ĐÁNH GIÁ KHẢ NĂNG CHỊU LỰC CỦA TIẾT DIỆN THÉP TẠO HÌNH NGUỘI SUPACEE

Phạm Ngọc Hiếu^{a,*}

^a Khoa Xây dựng, Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội, Km 10, đường Nguyễn Trãi, quận Thanh Xuân, Hà Nội, Việt Nam

Nhận ngày 22/11/2021, Sửa xong 11/2/2022, Chấp nhận đăng 17/2/2022

Tóm tắt

SupaCee là một dạng mới của tiết diện thép chữ C và được tạo ra bằng cách thêm các sườn trung gian vào bản bụng của tiết diện, giúp tăng tính ổn định dẫn đến làm tăng khả lực chịu lực của tiết diện này. Bài báo do đó mục đích đi đánh giá khả năng chịu lực của tiết diện thép tạo hình nguội SupaCee bằng cách so sánh với khả năng chịu lực của tiết diện thép chữ C truyền thống khi chịu nén, uốn hoặc cắt. Tiết diện thép SupaCee và chữ C khảo sát được lấy từ các tiết diện có mặt trên thị trường. Khả năng chịu lực của các tiết diện và cấu kiện được xác định theo tiêu chuẩn Australia AS/NZS 4600-2018, và vật liệu thép được quy định theo tiêu chuẩn Australia AS 1397. Kết quả khảo sát thu được là căn cứ để đánh giá tính ưu việt về khả năng chịu lực của tiết diện chữ C khi chịu nén, uốn hay cắt.

Từ khoá: đánh giá; khả năng chịu lực; tiết diện thép tạo hình nguội; SupaCee.

EVALUATION OF THE CAPACITIES OF THE COLD-FORMED STEEL SUPACEE SECTIONS

Abstract

SupaCee is a new form of the channel section and is made by adding stiffeners in the web, which has been illustrated to be more stable allowing to increase the capacities of the new section. This paper, therefore, is aimed to evaluate the capacities of SupaCee sections by comparing them with the capacities of the traditional channel sections under compression, bending or shear. The investigated SupaCee and channel sections are taken from the available commercial sections. The capacities of the investigated sections and members are determined according to the Australian Standard AS/NZS 4600-2018, and the material properties are regulated in Australian Standard AS 1397. The investigated results are the basis to evaluate the innovation in strength improvements of SupaCee sections in comparison with those of channel sections under compression, bending or shear.

Keywords: evaluation; capacities; cold-formed steel sections; SupaCee.

https://doi.org/10.31814/stce.huce(nuce)2022-16(1V)-08 © 2022 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

1. Giới thiệu

Tiết diện thép tạo hình nguội có xu hướng sử dụng ngày càng rộng rãi trong các ứng dựng kết cấu trên thế giới do những ưu điểm của nó về chi phí vật liệu, công nghệ sản xuất hiện đại, và thuận tiện trong bảo quản, vận chuyển và thi công lắp dựng [1]. Tiết diện thép chữ C tạo hình nguội là loại phổ biến dễ dùng trong các kết cấu khung và có mặt trên thị trường quốc tế trong hơn ba thập kỷ qua [2]. Do đặc điểm chiều dày tiết diện nhỏ và bản bụng rộng, tiết diện này có xu hướng xảy ra mất ổn định cục bộ khá sớm, có thể gây lãng phí vật liệu [3]. Vấn đề này sau đó đã được khắc phục bằng cách đưa

^{*}Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: hieupn@hau.edu.vn (Hiếu, P. N.)

các sườn cứng trung gian vào bản bụng làm tăng tính ổn định của tiết diện, tạo nên một loại tiết diện mới được đặt tên là tiết diện SupaCee (xem Hình 4). Tiết diện mới này không những làm cải thiện hơn về khả năng chịu lực mà còn giúp có những hiệu quả khác trong quá trình vận chuyển và thi công lắp dựng như đã được đề cập trong tài liệu [4], cụ thể là: (i) Tính ổn định cục bộ của tiết diện tốt hơn giúp an toàn hơn và giảm nhân công trong quá trình lắp dựng; (ii) Sườn biên được uốn cong giúp an toàn hơn trong quá trình gia công, vận chuyển lắp dựng do hạn chế được phần biên sắc nhọn.

Tiết diện thép tạo hình nguội là loại tiết diên thành mỏng nên dễ có xu hướng xảy ra mất ổn định với các dạng mất ổn định tiết diện hay mất ổn định tổng thể. Mất ổn định của tiết diện chia ra làm mất ổn định cục bộ của phần tử tiết diện (xem Hình 1(a)) hay mất ổn định méo tiết diện (xem Hình 1(b)). Trong khi mất ổn định cục bộ là do biến dạng uốn của các phần bản cánh và bản bụng, mất ổn định méo lại có sự biến dạng tại các điểm nút giao giữa phần cánh và phần bụng; và mất ổn định tổng thể sẽ quan sát thấy các hiện tượng uốn ngang, xoắn hoặc đồng thời cả uốn ngang và xoắn với cấu kiện mà không có sự biến dạng của tiết diện (xem Hình 1(c)).



(c) Mất ổn định tổng thể

Hình 1. Các dạng mất ổn định Ghi chú: ¹Khái niệm "Mất ổn định méo tiết diện" tương đương với khái niệm "Mất ổn định oằn văn" trong một số sách đã xuất bản

Trong thiết kế, phương pháp bề rộng hiệu dụng (Effective width method-EWM) được sử dụng phổ biến trong tính toán dựa trên cơ sở lý thuyết ổn định tấm phẳng [5], đã giải quyết được ảnh hưởng của mất ổn định cục bộ đến độ bền của cấu kiện thành mỏng, song nó khá phức tạp trong tính toán và không áp dụng khi thiết kế các tiết diện phức tạp hoặc nhiều sườn trung gian [6]. Do đó một phương pháp mới có tên là phương pháp cường độ trực tiếp (Direct Strength Method – DSM) đã được đề xuất và đã được quy định trong tiêu chuẩn của Australia [7] và Hoa Kỳ [8] về kết cấu thép tạo hình nguội,

giúp quá trình thiết kế đơn giản và nhanh chóng hơn kể cả cho các tiết diện phức tạp [6] dựa trên các phân tích mất ổn định tuyến tính với sự hỗ trợ của các phần mềm phân tích THIN-WALL-2 ([9, 10]) hay CUFSM [11]. Phương pháp DSM đã chứng minh được ưu điểm của nó trong thiết kế, giúp hiểu sâu sắc hơn về ứng xử mất ổn định của tiết diện thép tạo hình nguội [2], và sẽ được dùng để khảo sát trong bài báo này.

Sư có mặt của các sườn cứng được cho là giúp tăng khả năng chiu lực của cấu kiên thép tao hình nguôi và đã được khảo sát thông qua nhiều nghiên cứu về cả chịu nén, uốn và cắt. Về cấu kiên chịu nén, Hancock và các tác giả ([12–16]) đã thực hiện hàng loạt các thí nghiêm về cấu kiện có các sườn biên phức tạp chiu nén để hiểu được ứng xử của chúng khi xảy ra mất ổn định méo. Các thí nghiêm của sườn với phần cánh do Seah và Rhodes [17] thực hiện để quan sát ứng xử của phần cánh, và sau đó cũng được đề xuất để điều chỉnh phương pháp bề rông hiêu dung trong thiết kế có xét đến hiên tương méo tiết diên. Wang và các tác giả, Yan và Young, Xiang và các tác giả ([18–24]) đã khảo sát ứng xử của côt thép chữ C với các sườn biên gia cường. Manikandan và các tác giả [25] đã nghiên cứu ảnh hưởng của ba loai sườn cứng trung gian trên bản bung của tiết diên thép chữ C chiu nén. Chen và các tác giả [26] thí nghiêm khảo sát khả năng chiu lực của các côt ngắn dang chữ C và chữ Z với sư thay đổi đa dang của các sườn trung gian và sườn biên. Các nghiên cứu trên có dùng các kết quả thí nghiêm để kiểm chứng với mô hình phần tử hữu han để phát triển mô hình số hóa cho các dạng tiết diện khác nhau, sau đó dùng để so sánh với các tiêu chuẩn tính toán và đề xuất các điều chỉnh trong thiết kế. Về cấu kiên chiu uốn, Ye và các tác giả [27] đã khảo sát ảnh hưởng của các sườn trung gian trên bản bung tới khả năng chiu uốn của tiết diên chữ C dựa trên tiêu chuẩn Eurocode 3 [28], và kết quả cho thấy các sườn trung gian không làm tăng khả năng chiu lực do mất ổn đinh tổng thể của cấu kiên nhưng hiệu quả với khả năng chiu lực của tiết diện. Kết quả tương tự cũng thu được do Chun-gang và các tác giả [29] trong nghiên cứu ảnh hưởng của các sườn biên đến khả năng chiu uốn của tiết diên chữ C. Manikadan và Arun [30] nghiên cứu ứng xử của tiết diên tổ hợp chữ I chiu uốn sử dung thí nghiêm và mô hình số hóa, và kết quả thu được làm căn cứ để đánh giá và đề xuất điều chỉnh tiêu chuẩn thiết kế. Khả năng chiu nén hay uốn cũng được xem xét trong các nghiên cứu khác thông qua viêc mô phỏng mô hình của Vy và các tác giả [31] hay khảo sát lý thuyết của Vu và Hoang [32].

Các trường hợp mất ổn định trên đã được xem xét cho các cấu kiên chiu nén hoặc uốn trong nhiều nghiên cứu trước, song chưa có một lý thuyết nào thống nhất cho mất ổn định chịu cắt của tiết diện [1]. Một trong những thí nghiệm về chịu cắt của tiết diện thép tạo hình nguội được thực hiện bởi Pham và Hancock ([33–36]) đã đưa ra các ứng xử của tiết diên thép chữ C và SupaCee khi chiu cắt, làm căn cứ cho việc phát triển mô hình số hóa và các đề xuất thiết kế. Sư phát triển của phương pháp DSM gần đây cho tiết diện tạo hình nguội chịu cắt yêu cầu đưa ra các phân tích mất ổn định tuyến tính của tiết diện chiu cắt. Hancock và Pham ([37, 38]) đã sử dụng phương pháp dải bản hữu han dạng hình sin (Semi-analytical finite strip method - SAFSM) đề xuất bởi Plank và Wittrick để phát triển phân tích mất ổn đinh do cắt cho trường hợp các biên tư do. Pham và Hancock [39] sau đó cũng dùng các phân tích dải bản hữu han dạng đường đa thức (spline finite strip analysis -SFSA) đề xuất bởi Lau và Hancock [40] để khảo sát mất ổn định do cắt của tiết diện chữ C và SupaCee với các điều kiện biên được ngàm chặt. Tuy nhiên các phân tích dải hữu han dạng đa thức (SFSA) yêu cầu nguồn dữ liêu máy tính cao do khối lương tính toán nhiều, nên Hancock và Pham [41] đã phát triển môt dang mới của phân tích hữu hạn dạng hình sin (SAFSM) gọi là "reSAFSM" cho phép phân tích tiết diện thép tạo hình nguội chịu cắt với các điều kiện biên được ngàm chặt. Phương pháp phân tích dải bản hữu hạn dang hình sin (SAFSM) sau đó làm cơ sở để phát triển phần mềm THIN-WALL-2 [9] trong phân tích chiu cắt [42]. Phần mềm THIN-WALL-2 được sử dung cho các phân tích mất ổn đinh tuyến tính của tiết diện thép tạo hình nguội chịu nén, uốn, cắt hay các dạng chịu lực kết hợp theo tiêu chuẩn AS/NZS 4600-2018 [7], và sẽ được sử dụng để xác định ứng suất mất ổn định tuyến tính trong bài báo này.

Các nghiên cứu trước phát triển các thí nghiệm và các mô hình số hóa về tiết diện thép tạo hình nguội có xem xét đến các sườn gia cường để đánh giá về mặt ứng xử của tiết diện và là cơ sở để đề xuất thiết kế. Tuy nhiên, việc thêm các sườn gia cường mang lại hiệu quả ra sao cho tiết diện SupaCee thì chưa có một nghiên cứu để đánh giá định lượng về vấn đề này, đặc biệt cho các tiết diện thép tạo hình nguội chữ C và SupaCee có mặt trên thị trường. Hiệu quả này sẽ được quan tâm bởi người sử dụng và người thiết kế và có thể được đánh giá bằng cách so sánh khả năng chịu lực của hai loại tiết diện này (chữ C và SupaCee) khi có cùng một chi phí vật liệu đầu vào. Do đó bài báo sẽ tập trung trả lời câu hỏi này thông qua khảo sát khả năng chịu lực của hai loại tiết diện chữ C và SupaCee chịu nén, uốn hay chịu cắt với các tiết diện có mặt trên thị trường được cung cấp bởi BlueScope Lysaght [4], và các đặc trưng vật liệu được quy định theo tiêu chuẩn Australia AS 1397 [43]. Khả năng chịu lực của cấu kiện và tiết diện được xác định theo tiêu chuẩn Australia AS/NZS 4600-2018 [7] có sử dụng phần mềm THIN-WALL-2 ([9, 10]) trong phân tích mất ổn định tuyến tính của tiết diện.

2. Xác định khả năng chịu lực của cấu kiện thép tạo hình nguội chịu nén, uốn hoặc cắt

Khả năng chịu lực của cấu kiện thép tạo hình nguội được xác định theo tiêu chuẩn Australia AS/NZS 4600-2018 [7] cho các trường hợp chịu nén, uốn hay cắt được trình bày dưới đây.

2.1. Cấu kiện chịu nén tiết diện nguyên

Khả năng chịu lực danh nghĩa của cấu kiện chịu nén là giá trị nhỏ nhất trong ba giá trị lực, bao gồm lực gây ra mất ổn định tổng thể (N_{ce}) , lực gây ra mất ổn định cục bộ (N_{cl}) , và lực gây ra mất ổn định méo (N_{cd}) .

- Lực gây ra mất ổn định tổng thể:

$$N_{ce} = \left(0.658^{\lambda_c^2}\right) N_y \qquad \text{khi } \lambda_c \le 1.5$$

$$N_{ce} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right) N_y \qquad \text{khi } \lambda_c > 1.5$$
(1)

- Lực gây ra mất ổn định cục bộ:

$$N_{cl} = N_{ce} \qquad \text{khi } \lambda_l \le 0,776$$

$$N_{cl} = \left[1 - 0,15 \left(\frac{N_{ol}}{N_{ce}}\right)^{0,4}\right] \left(\frac{N_{ol}}{N_{ce}}\right)^{0,4} N_{ce} \qquad \text{khi } \lambda_l > 0,776 \qquad (2)$$

- Lực gây ra mất ổn định méo tiết diện:

$$N_{cd} = N_y \qquad \text{khi } \lambda_d \le 0,561$$

$$N_{cd} = \left[1 - 0,25 \left(\frac{N_{od}}{N_y}\right)^{0,6}\right] \left(\frac{N_{od}}{N_y}\right)^{0,6} N_y \qquad \text{khi } \lambda_d > 0,561 \qquad (3)$$

trong đó λ_c , λ_l và λ_d là các độ mảnh không đơn vị, $\lambda_c = \sqrt{N_y/N_{oc}}$; $\lambda_l = \sqrt{N_{ce}/N_{ol}}$; $\lambda_d = \sqrt{N_y/N_{od}}$; N_y là lực gây ra chảy dẻo của tiết diện chịu nén; N_{oc} là lực gây mất ổn định đàn hồi nhỏ nhất chịu nén trong các dạng mất ổn định uốn, xoắn, và uốn-xoắn đồng thời; N_{ol} và N_{od} là các lực mất ổn định cục bộ và méo đàn hồi của tiết diện.

2.2. Cấu kiện chịu uốn tiết diện nguyên

Khả năng chịu mô men danh nghĩa là giá trị mô men nhỏ nhất trong ba giá trị, bao gồm mô men gây mất ổn định uốn-xoắn (M_{be}) , môm men gây mất ổn định cục bộ (M_{bl}) , và mô men gây mất ổn định méo (M_{bd}) .

- Mô men gây mất ổn định tổng thể:

$$M_{be} = M_o \qquad \text{khi } M_o < 0.56M_y$$

$$M_{be} = \frac{10}{9} \left(1 - \frac{10M_y}{36M_0} \right) M_y \qquad \text{khi } 0.56M_y \le M_o \le 2.78M_y \qquad (4)$$

$$M_{be} = M_y \qquad \text{khi } M_o > 2.78M_y$$

- Mô men gây mất ổn định cục bộ:

$$M_{bl} = M_{be} \qquad \text{khi } \lambda_l \le 0,776$$

$$M_{bl} = \left[1 - 0,15 \left(\frac{M_{ol}}{M_{be}}\right)^{0,4}\right] \left(\frac{M_{ol}}{M_{be}}\right)^{0,4} M_{be} \qquad \text{khi } \lambda_l > 0,776 \qquad (5)$$

- Mô men gây mất ổn định méo tiết diện:

$$M_{bd} = M_y \qquad \text{khi } \lambda_d \le 0,673$$

$$M_{bd} = \left[1 - 0,22 \left(\frac{M_{od}}{M_y}\right)^{0,5}\right] \left(\frac{M_{od}}{M_y}\right)^{0,6} M_y \qquad \text{khi } \lambda_d > 0,673 \qquad (6)$$

trong đó λ_l và λ_d là độ mảnh không đơn vị, $\lambda_l = \sqrt{M_{be}/M_{ol}}$; $\lambda_d = \sqrt{M_y/M_{od}}$; M_y và M_o tương ứng là mô men chảy và mô men mất ổn định uốn-xoắn; M_{ol} , M_{od} là các mô men mất ổn định cục bộ và méo tiết diện đàn hồi.

Chú ý rằng khả năng chịu lực do mất ổn định cục bộ (N_{cl}, M_{cl}) là có xem xét đến hiện tượng xảy ra đồng thời cả mất ổn định cục bộ và tổng thể; còn khả năng chịu lực chỉ do mất ổn định cục bộ gây ra được xác định cho các tiết diện cột ngắn và dầm ngắn hay khi được chống đõ bằng các hệ giằng nhằm chống mất ổn định tổng thể. Khi đó, các giá trị N_{ce} và M_{be} trong công thức (2) và (5) được thay thế tương ứng bằng các giá trị lực và mô men gây ra chảy dẻo $(N_y$ và $M_y)$.

2.3. Khả năng chịu cắt của tiết diện nguyên

Khả năng chịu cắt của tiết diện không có sườn đứng gia cường được xác định theo tiêu chuẩn AS/NZS 4600-2018 [7] như sau:

$$V_{\nu} = V_{y} \qquad \text{khi } \lambda_{\nu} \le 0.815$$

$$V_{\nu} = 0.815 \sqrt{V_{cr}/V_{y}} \qquad \text{khi } 0.815 < \lambda_{\nu} \le 1.227 \qquad (7)$$

$$V_{\nu} = V_{cr} \qquad \text{khi } \lambda_{\nu} > 1.227$$

trong đó λ_v là độ mảnh không đơn vị của tiết diện khi chịu cắt, $\lambda_v = \sqrt{V_y/V_{cr}}$; V_y , V_{cr} là lực cắt gây ra chảy dẻo và lực cắt gây mất ổn định tuyến tính của tiết diện. Lực V_y được xác định $V_y = 0, 6A_w f_y$, với A_w là diện tích của phần bụng, f_y là ứng suất chảy dẻo của vật liệu. Lực mất ổn định tuyến tính do cắt V_{cr} được xác định theo Phụ lục D, tiêu chuẩn AS/NZS 4600-2018 [7] hoặc sử dụng phần mềm THIN-WALL-2 ([9, 10]).

3. Phân tích mất ổn định tuyến tính của tiết diện

Phân tích mất ổn định tuyến tính là một yêu cầu bắt buộc trong tính toán khi thiết kế tiết diện thép tạo hình nguội theo phương pháp cường độ trực tiếp (DSM), và được thực hiện bằng cách sử dụng phần mềm THIN-WALL-2 [9] trong bài báo này. Phần mềm này được phát triển bởi nhóm tác giả (TS. Van Vinh Nguyen, TS. Cao Hung Pham và GS. Gregory Hancock) tại trường Đại học Sydney, có thể dùng để phân tích mất ổn định tuyến tính của các loại tiết diện kim loại tạo hình nguội chịu nén, uốn, cắt, lực cục bộ hay các dạng chịu lực kết hợp. Tham khảo thêm về phần mềm này có thể tìm thêm trong các công bố của các tác giả ([9, 44, 45]).

Phần mềm THIN-WALL-2 [9] thực hiện phân tích ổn định của tiết diện sử dụng phương pháp dải bản hữu hạn [46], để đưa ra kết quả phân tích là một đường cong "Signature curve" được dịch ra là "Đường cong chữ ký" mà thể hiện được quan hệ giữa ứng suất mất ổn định và chiều dài nửa bước sóng (tương ứng với chiều dài của tiết diện xảy ra mất ổn định). Với cấu kiện chịu nén và uốn, "đường cong chữ ký" sẽ đưa ra cho mỗi tiết diện có đặc trưng với hai điểm cực tiểu, với điểm cực tiểu đầu tiên có nửa bước sóng ngắn nhất ứng với mất ổn định cục bộ và điểm cực tiểu thứ hai có nửa bước sóng có chiều dài trung bình ứng với ứng suất mất ổn định méo tiết diện (xem Hình 2); và giá trị ứng suất với chiều dài nửa bước sóng lớn hơn ứng với mất ổn định tổng thể. Với cấu kiện chịu cắt, đường cong chữ ký được thể hiện như Hình 3 cho tiết diện SupaCee khi lực cắt tác dụng theo phương bản bụng với điểm cực tiểu trên đường biểu diễn là giá trị ứng suất mất ổn định tuyến tính do cắt. Với sự hỗ trợ của phần mềm THIN-WALL-2 [9], các giá trị ứng suất mất ổn định tuyến tính của tiết diện chữ C và SupaCee được xác định khi chịu nén, uốn hay cắt được trình bày trong Mục 4.



Hình 2. Đường cong ứng suất mất ổn định của một tiết diện chịu nén



Hình 3. Đường cong ứng suất mất ổn định của một tiết diện chịu cắt

4. Đánh giá khả năng chịu lực của tiết diện SupaCee so với tiết diện chữ C

4.1. Tính chất vật liệu và kích thước tiết diện khảo sát

Tính chất vật liệu của tiết diện thép được lấy theo tiêu chuẩn Australia AS 1397 [43] có chia ra các mác thép từ G250 đến G550. Mác thép G450 là mác phổ biến sẽ được dùng trong khảo sát này, với ứng suất chảy là 450 MPa. Các tiết diện thép chữ C và SupaCee dùng cho khảo sát được lấy từ các tiết diện thương mại được cung cấp bởi BlueScope Lysaght [4] tại Australia với các kích thước được đưa ra trong Bảng 1. Để đánh giá tính hiệu quả của tiết diện SupaCee do thêm các sườn trung gian, các tiết diện chữ C và SupaCee sẽ có cùng một chi phí vật liệu để làm cơ sở so sánh khi chịu nén, uốn và cắt, được trình bày chi tiết trong các mục tiếp theo.



Hình 4. Các kích thước chính của tiết diện chữ C và SupaCee

| Tiết diện | t | D | В | L_1 | L_2 | L | GS | S | α_1 | α_2 |
|-----------|-----|-----|-----|-------|-------|------|-----|----|------------|------------|
| SC/C15012 | 1,2 | 152 | 64 | 7,5 | 7,5 | 14,5 | 64 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C15015 | 1,5 | 152 | 64 | 7,5 | 7,5 | 14,5 | 64 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C15019 | 1,9 | 152 | 64 | 7,5 | 7,5 | 14,5 | 64 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C15024 | 2,4 | 152 | 64 | 7,5 | 7,5 | 14,5 | 64 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C20012 | 1,2 | 203 | 76 | 10 | 10 | 19,5 | 115 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C20015 | 1,5 | 203 | 76 | 10 | 10 | 19,5 | 115 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C20019 | 1,9 | 203 | 76 | 10 | 10 | 19,5 | 115 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C20024 | 2,4 | 203 | 76 | 10 | 10 | 19,5 | 115 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C25015 | 1,5 | 254 | 76 | 11 | 11 | 21,5 | 166 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C25019 | 1,9 | 254 | 76 | 11 | 11 | 21,5 | 166 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C25024 | 2,4 | 254 | 76 | 11 | 11 | 21,5 | 166 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C30019 | 1,9 | 300 | 96 | 14 | 14 | 27,5 | 212 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C30024 | 2,4 | 300 | 96 | 14 | 14 | 27,5 | 212 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C30030 | 3,0 | 300 | 96 | 14 | 14 | 27,5 | 212 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C35019 | 1,9 | 350 | 125 | 15 | 15 | 30,0 | 262 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C35024 | 2,4 | 350 | 125 | 15 | 15 | 30,0 | 262 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C35030 | 3,0 | 350 | 125 | 15 | 15 | 30,0 | 262 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C40019 | 1,9 | 400 | 125 | 15 | 15 | 30,0 | 312 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C40024 | 2,4 | 400 | 125 | 15 | 15 | 30,0 | 312 | 42 | 5 | 35 |
| SC/C40030 | 3,0 | 400 | 125 | 15 | 15 | 30,0 | 312 | 42 | 5 | 35 |

Bảng 1. Kích thước tiết diên của chữ C và SupaCee [4]

Ghi chú: các bán kính trong $r_1 = r_2 = 5$ mm; các chiều dài có đơn vị mm, các góc có đơn vị độ (\circ)

4.2. Khảo sát khả năng chịu nén và uốn của cấu kiện và tiết diện

Úng suất mất ổn định cục bộ và méo tiết diện khi chịu nén và chịu uốn được xác định bằng cách sử dụng phần mềm THIN-WALL-2 đã được thực hiện và báo cáo chi tiết trong ([47, 48]). Các giá trị ứng suất này làm căn cứ để xác định khả năng chịu lực của cấu kiện theo phương pháp DSM.

Các cấu kiện chịu nén và uốn khảo sát sử dụng tiết diện SupaCee và chữ C có chiều dài thay đổi từ 2,0 m đến 8,0 m, và có sơ đồ tính toán được thể hiện như trên Hình 5, trong đó hệ giằng được đặt giữa dầm hay cột nhằm giảm chiều dài tính toán theo phương trục yếu của tiết diện. Phương pháp DSM sau đó được sử dụng để xác định khả năng chịu lực của các cấu kiện tiết diện SupaCee và chữ C với các chiều dài khác nhau. Phương pháp DSM đưa ra các khả năng chịu lực cho từng trường hợp mất ổn định, cụ thể là do mất ổn định cục bộ, méo tiết diện hay tổng thể, sau đó khả năng chịu lực của cấu kiện là giá trị nhỏ nhất trong các giá trị trên. Chi tiết về khả năng chịu lực của cấu kiện chịu nén hay uốn được trình bày trong báo cáo đề tài của Pham [47] hay trong bài báo của Pham và Vu [48].



Hình 5. Sơ đồ làm việc cấu kiện chịu nén và uốn

Dựa vào các kết quả khảo sát ([47, 48]), khả năng chịu lực của cấu kiện SupaCee về cơ bản cao hơn so với cấu kiện chữ C, đến 20% cho chịu nén và 9% cho chịu uốn. Tuy nhiên, khả năng chịu lực của một số cấu kiện SupaCee lại nhỏ hơn so với cấu kiện chữ C bởi các nguyên nhân:

- Cấu kiện bị phá hoại do mất ổn định tổng thể cho các cấu kiện dài và có chiều dày lớn.

- Việc giảm khả năng chịu lực tổng thể dẫn đến giảm khả năng chịu lực cục bộ do hiện tượng giao thoa giữa mất ổn định cục bộ và tổng thể.

- Cấu kiện bị phá hoại do mất ổn định méo tiết diện cho các cấu kiện mỏng và ngắn.

Để nâng cao hiệu quả sử dụng của cấu kiện SupaCee, các nguyên nhân trên có thể được khắc phục bằng cách ngăn cản mất ổn định tổng thể và mất ổn định méo tiết diện xảy ra theo các sơ đồ trên Hình 6. Mất ổn định tổng thể và méo tiết diện có thể được hạn chế bằng cách sử dụng các xà gồ tường và xà gồ mái với khoảng cách từ 1 m đến 2 m (ngăn cản mất ổn định tổng thể), và dùng các tấm vách hay tấm mái liên kết với các bản cánh của cột hay dầm (ngăn cản mất ổn định méo tiết diện), cụ thể với hai trường hợp được xem xét dưới đây:

- Trường hợp 1: Chỉ ngăn mất ổn định tổng thể. Khả năng chịu lực tổng thể của cấu kiện tiến đến giá trị lực dọc hay mô men chảy dẻo (N_y, M_y) . Khi đó khả năng chịu lực của cấu kiện đạt tiệm cận đến giá trị mất ổn định tiết diện, bao gồm mất ổn định cục bộ tiết diện (N_{cl}, M_{bl}) với việc thay (N_{ce}, M_{be}) bằng (N_y, M_y) trong công thức (2) và (5) hay mất ổn định méo tiết diện (N_{cd}, M_{bd}) theo công thức (3) và (6). Khả năng chịu lực của tiết diện là giá trị nhỏ hơn của một trong hai giá trị mất ổn định tiết diện như trên Hình 7(c) và 8(c), trong đó trục nằm ngang biểu thị cho khả

năng chịu lực danh nghĩa của tiết diện chữ C, và trục thẳng đứng là độ chênh lệch theo % về khả năng chịu lực danh nghĩa giữa tiết diện SupaCee và tiết diện chữ C.

- Trường hợp 2: Ngăn cả mất ổn định tổng thể và mất ổn định méo tiết diện, khi đó tiết diện chỉ có thể bị phá hoại do chảy dẻo kết hợp với mất ổn định cục bộ. Khả năng chịu lực của tiết diện chính là lực dọc hay mô men do mất ổn định cục bộ tiết diện gây ra (N_{cl}, M_{bl}) , được biểu diễn như trên Hình 7(d) và 8(d).



Hình 6. Mô hình chịu tải khi có hệ giằng chống mất ổn định tổng thể và méo tiết diện



Hình 7. So sánh khả năng chịu lực của tiết diện SupaCee và tiết diện chữ C chịu nén



Hiếu, P. N. / Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng

Hình 8. So sánh khả năng chịu lực của tiết diện SupaCee và tiết diện chữ C chịu uốn

Với trường hợp 1, mặc dù ổn định tổng thể đã được ngăn cản và lực hay mô men gây mất ổn định cục bộ của tiết diện SupaCee đã cao hơn rõ rệt so với tiết diện chữ C (xem Hình 7(a) và 8(a)) song tiết diện SupaCee chịu nén hay uốn không thể hiện được sự tăng lên về khả năng chịu lực như thể hiện trên Hình 7(c) và 8(c) với độ chênh lệch khả năng chịu lực của hai tiết diện này dao động trên dưới khoảng 2%. Điều này được giải thích do mất ổn định méo tiết diện đóng vai trò chủ đạo dẫn đến phá hoại của hầu hết các tiết diện SupaCee và chữ C. Ưu điểm của tiết diện SupaCee về khả năng chịu nén hay uốn không được thể hiện trong sơ đồ làm việc này.

Với trường hợp 2, kết quả cho thấy khả năng chịu lực của tiết diện SupaCee cao hơn hẳn so với tiết diện chữ C nhờ có thêm các sườn trung gian ở bản bụng, lên đến khoảng 25% cho chịu nén (xem Hình 7(d)) và 15% cho chịu uốn (xem Hình 8(d)). Trong trường hợp này mất ổn định méo tiết diện đã được ngăn cản, và do đó mất ổn định cục bộ đã xảy ra cho tất cả các tiết diện khảo sát. Sơ đồ này cũng cho thấy tính hiệu quả của các sườn trung gian thể hiện rõ với các tiết diện có kích thước và bề dày nhỏ, và giảm dần khi kích thước và bề dày của tiết diện tăng lên.

4.3. Khảo sát khả năng chịu cắt tiết diện

Úng suất mất ổn định tuyến tính do cắt được xác định bằng cách sử dụng chương trình THIN-WALL-2 [9], được đưa vào trong Bảng 2. Các thành phần ứng suất này được sử dụng để xác định khả năng chịu cắt của các tiết diện SupaCee và chữ C theo tiêu chuẩn AS/NZS 4600-2018 [7] như đã trình bày trong Mục 2. Khả năng chịu cắt danh nghĩa của các tiết diện khảo sát được liệt kê trong Bảng 2 và được vẽ lên biểu đồ phần trăm như Hình 9, trong đó trục nằm ngang biểu thị cho khả năng chịu cắt danh nghĩa của tiết diện chữ C theo đơn vị kN, và trục thẳng đứng là độ chênh lệch theo % về khả năng chịu cắt danh nghĩa giữa tiết diện SupaCee và tiết diện chữ C.

| Tiết diện – | Ứng suất mấ | t ổn định chịu cắt (MPa) | Khả năng chịu cắt (kN) | | | |
|-------------|-------------|--------------------------|------------------------|---------|--------------|--|
| | Chữ C | SupaCee | Chữ C | SupaCee | $\Delta(\%)$ | |
| 15012 | 90,87 | 111,01 | 15,00 | 18,33 | 22,16% | |
| 15015 | 138,12 | 162,30 | 28,38 | 33,35 | 17,51% | |
| 15019 | 220,97 | 246,57 | 51,52 | 54,42 | 5,63% | |
| 15024 | 349,92 | 370,84 | 81,29 | 83,68 | 2,95% | |
| 20012 | 49,55 | 59,62 | 11,15 | 13,42 | 20,32% | |
| 20015 | 77,43 | 88,36 | 21,72 | 24,78 | 14,12% | |
| 20019 | 124,22 | 135,64 | 43,95 | 47,99 | 9,19% | |
| 20024 | 197,83 | 208,23 | 83,72 | 85,89 | 2,59% | |
| 25015 | 50,43 | 56,25 | 17,93 | 20,00 | 11,54% | |
| 25019 | 80,75 | 86,64 | 36,24 | 38,88 | 7,29% | |
| 25024 | 127,80 | 133,52 | 72,14 | 75,37 | 4,48% | |
| 30019 | 57,29 | 61,98 | 31,15 | 33,70 | 8,19% | |
| 30024 | 91,30 | 96,76 | 62,49 | 66,23 | 5,98% | |
| 30030 | 142,15 | 148,80 | 121,11 | 126,78 | 4,68% | |
| 35019 | 41,47 | 44,88 | 26,49 | 28,67 | 8,22% | |
| 35024 | 66,21 | 70,62 | 53,26 | 56,81 | 6,66% | |
| 35030 | 103,36 | 109,25 | 103,57 | 109,47 | 5,70% | |
| 40019 | 32,15 | 35,09 | 23,59 | 25,75 | 9,14% | |
| 40024 | 51,22 | 55,33 | 47,35 | 51,15 | 8,02% | |
| 40030 | 79,78 | 85,63 | 91,91 | 98,65 | 7,33% | |

Bảng 2. Ứng suất mất ổn định chịu cắt và khả năng chịu cắt danh nghĩa

Chú ý: $\Delta\%$ là độ lệch về khả năng chịu cắt danh nghĩa giữa tiết diện SupaCee và tiết diện chữ C, đơn vị là %.

Kết quả trên Hình 9 đã chứng tỏ sự ưu việt về khả năng chịu cắt của tiết diện SupaCee so với tiết diện chữ C nhờ sự có mặt của các sườn cứng trên bản bụng, đã làm tăng khả năng chịu cắt lên đến 22%. Sự tăng khả năng chịu cắt này thể hiện rõ ràng hơn với các tiết diện có chiều dày nhỏ. Ví dụ tiết diện SupaCee chiều cao 250 (SC250) có khả năng chịu cắt so với tiết diện chữ C cùng chiều cao (C250) từ 11,54% xuống 4,48% khi chiều dày từ 1,5 mm tăng lên 2,4 mm. Xu hướng này tương tự cũng thấy ở các tiết diện khác.

Với tiết diện có kích thước nhỏ bao gồm C/SC150 và C/SC200, sự tăng về khả năng chịu cắt được thấy rõ ràng hơn cho tiết diện có kích



Hình 9. So sánh khả năng chịu cắt của tiết diện SupaCee và chữ C

thước nhỏ hơn (SC150) thông qua sự tăng về khả năng chịu cắt của tiết diện SC150 cao hơn so với tiết diện SC200 cho hầu hết các chiều dày khảo sát. Với tiết diện có kích thước lớn từ SC250 đến SC400,

sự tăng khả năng chịu cắt lại trở lên đáng kể khi độ mảnh của bản bụng tăng lên. Ví dụ độ mảnh bản bụng tăng từ tiết diện SC25019 lên tiết diện SC40019 (tức là các tiết diện có cùng chiều dày, nhưng chiều cao bản bụng tăng) thì sự tăng khả năng chịu cắt cũng tăng từ 7,29% lên 9,14% giữa tiết diện SupaCee và chữ C. Điều này cũng thấy tương tự cho các chiều dày khác.

5. Kết luận

Bài báo khảo sát và so sánh khả năng chịu lực của tiết diện SupaCee so với tiết diện chữ C khi chịu nén, uốn hay cắt. Các tiết diện này được lấy từ các tiết diện thương mại trên thị trường được dùng cho khảo sát trên tiêu chí có cùng chi phí vật liệu. Khả năng chịu lực của các tiết diện khảo sát được tính theo tiêu chuẩn AS/NZS 4600-2018 với sự hỗ trợ của phần mềm THIN-WALL-2 trong phân tích mất ổn định tuyến tính. Dựa trên sự so sánh các kết quả khảo sát, các kết luận sau được đưa ra:

- Khả năng chịu nén hay uốn của tiết diện SupaCee thể hiện tính ưu việt so với tiết diện chữ C khi mất ổn định méo tiết diện được ngăn cản. Khi đó mất ổn định cục bộ xảy ra cho cả hai loại tiết diện khảo sát, và tiết diện SupaCee có khả năng chịu nén hay uốn cao hơn đáng kể so với tiết diện chữ C nhờ có các sườn trung gian trên bản bụng.

 Tính ưu việt về khả năng chịu nén hay uốn của tiết diện SupaCee so với tiết diện chữ C được thể hiện rõ cho các tiết diện có kích thước nhỏ và chiều dày mỏng, và giảm dần khi kích thước và chiều dày tiết diện tăng.

 Tiết diện SupaCee đã chứng tỏ khả năng chịu cắt cao hơn hẳn so với tiết diện chữ C nhờ sự có mặt của các sườn trung gian trên bản bụng. Tính hiệu quả của các sườn gia cường này được thể hiện rõ hơn cho các tiết diện có độ mảnh bản bụng cao.

Các kết luận trên đã cung cấp những hiểu biết nhất định về ứng xử và khả năng chịu lực của tiết diện SupaCee so sánh với tiết diện chữ C truyền thống khi chịu nén, uốn hay cắt, và đưa cho người thiết kế có những căn cứ để lựa chọn loại tiết diện phù hợp để đạt hiệu quả hơn về mặt chịu lực.

Tài liệu tham khảo

- [1] Yu, W.-W., LaBoube, R. A., Chen, H. (2019). Cold-Formed Steel Design. Wiley.
- [2] Hancock, G. J., Pham, C. H. (2016). New section shapes using high-strength steels in cold-formed steel structures in Australia. *Recent Trends in Cold-Formed Steel Construction*, Elsevier, 221–239.
- [3] BlueScope Lysaght (2019). The Australian Steel Solution Expert. Catalogue.
- [4] BlueScope Lysaght (2014). Supapurlins Supazeds & Supacees. Catalogue.
- [5] Timoshenko, S. P., James, M. G. (1961). *Theory of Elastic Stability*. 2nd edition, McGraw-Hill, New York.
- [6] Schafer, B. W., Peköz, T. (1998). Direct Strength Prediction of Cold-Formed Members Using Numerical Elastic Buckling Solutions. Fourteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures. St. Louis, Missouri.
- [7] AS/NZS 4600-2018. Australian/New Zealand Standard Cold-formed steel structures. The Council of Standards Australia.
- [8] AISI S100 (2016). North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. American Iron and Steel Institute.
- [9] Hancock, G. J., Pham, C. H. (2015). Buckling analysis of thin-walled sections under localised loading using the semi-analytical finite strip method. *Thin-Walled Structures*, 86:35–46.
- [10] Nguyen, V. V., Hancock, G. J., Pham, C. H. (2017). New developments in the direct strength method (DSM) for the design of cold-formed steel sections under localised loading. *Steel Construction*, 10(3): 227–233.

Hiếu, P. N. / Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng

- [11] Li, Z., Schafer, B. W. (2010). Buckling analysis of cold-formed steel members with general boundary conditions using CUFSM: Conventional and constrained finite strip methods. *Twentieth International Specialty Conference on Cold-formed Steel Structures. Saint Louis, Missouri, USA*.
- [12] Hancock, G. J. (1985). Distortional Buckling of Steel Storage Rack Columns. Journal of Structural Engineering, 111(12):2770–2783.
- [13] Hancock, G. J., Kwon, Y. B., Bernard, E. S. (1994). Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling. *Journal of Constructional Steel Research*, 31(2-3):169–186.
- [14] Lau, S. C. W. (1988). *Distortional Buckling of Thin-Walled Columns*. The University of Sydney: Sydney, Australia.
- [15] Kwon, Y. B. (1992). *Post-Buckling Behaviour of Thin-Walled Channel Sections*. The University of Sydney, Sydney, Australia.
- [16] Kwon, Y. B., Hancock, G. J. (1992). Tests of Cold-Formed Channels with Local and Distortional Buckling. *Journal of Structural Engineering*, 118(7):1786–1803.
- [17] Seah, L. K., Rhodes, J. (1993). Simplified Buckling Analysis of Plate with Compound Edge Stiffeners. *Journal of Engineering Mechanics*, 119(1):19–38.
- [18] Wang, L., Young, B. (2014). Cold-formed steel channel sections with web stiffeners subjected to local and distortional buckling - Part I: Tests and finite element analysis. *The 22nd International Specialty Conference on Recent Research and Developments in Cold-Formed Steel Design and Construction, St. Louis, USA*, 229–242.
- [19] Wang, L., Young, B. (2014). Cold-formed steel channel sections with web stiffeners subjected to local and distortional buckling - Part II: Parametric study and design rule. *The 22nd International Specialty Conference on Recent Research and Developments in Cold-Formed Steel Design and Construction, St. Louis, USA*, 243–257.
- [20] Yan, J., Young, B. (2002). Column Tests of Cold-Formed Steel Channels with Complex Stiffeners. Journal of Structural Engineering, 128(6):737–745.
- [21] Xiang, Y., Zhou, X., Shi, Y., Xu, L., Xu, Y. (2020). Experimental investigation and finite element analysis of cold-formed steel channel columns with complex edge stiffeners. *Thin-Walled Structures*, 152:106769.
- [22] Wang, C. G., Ma, P., Song, D. J., Yu, X. Y. (2012). Design of Cold-Formed Thin-Walled Steel Fixed-Ended Channels with Complex Edge Stiffeners under Axial Compressive Load by Direct Strength Method. Applied Mechanics and Materials, 226-228:1232–1235.
- [23] Wang, C., Zhang, Z., Zhao, D., Liu, Q. (2016). Compression tests and numerical analysis of web-stiffened channels with complex edge stiffeners. *Journal of Constructional Steel Research*, 116:29–39.
- [24] Wang, L., Young, B. (2014). Design of cold-formed steel channels with stiffened webs subjected to bending. *Thin-Walled Structures*, 85:81–92.
- [25] Manikandan, P., Sukumar, S., Kannan, K. (2018). Distortional buckling behaviour of intermediate coldformed steel lipped channel section with various web stiffeners under compression. *International Journal* of Advanced Structural Engineering, 10(3):189–198.
- [26] Chen, J., Chen, M.-T., Young, B. (2019). Compression Tests of Cold-Formed Steel C- and Z-Sections with Different Stiffeners. *Journal of Structural Engineering*, 145(5):04019022.
- [27] Ye, J., Hajirasouliha, I., Becque, J., Pilakoutas, K. (2016). Development of more efficient cold-formed steel channel sections in bending. *Thin-Walled Structures*, 101:1–13.
- [28] EC3 (2004). Design of Steel Structure, Part 1-3: General rules Supplementary for Cold-formed Members and Sheeting. European Committee for Standardization.
- [29] gang Wang, C., nan Zhang, Z., guang Jia, L., yong Yu, X. (2017). Bending tests and finite element analysis of lipped channels with complex edge stiffeners and web stiffeners. *Journal of Central South University*, 24(9):2145–2153.
- [30] Manikandan, P., Arun, N. (2016). Behaviour of Partially Closed Stiffened Cold-Formed Steel Compression Member. Arabian Journal for Science and Engineering, 41(10):3865–3875.
- [31] Tùng, V. S., Thắng, P. N., Linh, N. N. (2019). Mô phỏng cấu kiện thép thanh thành mỏng tổ hợp dạng hộp đôi chịu nén đúng tâm. Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCNXD) - ĐHXDHN, 13(5V):76–84.
- [32] Anh, V. Q., Toàn, H. A. (2021). Tính toán cấu kiện thép tạo hình nguội chịu nén uốn bằng phương pháp

phân tích trực tiếp theo Tiêu chuẩn AISI S100-16. Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCNXD) - DHXDHN, 15(1V):84–101.

- [33] Hung, P. C., Hancock, G. J. (2010). Direct strength design of cold-formed C-sections in combined bending and shear. The 20th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures- Recent Research and Developments in Cold-Formed Steel Design and Construction, 221–236.
- [34] Hung, P. C., Hancock, G. J. (2010). Finite element analyses of high strength Cold-Formed SupaCee® Sections in Shear. *International Colloquium Stability and Ductility of Steel Structures, Rio, Brazil,* 2: 1025–1032.
- [35] Pham, C. H., Hancock, G. J. (2013). Experimental Investigation and Direct Strength Design of High-Strength, Complex C-Sections in Pure Bending. *Journal of Structural Engineering*, 139(11):1842–1852.
- [36] Pham, C. H., Hancock, G. J. (2012). Direct Strength Design of Cold-Formed C-Sections for Shear and Combined Actions. *Journal of Structural Engineering*, 138(6):759–768.
- [37] Hancock, G. J., Hung, P. C. (2011). A signature curve for cold-formed channel sections in pure shear. The University of Sydney. Research Report R919.
- [38] Hancock, G. J., Hung, P. C. (2012). Direct method of design for shear of cold-formed channel sections based on a shear signature curve. *21st international specialty conference on cold-formed steel structures, St. Louis, Missouri, USA*, 207–221.
- [39] Pham, C. H., Hancock, G. J. (2009). Shear buckling of thin-walled channel sections. *Journal of Constructional Steel Research*, 65(3):578–585.
- [40] Lau, S. C. W., Hancock, G. J. (1986). Buckling of thin flat-walled structures by a spline finite strip method. *Thin-Walled Structures*, 4(4):269–294.
- [41] Hancock, G. J., Pham, C. H. (2013). Shear buckling of channel sections with simply supported ends using the Semi-Analytical Finite Strip Method. *Thin-Walled Structures*, 71:72–80.
- [42] Hancock, G. J., Pham, C. H. (2022). Finite strip methods for stability analysis of thin-walled members with applications to the Direct Strength Method of design. *Analysis and Design of Plated Structures*, Elsevier, 177–210.
- [43] AS1397 (2011). Continuous Hot-dip Metalic Coated Steel Sheet and Strip Coating of Zinc and Zinc Alloyed with Aluminium and Magnesium. Australia Standard.
- [44] Vinh, N. V., Hancook, G. J., Hung, P. C. (2017). New development in the Direct Strength Method (DSM) for design of cold-formed steel sections under localised loading. *The 8th European Conference on Steel and Composite structures, Copenhagen*.
- [45] Vinh, N. V., Hancook, G. J., Hung, P. C. (2017). Applications of the THIN-WALL-2 V2.0 program for analysis of thin-walled sections under localised loading. *The 4th Congres International de Geotechnique-Ouvrages-Structures, Ho Chi Minh city, Vietnam.*
- [46] Cheung, Y. K. (1976). Finite Strip Method in Structural Analysis. Pergamon.
- [47] Hieu, P. N. (2020). Áp dụng phương pháp Cường độ trực tiếp (DSM) trong tính toán & khảo sát khả năng chịu nén, uốn của cấu kiện thép tạo hình nguội theo Tiêu chuẩn AS/NZS 4600-2018. Đề tài khoa học cấp trường, Đại học Kiến trúc Hà Nội.
- [48] Pham, N. H., Vu, Q. A. (2021). Effects of stiffeners on the capacities of cold-formed steel channel members. *Steel Construction*, 14(4):270–278.