastic structure subjected to harmonic forces, in which the input parameters are symmetric triangular fuzzy numbers. Then, the results of fuzzy analysis are connected to the safety assessment formulas to assess the safety level of structures.

Keywords: Fuzzy finite element method; response surface method; surrogate model; safety level.

Nhận ngày 15/11/2014, chỉnh sửa ngày 30/11/2014, chấp nhận đăng 31/12/2014



1. Đặt vấn đề

Trong các thuật toán phần tử hữu hạn (PTHH), được vận dụng phân tích động lực học kết cấu có tham số đầu vào dạng số mờ, $[1 \div 9]$, phương pháp mặt đáp ứng RSM (response surface method) [10] là một trong những phương pháp thường được sử dụng. Đặc điểm của phương pháp RSM là dựa trên một số kết quả, nhận được nhờ phương pháp PTHH tất định, để xây dựng hàm xấp xỉ thay thế cho mô hình thực của kết cấu. Sau đó đáp ứng thực kết cấu được xác định thông qua hàm xấp xỉ thay thế này [5], hoặc xác định trên cơ sở kết quả của phương pháp PTHH tất định đối với các điểm đạt cực trị của hàm xấp xỉ thay thế tại các lát cắt α [6]. Ưu điểm của phương pháp RSM là làm giảm thời gian tính toán và có hiệu quả đối với các bài toán có số lượng biến mờ lớn. Tuy nhiên, trên thực tế các tham số đầu vào, có tính mờ, mang ý nghĩa vật lý khác nhau, có thể là mô đun đàn hồi, tải trọng tác dụng, mômen quán tính của tiết diện, chiều cao tầng...; chúng thường có độ rộng các miền xác định khác nhau. Do đó, nếu áp dụng "thuần túy"

¹ThS, Trường Cao đẳng Cộng đồng Hà Nội. E-mail: hungtuan161@gmail.com.

²GS.TS, Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp. Trường Đại học Xây dựng.

³TS, Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp. Trường Đại học Xây dựng.

phương pháp RSM trong toán học và sử dụng trực tiếp các tham số này làm các biến số, trong mô hình thay thế, sẽ dẫn đến các sai số do làm tròn khi tính toán các hệ số hồi quy. Điều này thường dẫn đến nghiệm “dưới tối ưu” trong bài toán quy hoạch phi tuyến xác định các đáp ứng kết cấu. Bên cạnh đó, việc chỉ sử dụng duy nhất một tổ hợp các mẫu để xác định các hệ số hồi quy, như đã chỉ ra tại ví dụ minh họa [11] sẽ dẫn đến sai lệch trong việc xác định các đáp ứng kết cấu. Để khắc phục các nhược điểm này, với những cải tiến hợp lý trên cơ sở phương pháp RSM, bài báo này đề xuất một thuật toán mới dùng trong phân tích dao động của hệ kết cấu đàn hồi tuyến tính chịu tác dụng của tải trọng động điều hòa, có tham số đầu vào là các số mờ tam giác cân. Trong thuật toán đề xuất, chúng tôi đưa ra phép đổi biến, chuyển tất cả các biến mờ có miền xác định khác nhau về biến mờ có miền xác định $[-1, 1]$, gọi là biến mờ chuẩn và sử dụng biến này trong mô hình hồi quy đa thức bậc hai đầy đủ. Để xác định các hệ số hồi quy của mô hình, chúng tôi sử dụng thiết kế mẫu Box - Behnken [10], phương pháp kiểm tra chéo rời bỏ một tập [12] và đưa ra tiêu chí ước lượng sai lệch tối thiểu. Đáp ứng của kết cấu (nội lực, chuyển vị, tần số dao động riêng...) được xác định thông qua việc sử dụng thuật giải di truyền [13]. Để kiểm chứng độ chính xác của thuật toán này, một ví dụ hệ khung phẳng 4 tầng trong tài liệu [6] được phân tích và so sánh. Đồng thời, kết hợp với công thức đánh giá mức độ an toàn trong [14], [15] để đánh giá mức độ an toàn theo điều kiện cứng và điều kiện bền của một kết cấu khung phẳng nhiều tầng.



2. Thuật toán phân tích mờ kết cấu chịu tải trọng điều hòa

2.1 Dao động của kết cấu chịu tác dụng tải trọng điều hòa

Xét phương trình vi phân dao động cưỡng bức có cản chịu tác dụng tải trọng điều hòa :

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}\sin(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

trong đó $[M]$, $[K]$ là ma trận khối lượng và ma trận độ cứng ; $[C]$ là ma trận cản; $\{F\}$ là véc tơ biên độ lực kích thích ; ω , φ là tần số, pha ban đầu của lực kích thích.

$$\text{Mô hình cân tỷ lệ } [C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (2)$$

Để giải bài toán dao động cưỡng bức có cản, thực hiện hai bước sau :

- Bước 1: Xác định các tần số dao động riêng ω_i và ma trận dạng chính $[\Phi]$.
- Bước 2: Sử dụng phương pháp phân tích dạng chính tìm nghiệm của phương trình (1).

Đặt $\{v\} = [\Phi]\{u\}$ và sử dụng tính chất trực giao của các dạng chính, biến đổi phương trình (1) thành phương trình:

$$\{\ddot{v}\} + (\alpha[I] + \beta[\omega^2])\{\dot{v}\} + [\omega^2]\{v\} = [\Phi]^T\{F\}\sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

trong đó, $[\omega^2]$ là ma trận chéo với các thành phần trên đường chéo chính là ω_i^2 .

Khi bỏ qua các điều kiện đầu, ở trạng thái ổn định nghiệm thứ i của phương trình (3) là:

$$v_i = \{\Phi_i\}^T \cdot \{F\} \cdot A_i \cdot \sin(\omega t + \varphi) - \{\Phi_i\}^T \cdot \{F\} \cdot B_i \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

$$\text{trong đó } A_i = \frac{(\omega_i^2 - \omega^2)}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_i \omega_i \omega)^2}; B_i = \frac{2\xi_i \omega_i \omega}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_i \omega_i \omega)^2} \quad (5)$$

$$\text{Viết lại (4) dưới dạng ma trận : } \{v\} = [A] \cdot [\Phi]^T \cdot \{F\} \sin(\omega t + \varphi) - [B] \cdot [\Phi]^T \cdot \{F\} \cos(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

trong đó

$$[A] = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & A_n \end{bmatrix}; [B] = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_2 & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & B_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\text{Vậy nghiệm của (1) là: } \{u\} = [\Phi]\{v\} = [\Phi] \cdot [A] \cdot [\Phi]^T \cdot \{F\} \sin(\omega t + \varphi) - [\Phi] \cdot [B] \cdot [\Phi]^T \cdot \{F\} \cos(\omega t + \varphi) \quad (8)$$

Khi các đại lượng đầu vào như mô đun đàn hồi vật liệu, các đặc trưng hình học của cấu kiện, tải trọng tác dụng là các số mờ, đáp ứng kết cấu (nội lực, chuyển vị...) cũng là các số mờ. Để nhận được đáp ứng kết cấu, một trong những phương pháp thường được sử dụng là thuật toán tối ưu mức α [7], giải các bài toán tối ưu trên đáp ứng thực của kết cấu. Tuy nhiên, thuật toán này tương đối phức tạp, đòi hỏi khối lượng tính

toán lớn. Các mục sau sẽ trình bày các cải tiến trong việc thiết lập hàm thay thế phù hợp đối với các thành phần ma trận dạng chính $[\Phi]$ và các tần số dao động riêng ω_i để giảm thời gian tính toán trong việc giải các bài toán tối ưu.

2.2 Xác định các biến mờ chuẩn trong mô hình thay thế

Theo [10], sử dụng biến chuẩn trong mô hình thay thế sẽ làm giảm sai số do làm tròn số khi tính toán các hệ số hồi quy. Tương tự như vậy, khi sử dụng mô hình thay thế với số mờ tam giác cân $\tilde{X}_i = (a, l, l)_{LR}$ ta xác định biến chuẩn theo công thức sau:

$$X_i = \frac{x_i - a}{l} \quad (9)$$

Với phép đổi biến trên, từ biến mờ gốc ban đầu $\tilde{X}_i = (a, l, l)_{LR}$ ta chuyển sang biến mờ chuẩn $\tilde{X}_i = (0, 1, 1)_{LR}$.

2.3 Lựa chọn mô hình thay thế (mô hình mặt đáp ứng)

Trong lý thuyết thống kê, một số mô hình thay thế thường được sử dụng là: mô hình hồi quy đa thức (polynomial regression model PRG), mô hình Kringing (Kringing model KRG), hàm cơ sở hường tâm (radial basis functions RBF). Trong các mô hình này, mô hình hồi quy đa thức thường được sử dụng để xây dựng hàm mặt đáp ứng do đơn giản và thuận tiện trong tính toán. Do đó, thuật toán đề xuất sử dụng mô hình hồi quy đa thức bậc hai đầy đủ đối với các biến mờ chuẩn làm mô hình thay thế, với điều kiện các biến số không tương quan:

$$y(\mathbf{X}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i + \sum_{i=1, i < j}^{n-1} a_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^n a_{ii} X_i^2 \quad (10)$$

Với việc sử dụng biến chuẩn, a_0 được xác định theo phương trình: $y(X=0) = a_0$. (11)

Các hệ số còn lại trong (10) được xác định theo phương pháp bình phương tối thiểu.

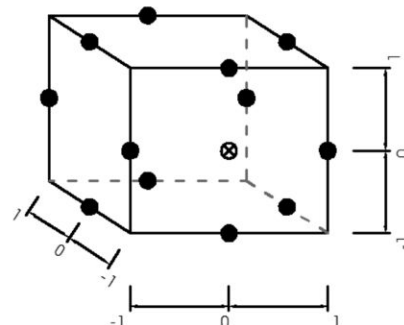
Đối với bài toán dao động tự do có cản, đáp ứng kết cấu phụ thuộc vào các điều kiện đầu. Đối với bài toán dao động cưỡng bức, đáp ứng kết cấu trong giai đoạn ổn định không phụ thuộc vào các điều kiện đầu. Do đó, đối với bài toán này, các đại lượng được lựa chọn để đưa vào mô hình thay thế là các tần số dao động riêng ω_i và các thành phần trong ma trận dạng chính $[\Phi]$. Đối với ma trận dạng chính $[\Phi]$, do các thành phần trong ma trận dạng chính có sự tương quan và ảnh hưởng của dạng dao động riêng cơ bản đến phản ứng kết cấu là đáng kể nên viết lại ma trận dạng chính $[\Phi]$ dưới dạng:

$$[\Phi] = [\{\Phi_1\} \{\Phi_2\} \dots \{\Phi_n\}] = \Phi_{n1} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & r_{n2} & r_{n3} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad (12)$$

trong đó $r_{ij} = \Phi_{ij} / \Phi_{n1}$, với Φ_{ij} là thành phần thứ i của véc tơ $\{\Phi_j\}$. Các hàm mặt đáp ứng được thực hiện đối với hàm số Φ_{n1} và r_{ij} ($i = 1 \div n, j = 1 \div n$).

2.4 Thiết kế mẫu thử

Khi sử dụng phương pháp mặt đáp ứng, có ba thiết kế mẫu thử thường được sử dụng trong thực tế tính toán: mẫu siêu lập phương Latin (Latin hypercube sampling), mẫu mặt trung tâm lập phương (face - centered cube design), mẫu Box - Behnken (Box - Behnken design). Trong các mẫu thử trên, mẫu mặt trung tâm lập phương và mẫu Box - Behnken thường được sử dụng. Tuy nhiên, khi có cùng số lượng biến đầu vào, thiết kế mẫu Box - Behnken thường có số lượng điểm phản ứng ít hơn mẫu mặt trung tâm. Do đó, trong thuật toán đề xuất, sử dụng thiết kế mẫu Box - Behnken. Thiết kế mẫu Box - Behnken với 3 biến số đầu vào được thể hiện trên Hình 1, trong đó ký hiệu 1 chỉ $\frac{1}{2}$ độ dài khoảng biến thiên của biến.



Hình 1. Thiết kế mẫu Box - Behnken với ba biến số [10]

2.5 Ước lượng sai lệch và chọn lựa phương án

Ước lượng sai lệch để đánh giá chất lượng của mô hình thay thế và dùng để lựa chọn phương án phù hợp giữa các phương án tính toán. Một số dạng ước lượng sai lệch thường sử dụng là: phương pháp mẫu đơn (split sample), phương pháp kiểm tra chéo (cross - validation) và phương pháp mồi (bootstrapping). Trong các phương pháp trên, phương pháp mẫu đơn và phương pháp kiểm tra chéo để sử dụng để lựa chọn các phương án hơn cả. Tuy nhiên, phương pháp mẫu đơn có nhược điểm là ước lượng sai lệch có thể có phương sai lớn và hạn chế số lượng các dữ liệu sử dụng để tạo nên mô hình thay thế (do phân chia riêng biệt giữa tập thử và tập kiểm tra). Phương pháp kiểm tra chéo là phương pháp tính toán và đánh giá sai lệch của nhiều mô hình trên các tập dữ liệu xác định trước, nhờ việc không phân biệt giữa tập thử và tập kiểm tra. Ưu điểm của phương pháp này theo [12] là ước lượng không chệch của sai lệch tổng và phương sai tương ứng sẽ nhỏ so với phương pháp mẫu đơn. Nhược điểm của phương pháp này là tính toán nhiều lần các mô hình thay thế. Nhược điểm này có thể khắc phục nếu lập trình tự động hóa lựa chọn các tổ hợp mẫu, từ các mẫu cho trước, để đưa vào mô hình hồi quy. Trong thuật toán đề xuất, sử dụng phương pháp kiểm tra chéo rời bỏ một tập (leave - one - out cross - validation), trong đó mỗi điểm phản ứng được kiểm tra một lần và thử $k - 2$ lần (do mẫu trung tâm đã sử dụng để xác định a_0 theo công thức (11)). Ước lượng sai lệch của phương án thứ j (sử dụng $X^{(j)}$ làm tập kiểm tra) xác định theo công thức:

$$GSE_j = (y_j - \hat{y}_j^{(-j)})^2 \rightarrow \min \quad (13)$$

trong đó GSE_j là ước lượng sai lệch của phương án thứ j ; y_j là giá trị đầu ra tại $X^{(j)}$, xác định theo phương pháp PTHH tất định; $\hat{y}_j^{(-j)}$ là giá trị ước lượng tại $X^{(j)}$ theo phương án thứ j .

2.6 Xác định các chuyển vị mờ

Chuyển vị của kết cấu được xác định theo biểu thức (8), trong đó các tần số dao động riêng và các thành phần trong ma trận dạng chính được thay thế bằng hàm hình xấp xỉ. Các chuyển vị này là các đại lượng mờ. Để xác định biên của chuyển vị mờ, cần giải các bài toán quy hoạch phi tuyến. Đối với các bài toán này, một trong các phương pháp hiệu quả thường được sử dụng là thuật giải di truyền (genetic algorithm) GA [20]. Trong bài này, các ví dụ tính toán, sử dụng hàm tối ưu GA trong Matlab 7.12.

Khi đánh giá mức độ an toàn về chuyển vị của kết cấu, cần xác định các hàm thuộc của chuyển vị mờ tại hai thời điểm, tương ứng có chuyển vị lớn nhất $\sup(u_{i,0max})$ và nhỏ nhất $\inf(u_{i,0max})$. Quá trình này được thực hiện thông qua việc giải bài toán quy hoạch phi tuyến bằng GA tại các mức thuộc α khác nhau.



3. Đánh giá an toàn theo hai tiêu chí bền và cứng

Yêu cầu đặt ra trong bài toán đánh giá kết cấu là kết nối phân tích ứng xử của kết cấu với đánh giá mức độ an toàn theo mô hình mờ. Sau đây sẽ giới thiệu một số công thức đánh giá mức độ an toàn trong trường hợp thiếu thông tin về tác động và sức kháng của kết cấu.

3.1 Đối với số mờ 2D

Trong [17], tác giả đã phân tích các phương pháp đánh giá mức độ an toàn của kết cấu. Trong các phương pháp đề cập tại [17], phương pháp tỷ số diện tích [16] là phương pháp phù hợp với ý nghĩa hình học của định nghĩa xác suất, nêu trong tài liệu [18]. Tuy nhiên, khác với lý thuyết xác suất, lý thuyết mờ cung cấp một công cụ để mô tả, tính toán những đại lượng có tính không chắc chắn, được hình thành từ nhận định chủ quan, kinh nghiệm của chuyên gia, trên các sự kiện khách quan, dạng phi xác suất. Do đó, mức độ an toàn SP xác định theo [16] được xem là tương đương với độ tin cậy P_s , xác suất an toàn. Để khắc phục, trong [15], chúng tôi đã sử dụng chuyển đổi từ đại lượng mờ về đại lượng ngẫu nhiên theo [19-21] cho trường hợp khoảng an toàn M (hiệu số khả năng và trạng thái) là số mờ tam giác và xây dựng công thức xác định độ tin cậy theo lý thuyết xác suất và thống kê. Chi tiết cách thiết lập công thức nêu trong [15].

3.2 Đối với số mờ 3D

Trong một số trường hợp, khả năng chịu lực được biểu thị bởi số mờ 3D, ví dụ cột, vách BTCT chịu nén lệch tâm, được thể hiện qua biểu đồ tương tác của hai đại lượng M (mô men) - N (lực dọc) [22]. Để đánh giá mức độ an toàn trong trường hợp này, trên cơ sở mở rộng công thức tỷ số diện tích, (2D), [16], chúng tôi đã xây dựng công thức đánh giá với mức độ an toàn, bằng tỷ số của phần thể tích giới hạn bởi phần diện tích ở góc phần tư thứ nhất với tổng thể tích của số mờ 3D. Chi tiết cách thiết lập công thức nêu trong [14].



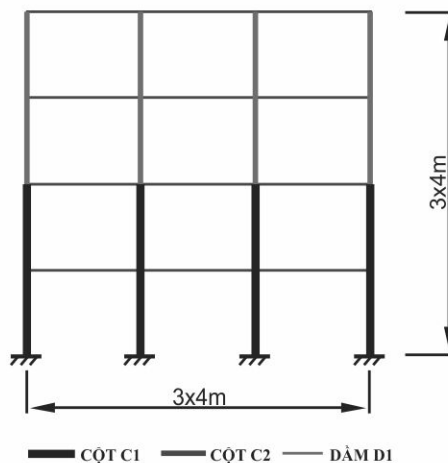
4. Các ví dụ minh họa

4.1 Ví dụ 1

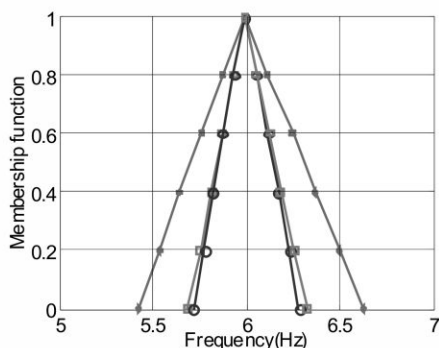
Để kiểm tra độ tin cậy của thuật toán đề xuất, xét ví dụ nêu trong mục 5.5.2 của tài liệu [6]: Cột C1 (số hiệu W250x45) có: diện tích $A = 5720 \text{ mm}^2$, mômen quán tính $I = 71.10 \times 10^6 \text{ mm}^4$; Cột C2 (số hiệu W200x27) có: diện tích $A = 3390 \text{ mm}^2$, mômen quán tính $I = 25.80 \times 10^6 \text{ mm}^4$; Dầm D1 (số hiệu W250x33) có: diện tích $A = 4170 \text{ mm}^2$, mômen quán tính $I = 48.90 \times 10^6 \text{ mm}^4$; Mô đun đàn hồi: $E = 200 \text{ GPa}$; Mật độ khối lượng: $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$.

Xác định 3 tần số dao động riêng mờ đầu tiên trong 3 trường hợp: Trường hợp A: mật độ khối lượng là số mờ; Trường hợp B: mô đun đàn hồi là số mờ; Trường hợp C: mật độ khối lượng và mô đun đàn hồi là các số mờ; Biết số mờ tam giác [0.9, 1.0, 1.10] tham chiếu với các giá trị danh định của mô đun đàn hồi E và mật độ khối lượng.

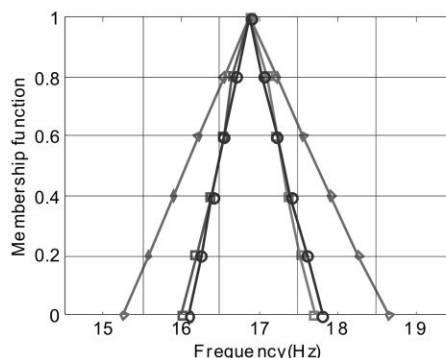
Kết quả tính toán 3 tần số dao động riêng mờ được thể hiện trên Hình 3, Hình 4 và Hình 5. Kết quả thu được là gần như trùng với kết quả tính toán cho trong [6], cũng như kết quả chúng tôi tính theo phương pháp ký hiệu (thể hiện trên Bảng 1, Bảng 2 và Bảng 3). Tuy nhiên, khối lượng tính toán các bài toán PTHH tất định của thuật toán đề xuất ít hơn khối lượng tính toán trong [6]. Thật vậy, đối với trường hợp mô đun đàn hồi E và mật độ khối lượng ρ là các số mờ, thực hiện 5 lát cắt α trên đáp ứng mờ kết cấu, với mô hình thay thế là tuyến tính, tài liệu [6] cần giải 13 bài toán PTHH tất định. Trong khi đó, thuật toán kiến nghị cần giải 8 bài toán PTHH tất định với mô hình thay thế là đa thức bậc 2 đầy đủ. Sờ dĩ như vậy là do trong tài liệu [6], số lượng bài toán PTHH tất định vẫn phụ thuộc vào số lượng lát cắt α , khi số lượng lát cắt α càng lớn, số lượng bài toán PTHH tất định càng nhiều. Ngược lại, trong thuật toán đề xuất, số lượng bài toán PTHH tất định không phụ thuộc số lượng lát cắt α . Tuy nhiên, hạn chế của thuật toán đề xuất là phải giải nhiều bài toán hồi quy để xác định hàm đáp ứng thay thế phù hợp.



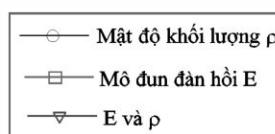
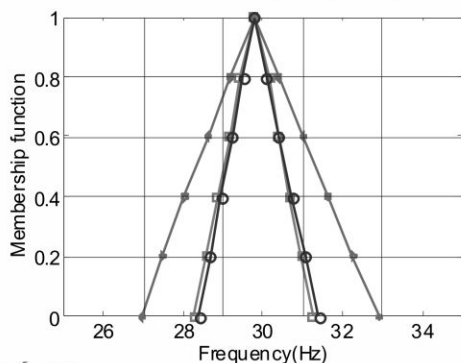
Hình 2. Khung thép 4 tầng [6]



Hình 3. Tần số dao động riêng mờ f_1



Hình 4. Tần số dao động riêng mờ f_2



Hình 5. Tần số dao động riêng mờ f_3

Bảng 1. Các tần số f_1, f_2, f_3 tính theo phương pháp ký hiệu đối với trường hợp A

Lát cắt α	Tần số f_1 (Hz)		Tần số f_2 (Hz)		Tần số f_3 (Hz)	
	f_{1min}	f_{1max}	f_{2min}	f_{2max}	f_{3min}	f_{3max}
0	5.71	6.32	16.10	17.80	28.39	3139
0.2	5.77	6.25	16.25	17.60	28.65	31.04
0.4	5.82	6.18	16.40	17.41	28.92	30.71
0.6	5.88	6.11	16.56	17.23	29.20	30.39
0.8	5.93	6.05	16.72	17.06	29.48	30.08
1	5.99	5.99	16.88	16.88	29.78	29.78

Bảng 2. Các tần số f_1, f_2, f_3 tính theo phương pháp ký hiệu đối với trường hợp B

Lát cắt α	Tần số f_1 (Hz)		Tần số f_2 (Hz)		Tần số f_3 (Hz)	
	f_{1min}	f_{1max}	f_{2min}	f_{2max}	f_{3min}	f_{3max}
0	5.68	6.28	16.02	17.71	28.25	31.23
0.2	5.75	6.23	16.19	17.55	28.56	30.94
0.4	5.81	6.17	16.37	17.38	28.87	30.66
0.6	5.87	6.11	16.54	17.22	29.17	30.37
0.8	5.93	6.05	16.71	17.05	29.48	30.07
1	5.99	5.99	16.88	16.88	29.78	29.78

Bảng 3. Các tần số f_1, f_2, f_3 tính theo phương pháp ký hiệu đối với trường hợp C

Lát cắt α	Tần số f_1 (Hz)		Tần số f_2 (Hz)		Tần số f_3 (Hz)	
	f_{1min}	f_{1max}	f_{2min}	f_{2max}	f_{3min}	f_{3max}
0	5.42	6.62	15.27	18.67	26.93	32.92
0.2	5.53	6.49	15.58	18.29	27.48	32.26
0.4	5.64	6.36	15.90	17.93	28.04	31.62
0.6	5.76	6.24	16.22	17.57	28.61	30.99
0.8	5.87	6.11	16.55	17.23	29.19	30.38
1	5.99	5.99	16.88	16.88	29.78	29.78

4.2 Ví dụ 2

Xét hệ khung phẳng 8 tầng 1 nhịp trên Hình 6. Mô đun đàn hồi E , chiều cao tầng I , chiều cao $\tilde{h}_1$ cột C_1 , chiều cao $\tilde{h}_2$ cột C_2 , chiều cao $\tilde{h}_d$ dầm D_1 , khối lượng riêng phân bố trên dầm $\tilde{\rho}$ (do tải trọng bản thân dầm và các tải trọng truyền từ sàn vào) là các số mờ tam giác cân: $\tilde{E} = (3, 0.3, 0.3) \times 10^7$ KN/m²; $\tilde{I} = (3.3, 0.3, 0.3)$ m; $\tilde{h}_1 = (0.6, 0.03, 0.03)$ m; $\tilde{h}_2 = (0.5, 0.02, 0.02)$ m; $\tilde{h}_d = (0.5, 0.03, 0.03)$ m; $\tilde{\rho} = (10, 1, 1)$ T/m³; Bề rộng cột C_1, C_2 : $b_c = 0.4$ m; Bề rộng dầm D_1 : $b_d = 0.3$ m;

Khối lượng riêng phân bố trên cột: 2.5 T/m^3 ; Căn tỷ lệ $[\tilde{C}] = \alpha[\tilde{M}] + \beta[\tilde{K}]$ với $\alpha = 0.01, \beta = 0.005$.

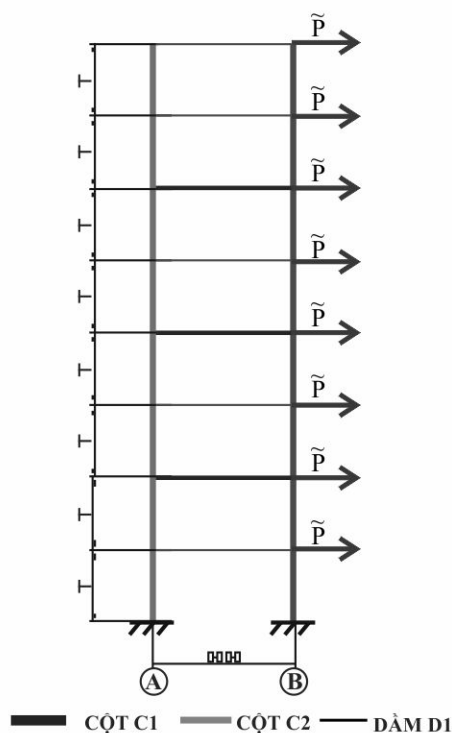
Yêu cầu: Tính mức độ an toàn theo điều kiện chuyển vị ngang tại đỉnh khi lực kích thích $\tilde{P}$ là hàm có chu kỳ:

$$\tilde{P} = \tilde{F} \frac{t^2}{T^2} \quad (14)$$

trong đó $\vec{F} = (30, 3, 3) \text{ KN}$; $T = 0.5 \text{ s}$.

Tính mức độ an toàn theo điều kiện bền, đối với trường hợp tổ hợp tải trọng động $\tilde{P}$ và tải trọng tĩnh do trọng lượng riêng phân bố trên dầm và trên cột, với

$$\tilde{P} = \tilde{F} \sin(\tilde{\omega} t) \quad (15)$$



Hình 6. Hệ khung phẳng 8 tầng

trong đó $\tilde{F}F = (10, 1, 1)$ KN; $\omega \tilde{\omega} = (15, 2, 2)s^{-1}$.

Biết cột C₁ tầng 1 (trục A và trục B) là cột BTCT có cường độ cốt thép $R_s = 365$ MPa, cốt thép dọc chịu lực $A_s = A'_s = 56.52$ cm², cường độ bê tông $\tilde{R}_b$ là số mờ tam giác cân: $\tilde{R}_b = (420, 100, 100)$ KG/cm².

4.2.1 Trường hợp lực kích thích P là hàm có chu kỳ

a) Phân tích mờ kết cấu

Đối với trường hợp lực kích thích là hàm có chu kỳ, phân tích lực kích thích $P(t)$ thành chuỗi Fourier theo công thức:

$$\tilde{P}(t) = \tilde{a}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \tilde{a}_n \cos \omega_n t + \tilde{b}_n \sin \omega_n t \right\} \quad (16)$$

$$\text{trong đó } \omega_n = n \cdot \frac{2\pi}{T} \quad (17)$$

Các hệ số $\tilde{a}_0, \tilde{a}_n, \tilde{b}_n$ được xác định theo công thức:

$$\tilde{a}_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{P}(t) dt; \tilde{a}_n = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{P}(t) \cos \omega_n t dt; \tilde{b}_n = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{P}(t) \sin \omega_n t dt \quad (18)$$

Thay (16) vào (18) và biến đổi ta được:

$$\tilde{a}_0 = \frac{\tilde{F}}{3}; \tilde{a}_n = \frac{\tilde{F}}{(n\pi)^2}; \tilde{b}_n = -\frac{\tilde{F}}{n\pi} \quad (19)$$

Từ (16) và (19) nhận thấy, theo nguyên lý cộng tác dụng, đáp ứng kết cấu dưới tác động của tải trọng có chu kỳ bằng tổng các đáp ứng kết cấu dưới tác dụng của tải trọng tĩnh $\tilde{a}_0$ và tải trọng điều hòa có biên độ $\tilde{a}_n, \tilde{b}_n$. Về nguyên tắc, cần xác định đáp ứng kết cấu khi cho $n \rightarrow \infty$. Tuy nhiên, ta có thể xác định đáp ứng kết cấu đối với n đủ lớn. Trong ví dụ này, chúng tôi xác định đáp ứng kết cấu đối với $n = 200$, kiểm nghiệm lại điều kiện n đủ lớn khi xác định đáp ứng kết cấu đối với $n = 100$ và so sánh chênh lệch hai kết quả. Sử dụng GA trong Matlab 7.12 với số lượng nhiễm sắc thể pop-size = 50, xác suất lai ghép $p_c = 0.9$, xác suất đột biến $p_m = 0.05$ để xác định $\inf(u_{8,0min}), \sup(u_{8,0max})$ trong khoảng $[0, 2s]$.

Kết quả tính toán đối với $n = 200$: $\inf(u_{8,0min}) = 0.0010m$ tại thời điểm $t = 0.6322s$; $\sup(u_{8,0max}) = 0.0484m$ tại thời điểm $t = 0.8978s$.

Để kiểm nghiệm điều kiện n đủ lớn, tính toán đối với $n = 100$ ta được: $\inf(u_{8,0min}) = 0.0010m$ tại thời điểm $t = 0.5903s$; $\sup(u_{8,0max}) = 0.0485m$ tại thời điểm $t = 0.8984s$.

Từ các kết quả tính toán trên, nhận thấy $n = 200$ đảm bảo điều kiện n đủ lớn. Xác định chuyển vị mờ u_8 tại các thời điểm $t = 0.6322s$ và $t = 0.8978s$. Kết quả trên Hình 7.

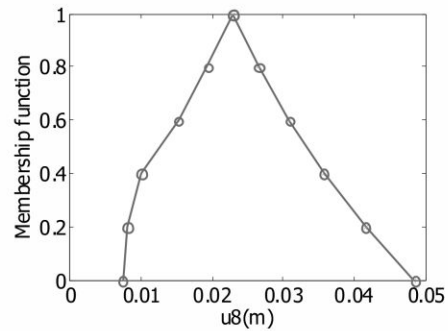
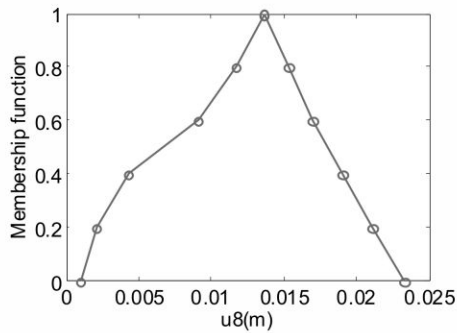
b) Đánh giá mức độ an toàn theo điều kiện cứng

Độ tin cậy theo điều kiện cứng tại thời điểm $t = 0.6322s$ (xuất hiện $\inf(u_{8,0min})$) và thời điểm $t = 0.8978s$ (xuất hiện $\sup(u_{8,0max})$) được xác định theo [15]. Kết quả tính toán được so sánh với công thức tỷ số diện tích với độ lệch tỷ đối δP_s , thể hiện trong Bảng 4.

Độ tin cậy P_s theo điều kiện cứng được xác định bằng giá trị nhỏ nhất P_s tại thời điểm $t = 0.6322s$ và $t = 0.8978s$. Kết quả ta được $P_s = 1$. Theo tiêu chuẩn EVN 991-:1993, [23], qui định $[P_s] = 723 \times 10^{-7}$ do đó $[P_s] = 0.9999277$. Như vậy, $P_{shệ} = 1 > [P_s] = 0.9999277$. Do đó hệ kết cấu đảm bảo an toàn về độ cứng, theo tiêu chuẩn EVN 991-:1993.

Bảng 4. Độ tin cậy P_s tại các thời điểm $\sup(u_{8,0max})$ và $\inf(u_{8,0min})$ đối với trường hợp tải có chu kỳ

Thời điểm	P_s	SP	Độ lệch tỷ đối $\delta P_s(\%)$
0.6322s	1	1	0
0.8978s	1	0.99994	0.01

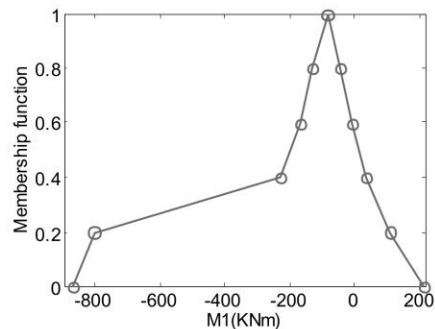
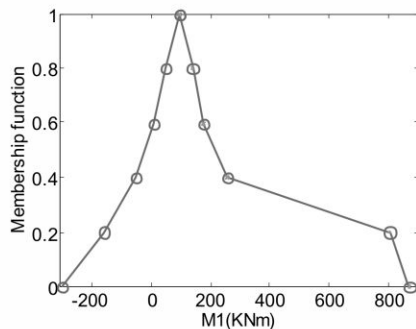


Hình 7. Chuyển vị mờ u_8 tại các thời điểm a) $t = 0.6322s$ b) $t = 0.8978s$

4.2.2 Trường hợp tổ hợp tải trọng điều hòa P có biên độ, tần số là các số mờ và tải trọng tĩnh do trọng lượng riêng phân bố trên dầm và trên cột

a) Phân tích mờ kết cấu

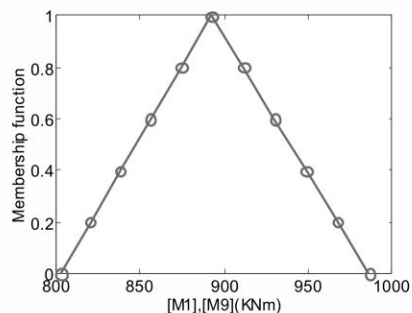
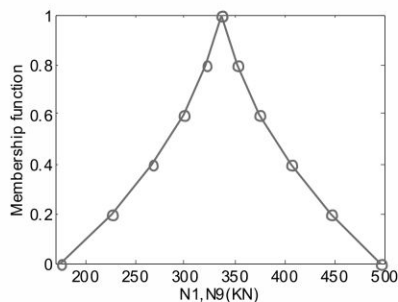
Thực hiện thuật toán đề xuất trong mục 2.1 để xác định nội lực (mô men, lực dọc) mờ. Kết quả trên Hình 8, Hình 9. Tương tự như các tần số dao động riêng trong ví dụ 1, đối với mô men khả năng mờ, mặc dù tồn tại các hệ số bậc 2 a_j nhưng do các hệ số này tương đối nhỏ nên các số mờ đầu ra đều gần như tuyến tính.



Hình 8. Mô men mờ tại chân cột trục A tại các thời điểm a) $t = 0.8018s$ b) $t = 1s$

b) Đánh giá độ tin cậy theo điều kiện bền

Sử dụng thuật giải di truyền GA để xác định mô men khả năng mờ của cột trục A và trục B. Kết quả trên Hình 10.



Hình 9. Lực dọc mờ tại chân cột trục A (B)

Hình 10. Mô men khả năng mờ cột trục A (B)

Tính toán mức độ an toàn của các cấu kiện cột trục A, trục B tại các thời điểm khác nhau theo công thức tỷ số thể tích [14]. Kết quả tính toán được so sánh với công thức tỷ số diện tích, thể hiện trên Bảng 5.

Nhận thấy, hệ kết cấu mất an toàn khi cả cột trục A và cột trục B rơi vào trạng thái mất an toàn. Do đó, mức độ an toàn của kết cấu xác định theo công thức (26). Như vậy $P_{sh\bar{e}} = 0.9997 < [P_s] = 0.9999277$, nên hệ khung không bảo đảm độ tin cậy về bền, theo tiêu chuẩn EVN 1991-:1993.

$$SP_{\text{hệ}} = 1 - \prod_{j=1}^2 (1 - SP_j) = 1 - (1 - 0.9832) \cdot (1 - 0.9837) = 0.9997 \quad (26)$$

Bảng 5. Mức độ an toàn cấu kiện cột theo các công thức khác nhau

Cấu kiện	Thời điểm	Mức độ an toàn SP		Độ lệch (%)
		Công thức tỷ số thể tích	Công thức tỷ số diện tích	
Cột trục A	0.8018s	0.9832	0.9880	0.4847
	1.0s	0.9849	0.9892	0.4342
Cột trục B	0.8065s	0.9846	0.9881	0.3515
	0.9973s	0.9837	0.9882	0.4600



5. Kết luận

Bài báo giới thiệu một thuật toán phân tích mờ đối với hệ kết cấu đàn hồi tuyến tính chịu tác dụng tải trọng động điều hòa. Các cải tiến đối với phương pháp mặt đáp ứng trong thuật toán đề xuất là sự kết hợp các nội dung: sử dụng biến chuẩn trong mô hình hồi quy, thiết kế mẫu theo phương pháp Box - Behnken, lựa chọn mô hình theo phương pháp kiểm tra chéo rời bỏ một tập và đưa ra tiêu chí ước lượng sai lệch tối thiểu. Áp dụng cải tiến này cho phép thu được mô hình thay thế tốt hơn, với đòi hỏi khối lượng tính toán không quá lớn. Các ví dụ số cho thấy, phương pháp mặt đáp ứng cải tiến cho kết quả tin cậy, có thể sử dụng để đánh giá mức độ an toàn của kết cấu. Thuật toán đề xuất có thể sử dụng đối với hệ kết cấu đàn hồi tuyến tính chịu tác dụng của các dạng tải trọng động khác, khi phân tích thành tổng các tải trọng điều hòa.

Tài liệu tham khảo

1. H.De Gersem, D.Moens, W.Desmet, D.Vandepite (2004), "Interval and Fuzzy finite element analysis of mechanical structures with uncertain parameters", *Proceedings of ISMA 2004*.
2. David Moens, Dirk Vandepitte (2005), "A fuzzy finite element procedure for the calculation of uncertain frequency - response functions of damped structures : Part 1 - Procedure", *Journal of Sound and Vibration*, 288, 431 - 462.
3. H.De Gersem, D.Moens, W.Desmet, D.Vandepite (2005), "A fuzzy finite element procedure for the calculation of uncertain frequency - response functions of damped structures : Part 2 - Numerical case studies", *Journal of Sound and Vibration*, 288, 463 - 486.
4. S.Donders, D.Vandepite, J.Van de Peer, W.Desmet (2005), "Assessment of uncertainty on structural dynamic responses with the short transformation method", *Journal of Sound and Vibration*, 288, 523 - 549.
5. Maarten De Munck, David Moens, Wim Desmet, Dirk Vandepitte (2008), "A response surface based optimisation algorithm for the calculation of fuzzy envelope FRFS of models with uncertain properties", *Computers and Structures*, 86, 1080 - 1092.
6. U.O.Akpan, T.S.Koko, I.R.Orisamolu, B.K.Gallant, D.Moens, W.Desmet, D.Vanpitte (2001), "Practical fuzzy finite element analysis of structures", *Finite Elements in Analysis and Design*, 38, 93 - 111.
7. Bernd Möller, Michael Beer (2004), *Fuzzy Randomness - Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics*, Springer, Dresden.
8. Dong, W., Shan, H. (1987), "Vertex method for computing functions of fuzzy variables", *Fuzzy Sets and Systems*, 24, 65 - 78.
9. Hanss M. (2005), *Applied fuzzy arithmetic - An introduction with engineering applications*, Springer, Berlin.
10. Robert L.Mason, Richard F.Guns and James L.Hess (2003), *Statistical Design and Analysis of Experiment : With Applications to Engineering and Science*, John Wiley & Sons, Second Editor,.

11. Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh (2013), "Một thuật toán phân tử hữu hạn mờ phân tích tính hệ thanh có tham số không chắc chắn", *Tuyển tập báo cáo tại Hội nghị khoa học toàn quốc Cơ học vật rắn biến dạng lần thứ XI*, Thành phố Hồ Chí Minh 7 - 9/11/2013.
12. Nestor V. Queipo, Raphael T. Haftka, Wei Shyy, Tushar Goel, Rajkumar Vaidyanathan, P. Kevin Tucker (2005), "Surrogate – based analysis and optimization", *Progress in Aerospace Sciences*, 41, 1- 28.
13. Zbigniew Michalewics (1995), *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer.
14. Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh (2011), "Một phương pháp đánh giá mức độ an toàn của kết cấu trong trường hợp trạng thái và khả năng là các tập mờ hai chiều", *Tạp chí Kết cấu công nghệ xây dựng*, số 6/11-2011.
15. Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh (2013), "Một cách tiếp cận độ tin cậy trên cơ sở chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên", *Tạp chí khoa học công nghệ xây dựng*, số 1/2013.
16. Lê Xuân Huỳnh, Lê Công Duy (2011), "A Formula of evaluating structural safety based on fuzzy set theory", *Vietnam Journal of Mechanics*, N^o.3.
17. Lê Xuân Huỳnh, Nguyễn Hùng Tuấn, Đỗ Văn Bình (2014), "Về phương pháp luận và các công thức đánh giá mức độ an toàn/rủi ro của kết cấu có tham số trạng thái đầu ra dạng phi xác suất", *Tuyển tập báo cáo tại Hội nghị Cơ học kỹ thuật toàn quốc kỷ niệm 35 năm thành lập Viện cơ học*, Hà Nội 9/4/2014.
18. Nguyễn Cao Văn, Trần Thái Ninh (2008), *Giáo trình lý thuyết xác suất và thống kê toán*, Nhà xuất bản Đại học kinh tế quốc dân.
19. Didier Dubois, Henri Prade, Sandra Sandri (1993), "On Possibility/Probability Transformations", *Proceedings of Fourth IFSA Conference*.
20. Didier Dubois, Laurent Foulloy, Gilles Mauris and Henri Prade (2004), "Probability – Possibility Transformations, Triangular Fuzzy Sets, and Probabilistic Inequalities", *Reliable Computing*, 10, pp.273-297, Kluwer Academic Publishers, Printed Netherlands.
21. Didier Dubois (2006), "Possibility Theory and Staticstical Reasoning", *Computational Statistics & Data Analysis*, 51, pp. 47 - 59.
22. Nguyễn Đình Cống (2009), *Tính toán tiết diện cột bê tông cốt thép*, Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội.
23. ENV 1991 -1 :1993, *Basis of design and actions on structures*, CEN, Brussels, 1993