

PHÁT TRIỂN THUẬT TOÁN LAI GHÉP SÓI XÁM (GWO) - HARRIS HAWKS (HHO) ĐỂ TỐI ƯU CHI PHÍ XÂY DỰNG HỆ THỐNG PHÂN PHỐI NƯỚC

Phạm Vũ Hồng Sơn^{a,b,*}, Nguyễn Thanh Vĩ^{a,b}

^aKhoa Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Bách Khoa TP. Hồ Chí Minh,
268 đường Lý Thường Kiệt, quận 10, TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam

^bĐại học Quốc gia TP. HCM, phường Linh Trung, quận Thủ Đức, TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam

Nhận ngày 10/11/2021, Sửa xong 07/12/2021, Chấp nhận đăng 09/12/2021

Tóm tắt

Thiết kế tối ưu hệ thống phân phối nước đã được công nhận là một bài toán phức tạp do mối quan hệ phi tuyến giữa các dòng chảy trong các đoạn ống, bản chất rời rạc của kích thước đường kính ống, liên quan đến các ràng buộc về yêu cầu thủy lực và đảm bảo áp lực yêu cầu mà các phương pháp truyền thống không thể dễ dàng giải quyết. Để giải quyết vấn đề này, bài báo nghiên cứu phát triển thuật toán lai ghép giữa sói xám (GWO) và điều hòa Harris (HHO) – để đạt được một sự cân bằng tốt nhất giữa giai đoạn thăm dò và khai thác. Tính ưu việt của thuật toán GWO-HHO được kiểm chứng khi đưa ra lời giải tối ưu tốt hơn các giải thuật trước đây cho hai hệ thống phân phối nước tiêu biểu là Twolooop và mạng lưới Hà Nội. Kết quả so sánh đánh giá cho thấy thuật toán lai ghép GWO-HHO rất hiệu quả để giải quyết các vấn đề thiết kế mạng lưới hệ thống phân phối nước với kết quả vượt trội so với GWO cũng như các thuật toán khác trước đây trong hai nghiên cứu điển hình được xem xét. Kết quả này có thể áp dụng vào thực tiễn cho các thành phố lớn khi mà nhu cầu thay thế các mạng lưới cũ kỹ hiện tại ngày càng cấp thiết và quan trọng.

Từ khóa: thuật toán sói xám; thuật toán harris hawks; hệ thống phân phối nước; tối ưu hóa.

DEVELOPMENT OF THE HYBRID ALGORITHM GREY WOLF (GWO) - HARRIS HAWKS (HHO) FOR OPTIMIZING THE CONSTRUCTION COSTS OF WATER DISTRIBUTION NETWORKS

Abstract

The optimal design of a water distribution networks has been recognized as a complex problem due to the non-linear relationship between flows in the pipe sections, the disconnected nature of the pipe diameter dimensions, and the relevant constraints on hydraulic requirements and pressure requirements that cannot be easily solved by traditional methods. To solve this problem, the hybrid algorithm development study between gray wolf (GWO) and Harris hawk (HHO) is conducted in order to achieve the best balance between the exploration stage and the mining stage. The superiority of the GWO-HHO algorithm is verified when it provides an optimal solution to two typical water distribution networks, Twolooop and Hanoi network, which is much better than those of previous algorithms. The comparison and evaluation result shows that the GWO-HHO hybrid algorithm is extremely effective to solve the design problems of water distribution networks with superior results compared to GWO as well as other previous algorithms in the two typical studies to be reviewed. This result can be applied in practice for large cities when the demand of replacing the existing old networks is more and more urgent and important.

Keywords: grey wolf algorithm; harris hawks algorithm; water distribution networks; optimization.

[https://doi.org/10.31814/stce.huce\(nuce\)2022-16\(2V\)-11](https://doi.org/10.31814/stce.huce(nuce)2022-16(2V)-11) © 2022 Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐHXDHN)

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: pvhson@hcmut.edu.vn (Sơn, P. V. H.)

1. Giới thiệu

Ngày nay, hệ thống phân phối nước đóng một vai trò vô cùng quan trọng trong đời sống đô thị và ngay cả ở nông thôn. Là một phần quan trọng của cơ sở hạ tầng mà việc xây dựng đòi hỏi phải đầu tư với một chi phí đáng kể. Một thiết kế thích hợp có thể làm giảm tổng chi phí xây dựng của dự án [1] cũng như giúp tiết kiệm tài nguyên môi trường. Hệ thống cấp nước là một tổ hợp các công trình và các thiết bị, làm nhiệm vụ thu nhận nước từ nguồn, làm sạch nước, điều hòa, dự trữ, vận chuyển và phân phối nước đến các nơi tiêu thụ. Mạng lưới cấp nước là một tập hợp các loại đường ống với các kích thước khác nhau, làm nhiệm vụ vận chuyển và phân phối nước tới các điểm dùng nước trong phạm vi thiết kế. Mạng lưới cấp nước là một trong những thành phần cơ bản của hệ thống cấp nước, nó liên hệ trực tiếp tới các ống dẫn, trạm bơm cấp II, các công trình điều hòa dự trữ (như bể chứa nước và đài nước). Chi phí xây dựng mạng lưới chiếm khoảng 70% tổng chi phí xây dựng toàn bộ hệ thống cấp nước theo Babu và Vijayalakshmi [2]. Điều này đã làm nảy sinh nhu cầu giảm chi phí bằng cách chọn đường kính ống thích hợp cho mạng trong số các đường kính ống có sẵn trên thị trường khác nhau để đáp ứng chi phí tối thiểu của mạng mà vẫn đáp ứng được các yêu cầu về thủy lực liên quan tới các yêu cầu áp lực và nhu cầu nút [3].

Với mục đích như thế, đã có rất nhiều nghiên cứu của nhiều tác giả khác nhau đã và đang cố gắng sử dụng các kỹ thuật tối ưu hóa để giải bài toán này trong suốt hơn ba thập kỷ qua. Cho đến nay, nhiều phương pháp tối ưu hóa khác nhau đã được đề xuất giải quyết vấn đề thiết kế mạng lưới hệ thống phân phối nước. Một trong những kỹ thuật tối ưu hóa đầu tiên để giải quyết vấn đề này là phương pháp lập trình động (Schaake & Lai) [4], sau đó là lập trình tuyến tính (Alperovits & Shamir) [5], lập trình phi tuyến (Varma, Narasimhan và Bhallamudi) [6] và phần mềm Pipe Flow expert [7] cũng đã được sử dụng, tuy nhiên các mô hình này chỉ được áp dụng với các mô hình đơn giản và các giả định bị ràng buộc dẫn đến tối ưu cục bộ, kết quả bài toán thu được không hội tụ.

Trong những năm gần đây, các thuật toán tiến hóa thường được ưu tiên lựa chọn vì khả năng đối phó với các vấn đề phức tạp, phi tuyến tính và các vấn đề tối ưu hóa rời rạc như là thiết kế hệ thống phân phối nước. Các thuật toán tiến hóa được sử dụng rộng rãi nhất là thuật toán di truyền (GA) [8] dựa trên các quy luật tiến hóa tự nhiên và lựa chọn. Kể từ năm 1990, GA đã được áp dụng rộng rãi để tối ưu hóa thiết kế mạng lưới nước của nhiều tác giả [9–12], thuật toán nhảy ếch xáo trộn (SFLA) của Eusuff và Lansey [13], thuật toán tiến hóa vi phân (DE) của Suribabu [14]. Các thuật toán lấy cảm hứng từ thiên nhiên bao gồm tối ưu hóa bầy đàn (PSO) và lai ghép (PSO-DE) được phát triển bởi Sedki và Ouaza [15], thuật toán bắt chước hành vi loài quạ (CSA) của Hossein Fallah [16], hay gần đây nhất là thuật toán cá voi (WOA) của Riham M. Ezzeldin [17].

Để nâng cao hiệu quả của các thuật toán tối ưu hóa, nhiều thuật toán lai ghép đã được phát triển như thuật toán lai ghép kiến sư tử [18], thuật toán cá voi đa mục tiêu [19]. Đối với bài toán tối ưu chi phí thiết kế mạng lưới nước cũng đã có nhiều nghiên cứu phát triển và lựa chọn lai ghép các thuật toán như: tối ưu hóa bầy đàn kết hợp với tìm kiếm hài hòa (PSO-HS) của Geem [20], tối ưu hóa bầy đàn kết hợp với tiến hóa khác biệt (PSO-DE) của Sedki và Ouazar [15], tìm kiếm chim cu gáy kết hợp với tìm kiếm hòa âm (CH-HS) của Sheikholeslami [21], tìm kiếm theo kích thước động rời rạc (HDDDS) của Tolson và cs. [22].

Nghiên cứu này áp dụng thuật toán sói xám (GWO), là một thuật toán khám phá mới được giới thiệu vào năm 2014 bởi Mirjalili [23]. Cho đến hiện tại, thuật toán GWO đã được áp dụng và phát triển trong nhiều lĩnh vực như tối ưu kế hoạch phân phối bê tông [24], tối ưu năng lượng tòa nhà [24]..., tuy nhiên chưa được áp dụng vào bài toán tối ưu chi phí thiết kế mạng lưới hệ thống phân phối nước. Các nghiên cứu trước đây đã chứng minh GWO có nhiều điểm mạnh, phù hợp để giải quyết các vấn đề tối ưu như thuật toán đơn giản, ít các thông số đầu vào, tốc độ hội tụ cao và đặc biệt là

khả năng khai thác vượt trội. Tuy nhiên GWO cũng có những điểm yếu cần khắc phục như: yếu ở mặt thăm dò vì thiếu sự đa dạng của quần thể. Việc mở rộng vùng tìm kiếm và tránh tối ưu cục bộ chỉ phụ thuộc vào hai biến trong phương trình tối ưu. Do đó, với bài toán có vùng không gian tìm kiếm quá lớn, GWO dễ rơi vào tối ưu cục bộ. Trong nghiên cứu này, nhằm giải quyết vấn đề hội tụ sớm của GWO trong giai đoạn thăm dò, thuật toán lai ghép GWO-HHO được đề xuất. Thuật toán HHO với thể mạnh vượt trội trong giai đoạn thăm dò được sử dụng để khắc phục nhược điểm trên của GWO. HHO [25] được phát triển vào năm 2019 để bắt chước phong cách săn mồi của điều hâu Harris. Việc kết hợp hai thuật toán này được dự đoán cung cấp một thuật toán lựa chọn tính năng đơn giản và mạnh mẽ, đạt được một sự cân bằng tốt giữa giai đoạn thăm dò và khai thác.

2. Thiết kế tối ưu hệ thống phân phối nước

Thiết kế tối ưu hệ thống phân phối nước là phải thiết kế sao cho chi phí mang lại kinh tế nhất cho bố trí mạng lưới nhưng vẫn đáp ứng đủ các yêu cầu về mặt thủy lực. Trong bài báo này, thiết kế tối ưu mạng lưới bằng việc xác định giá trị đường kính ống hợp lý với chi phí đầu tư tốt nhất mà vẫn thỏa mãn các yêu cầu về thủy lực là phạm vi đề tài sẽ nghiên cứu. Trong đó lựa chọn kích thước đường ống là các biến quyết định, trong khi sơ đồ mạng lưới, chiều dài đường ống, lưu lượng tính toán và yêu cầu áp lực tối thiểu tại các nút là thông số đầu vào của bài toán.

Bài toán tối ưu hóa được phát biểu bằng phương trình toán học như [11, 15, 17]:

Tổng chi phí xây dựng mạng lưới:

$$\text{Minimize } C_0 = \sum_{i=1}^{npipe} c_i(D_i) \times L_i \quad (1)$$

trong đó: (1) là hàm mục tiêu, C_0 là tổng chi phí xây dựng mạng lưới, $c_i(D_i)$ là chi phí tính trên một đơn vị chiều dài của đường kính ống D_i , L_i là chiều dài của ống i và $npipe$ là số lượng đường ống trong mạng lưới. D_i là đường kính của ống i , đường kính mỗi ống phải thuộc bộ kích thước đường kính thương mại có sẵn:

$$D_i \in \{D\}, \forall i \in npipe \quad (2)$$

với $\{D\}$ là tập hợp các đường kính ống thương mại có sẵn. Đối với bài toán biến rời rạc là chọn đường kính ống D_i trong tập hợp giá trị $\{D\}$ bài báo đã sử dụng kỹ thuật làm tròn số nguyên để chọn được giá trị D_i ứng với mỗi vị trí của giá trị D_i trong tập giá trị $\{D\}$ cho trước.

Hàm mục tiêu trên phải tuân theo các ràng buộc sau:

1. Phương trình liên tục: Đối với từng nút phải thỏa mãn phương trình liên tục sau:

$$Q_{\text{vào}} - Q_{\text{ra}} = Q_{\text{nút}} \quad (3)$$

trong đó: $Q_{\text{vào}}$ lưu lượng vào nút, Q_{ra} lưu lượng ra khỏi nút, $Q_{\text{nút}}$ lưu lượng tiêu thụ tại nút.

2. Phương trình quan hệ năng lượng: Quan hệ năng lượng trong mạng vòng có thể được biểu diễn như sau:

$$\sum h_f - \sum E_p = 0 \quad (4)$$

trong đó: h_f là tổn thất áp lực tính toán theo Hazen-Williams hoặc Darcy-Weisbach, E_p năng lượng bơm cung cấp vào mạng.

3. Áp lực yêu cầu tối thiểu: Đối với từng nút trong mạng lưới, áp lực yêu cầu tối thiểu như sau:

$$H_j \geq H_j^{\min}; \quad j = 1, \dots, M \quad (5)$$

trong đó: H_j là áp lực tại nút j ; $H_j^{\min}$ là áp lực yêu cầu tối thiểu tại nút j ; M số lượng nút trong mạng lưới.

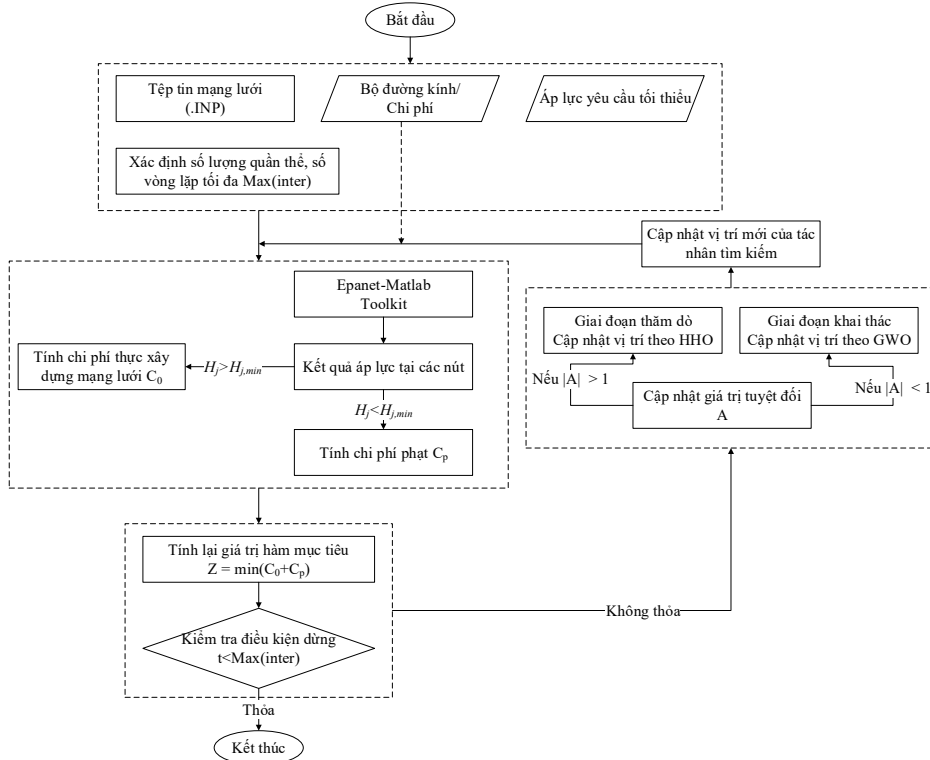
Các ràng buộc nêu trên được thêm vào hàm mục tiêu (1) nhằm đưa ra một vấn đề tối ưu hóa hoàn chỉnh. Tuy nhiên ràng buộc 1 là phương trình liên tục và ràng buộc 2 là phương trình quan hệ năng lượng đã được thỏa mãn bởi phần mềm EPANET khi mô hình và làm việc trong môi trường này. Do đó ta chỉ cần xét ràng buộc 3 về áp lực yêu cầu tối thiểu và được xử lý bằng phương án hàm phạt. Vì thế hàm mục tiêu bây giờ sẽ phát biểu theo công thức:

$$\text{Minimize } C_t = C_0 + C_p$$

trong đó: C_0 là tổng chi phí xây dựng mạng lưới, C_p là hàm phạt phụ thuộc vào áp lực tại nút được tính theo công thức:

$$C_p = p \times \sum_{j=1}^{Nnode} (H_{j,\min} - H_j) \quad (6)$$

trong đó: $Nnode$ tổng số nút, H_j là áp lực tại nút j ; $H_{j,\min}$ là áp lực yêu cầu tối thiểu tại nút j , p là hệ số phạt, $p = 0$ nếu không vi phạm và trường hợp vi phạm điều kiện ràng buộc (5) thì p sẽ bằng giá trị thật lớn, đối với hai nghiên cứu điển hình trong bài báo lấy $p = 10,000$.



Hình 1. Sơ đồ tính toán tối ưu chi phí xây dựng mạng lưới cấp nước

Trường hợp áp lực tính toán thấp nhất tại các nút trên mạng lưới < áp lực yêu cầu ($H_j < H_{j,\min}$) có vi phạm, chi phí bao gồm chi phí xây dựng thực tế cộng với chi phí phạt.

Cách vận hành bài toán:

Bước đầu tiên là mô phỏng mạng lưới bằng chương trình EPANET - là một phần mềm được phát triển bởi kho cung cấp nước và nguồn nước thuộc tổ chức Bảo vệ môi trường của Mỹ (US EPA) nhằm mục tiêu thực hiện các mô phỏng tính chất thủy lực. Để ứng dụng EPANET vào bài toán tối ưu cần sử dụng đến EPANET-Matlab Toolkit là một phần mềm mã nguồn mở, được phát triển ban đầu bởi Trung tâm nghiên cứu mạng và hệ thống thông minh KIOS của Đại học Síp, hoạt động trong môi trường Matlab, để cung cấp giao diện lập trình cho phiên bản mới nhất của EPANET.

3. Phương pháp nghiên cứu

3.1. Thuật toán tối ưu sói xám (GWO)

GWO [23] là thuật toán bắt chước hành vi xã hội của loài sói, hệ thống phân cấp xã hội của sói xám rất nghiêm ngặt và có bốn cấp bậc từ cao đến thấp Alpha (α), Beta (β), Delta (δ) và Omega (ω). Trong đó Alpha (α) là con đầu đàn và là con sói chiếm ưu thế nhất, còn Omega (ω) có vị thế thấp nhất trong hệ thống phân cấp. Alpha (α) có thể là con đực hoặc con cái, là con quản lý bầy đàn tốt nhất và có trách nhiệm đưa ra quyết định, Beta (β) là những con sói theo sau phụ trợ giúp Alpha (α) nhưng chúng chiếm ưu thế cao hơn so với Delta (δ). Nhiệm vụ của những con sói này là đào tạo, lính canh gác và đảm bảo sự an toàn của bầy đàn. Sói xám có vị thế thấp nhất trong đàn là Omega (ω), đóng vai trò là con phải hy sinh và phải tuân theo những yêu cầu và mệnh lệnh của những con sói (α, β, δ) trong đàn.

Mô hình toán học của hệ thống phân cấp bầy đàn có ba bước chính là theo dõi, bao vây và tấn công con mồi. Để mô phỏng toán học theo thứ bậc xã hội của sói khi thiết kế GWO, thuật toán xem giải pháp phù hợp nhất là Alpha (α). Do đó, các giải pháp tốt thứ hai và thứ ba được đặt tên là Beta (β) và Delta (δ). Sói xám có thể cập nhật vị trí của nó trong không gian xung quanh con mồi ở bất kỳ vị trí ngẫu nhiên được xác định trong bước bao vây con mồi. Để mô hình toán học các bước bao vây trong GWO các phương trình sau đây được đề xuất:

$$\vec{D} = \left| \vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t) \right| \quad (7)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} \quad (8)$$

trong đó t cho biết sự lặp lại hiện tại, $\vec{A}$ và $\vec{C}$ là các vector hệ số, $\vec{X}_p$ là vector vị trí của con mồi, và $\vec{X}$ biểu thị vector vị trí của một con sói xám.

Các vectơ $\vec{A}$ và $\vec{C}$ được tính như sau:

$$\vec{A} = 2 \cdot \vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a} \quad (9)$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2 \quad (10)$$

trong đó các thành phần của $\vec{A}$ tuyến tính giảm từ 2 xuống 0 trong quá trình lặp lại và r_1, r_2 là các vectơ ngẫu nhiên trong $[0, 1]$.

Trong giai đoạn săn bắt, những con sói có khả năng nhận ra vị trí của con mồi và bao vây chúng. Cuộc săn bắt thường được hướng dẫn bởi Alpha. Để mô phỏng theo toán học các hành vi săn bắt của

sói xám, giả sử rằng Alpha là giải pháp ứng viên tốt nhất, Beta và Delta có kiến thức tốt về vị trí tiềm năng của con mồi. Sau đó, thuật toán lưu ba giải pháp tốt nhất đầu tiên thu được và bắt buộc các đối tượng tìm kiếm khác (bao gồm cả Omega) cập nhật vị trí của chúng theo vị trí của các đối tượng tìm kiếm tốt nhất. Giai đoạn khai thác bắt đầu khi giá trị tuyệt đối của A nhỏ hơn 1 ($|A| < 1$). Biểu diễn toán học cập nhật vị trí của tác nhân tìm kiếm được thể hiện trong các phương trình sau đây:

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad (11)$$

trong đó X_1, X_2, X_3 là vị trí của ba tác nhân tìm kiếm tốt nhất Alpha, Beta, Delta và được mô hình hóa là:

$$\vec{X}_1 = \left| \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot \overrightarrow{(D_\alpha)} \right| \quad (12)$$

$$\vec{X}_2 = \left| \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot \overrightarrow{(D_\beta)} \right| \quad (13)$$

$$\vec{X}_3 = \left| \vec{X}_\delta - \vec{A}_3 \cdot \overrightarrow{(D_\delta)} \right| \quad (14)$$

trong đó $D_\alpha, D_\beta, D_\delta$ đại diện cho khoảng cách được sử dụng để cập nhật vị trí của ba tác nhân tìm kiếm tốt nhất:

$$\vec{D}_\alpha = \left| \vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X} \right| \quad (15)$$

$$\vec{D}_\beta = \left| \vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X} \right| \quad (16)$$

$$\vec{D}_\delta = \left| \vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X} \right| \quad (17)$$

3.2. Thuật toán tối ưu điều hâu Harris (HHO)

HHO [25] là một thuật toán tối ưu hóa được lấy cảm hứng từ hành vi săn mồi của điều hâu Harris, thường được gọi là “surprise pounce” hoặc “the seven kills”. Tùy thuộc vào tính chất các kiểu trốn thoát của con mồi thì cuộc đi săn có thể hoàn thành trong vài giây hoặc có thể mất vài giờ. Thuật toán mô hình của HHO bao gồm hai giai đoạn chính là thăm dò và khai thác. Giai đoạn thăm dò đề cập đến quá trình đầu và phát hiện con mồi.

Thuật toán HHO xem mỗi điều hâu Harris là mỗi ứng viên giải pháp, nơi mà mỗi bước con mồi đã được ngắm sẵn hoặc được thể hiện bằng giải pháp đề cử tốt nhất. Thuật toán mô phỏng các chiến lược tìm chỗ đậu của điều hâu Harris có thể xảy ra hai trường hợp. Khả năng đầu tiên là con điều hâu sẽ đậu ngẫu nhiên bất kỳ trong phạm vi quần thể. Điều kiện này mô phỏng khi $q \geq 0,5$ theo công thức (18):

$$\vec{X}_1(t+1) = \begin{cases} X_{rand}(t) - r_1 |X_{rand}(t) - 2r_2 X(t)|; & q \geq 0,5 \\ (X_{rabbit}(t) - X_m(t)) - r_3 (LB + r_4(UB - LB)); & q < 0,5 \end{cases} \quad (18)$$

Khả năng thứ hai là điều hâu Harris sẽ đậu gần vị trí các thành viên khác trong quần thể và con mồi. Điều kiện này được mô hình theo công thức (18) khi $q < 0,5$. Trong đó $\vec{X}_1(t+1)$ là vecto vị trí của điều hâu, t là số lần lặp tiếp theo, $X_{rand}(t)$ là điều hâu được chọn ngẫu nhiên từ quần thể hiện tại, $X(t)$ là vecto vị trí hiện tại của điều hâu, r_1, r_2, r_3, r_4 và q là các hệ số ngẫu nhiên trong $(0, 1)$, $X_{rabbit}(t)$ là vị trí của con mồi, X_m là vị trí trung bình của quần thể điều hâu hiện tại, LB và UB là cận dưới và trên của các biến.

Trong giai đoạn khai thác, điều hâu Harris tấn công con mồi đã được xác định ở bước trước. Có bốn khả năng trong thuật toán HHO để lập mô hình các kiểu tấn công khác nhau theo điều hâu Harris.

Giả sử r đại diện cho cơ hội trốn thoát của con mồi, trốn thoát thành công được thể hiện bởi $r < 0,5$, còn $r \geq 0,5$ thể hiện sự thất bại trong việc trốn thoát. Điều này sẽ thực hiện bao vây mềm hoặc bao vây cứng để bắt con mồi, tùy thuộc vào cơ hội trốn thoát của con mồi (r). Thông số E trong thuật toán HHO được sử dụng để xác định loại tấn công bao vây. Nếu con mồi thất bại trong việc trốn thoát ($r \geq 0,5$), bao vây mềm được chấp nhận nếu $|E| \geq 0,5$, trong khi bao vây cứng xảy ra khi $|E| < 0,5$. Mô hình toán học biểu diễn bao vây mềm được mô phỏng theo công thức (19) và (20), bao vây cứng được mô phỏng theo công thức (21)

$$X(t+1) = \Delta X(t) - E |JX_{rabbit}(t) - X(t)| \quad (19)$$

$$\Delta X(t) = X_{rabbit}(t) - X(t) \quad (20)$$

$$X(t+1) = X_{rabbit}(t) - E|\Delta X(t)| \quad (21)$$

Đối với trường hợp có thể trốn thoát thành công ($r < 0,5$), bao vây mềm xảy ra khi $|E| \geq 0,5$, mô hình toán học được mô phỏng theo công thức (22), (24), (25), (26), trong khi bao vây cứng xảy ra khi $|E| < 0,5$ được mô phỏng theo công thức (23)–(26)

$$Y = X_{rabbit}(t) - E |JX_{rabbit}(t) - X(t)| \quad (22)$$

$$Y = X_{rabbit}(t) - E |JX_{rabbit}(t) - X_m(t)| \quad (23)$$

$$Z = Y + S \times LF(D) \quad (24)$$

$$\vec{X}(t+1) = \begin{cases} Y, & \text{if } f(Y) < F(X(t)) \\ Z, & \text{if } f(Z) < F(X(t)) \end{cases} \quad (25)$$

$$LF(x) = 0,01 \times \frac{u \times \sigma}{|v|^{\frac{1}{\beta}}}$$

$$\sigma = \left(\frac{\Gamma(1+\beta) \times \sin\left(\frac{\pi\beta}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\beta}{2}\right) \times \beta \times 2} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (26)$$

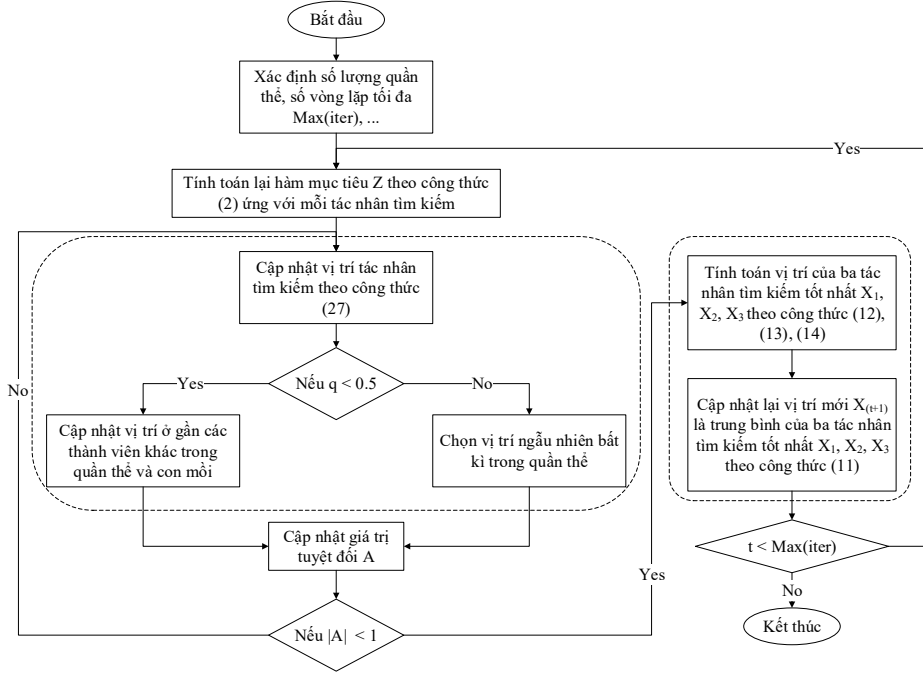
3.3. Thuật toán lai ghép đề xuất (GWO-HHO)

GWO là thuật toán tìm kiếm vị trí tối ưu dựa vào hệ thống phân cấp thứ bậc, GWO đã cung cấp kết quả tối ưu tốt hơn khi so sánh với một số thuật toán thông dụng như GA, PSO, DA. GWO có thể mạnh trong giai đoạn khai thác, tuy nhiên lại yếu ở mặt thăm dò vì thiếu sự đa dạng của quần thể. Việc mở rộng vùng tìm kiếm và tránh tối ưu cục bộ chỉ phụ thuộc vào hai biến trong phương trình tối ưu. Do đó, với bài toán có vùng không gian tìm kiếm quá lớn, GWO dễ rơi vào tối ưu cục bộ.

Trong nghiên cứu này, nhằm giải quyết vấn đề hội tụ sớm của GWO trong giai đoạn thăm dò, thuật toán lai ghép GWO-HHO được đề xuất, thuật toán HHO với thể mạnh vượt trội trong giai đoạn thăm dò được sử dụng ở giai đoạn này theo công thức (18), trong giai đoạn khai thác thuật toán GWO được sử dụng theo công thức (11). Sự kết hợp lai ghép thuật toán GWO-HHO được dự đoán sẽ mang lại hiệu quả cao, vừa khắc phục, cải thiện điểm yếu và tận dụng được điểm mạnh của mỗi thuật toán trong từng giai đoạn.

Hình 2 cung cấp một lưu đồ của phương pháp lai ghép nhằm cải thiện thuật toán GWO. Mô hình lai ghép đề xuất GWO-HHO, tìm kiếm bắt đầu với việc khởi tạo giá trị vectơ hệ số A.

Nếu ($|A| \geq 1$), giai đoạn thăm dò bắt đầu, tác nhân tìm kiếm sẽ cập nhật vị trí của nó dựa trên hai chiến lược. Nếu chúng ta giả sử có cơ hội như nhau q cho mỗi chiến lược, chiến lược đầu tiên là ở gần



Hình 2. Lưu đồ thực hiện toán lai ghép GWO-HHO

các vị trí của thành viên khác trong quần thể và con mồi với điều kiện $q < 0,5$ theo công thức (27), và chiến lược thứ hai là chọn một vị trí ngẫu nhiên bất kỳ trong quần thể như được mô hình hóa trong công thức (27) với điều kiện $q \geq 0,5$

$$\vec{X}(t+1) = \begin{cases} X_r(t) - C |X_r(t) - 2r_1 X(t)|; & q \geq 0,5 \\ (X_p(t) - X_m(t)) - C (LB + r_2(UB - LB)); & q < 0,5 \end{cases} \quad (27)$$

$$\vec{C} = 2\vec{r}_3 \quad (28)$$

trong đó $\vec{X}(t+1)$ là vecto vị trí tiếp theo của tác nhân tìm kiếm, $X_r(t)$ là tác nhân tìm kiếm ngẫu nhiên từ quần thể hiện tại, $X_p(t)$ là vị trí của con mồi, X_m là vị trí trung bình của các tác nhân tìm kiếm, C là vecto ngẫu nhiên tính theo công thức (28), r, r_1, r_2 là các hệ số ngẫu nhiên trong $(0, 1)$. Tham số C cho phép thuật toán thể hiện mức độ ngẫu nhiên cao trong suốt quá trình tối ưu hóa, thúc đẩy thăm dò và tránh cục bộ.

Khi $(|A| < 1)$, các tác nhân tìm kiếm phải cập nhật vị trí của chúng theo vị trí của ba tác nhân tốt nhất đầu tiên thu được theo công thức (11). Các tham số X_1, X_2, X_3 là vị trí của ba tác nhân tìm kiếm tốt nhất và được mô hình hóa theo công thức (12), (13), (14).

Dựa vào năng lượng của con mồi, thông số A được sử dụng để kiểm soát giai đoạn thăm dò và giai đoạn khai thác, A là một giá trị ngẫu nhiên trong khoảng $[-2a, 2a]$ trong đó a là một giá trị ngẫu nhiên giảm tuyến tính từ 2 xuống 0 trong quá trình lặp lại. Khi $|A| < 1$ điều đó có nghĩa là con mồi mất năng lượng và ngừng di chuyển thì tác nhân tìm kiếm bắt đầu tấn công (khai thác), trong khi nếu $|A| \geq 1$ có nghĩa là con mồi không thể bị tấn công và tác nhân tìm kiếm phải buông bỏ con mồi, khám phá không gian tìm kiếm mới (thăm dò). $|A|$ được xác định theo công thức (29):

$$|\vec{A}| = |2 \cdot \vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a}| \quad (29)$$

3.4. Đánh giá hiệu suất của thuật toán

Đánh giá hiệu suất của một thuật toán tối ưu hóa phụ thuộc vào rất nhiều yếu tố như mức độ hiệu quả, độ tin cậy... Việc so sánh hiệu suất của các thuật toán tối ưu hóa đòi hỏi phải thực hiện nhiều lần chạy.

Một chỉ báo hiệu suất phù hợp được đề xuất để chỉ ra hiệu suất chung của thuật toán tối ưu hóa được giới thiệu vào năm 2020 bởi Ezzeldin và Djebedjian [17]

$$\eta_{algorithm} = 100 - \left[0,99 \log_{10} N_{gen} + 0,01 \log_{10} (N_{gen} - N_{obj-eval} + 1) \right] \quad (30)$$

trong đó: N_{gen} là tổng số lượng đánh giá, $N_{obj-eval}$ là số lượng đánh giá tối thiểu.

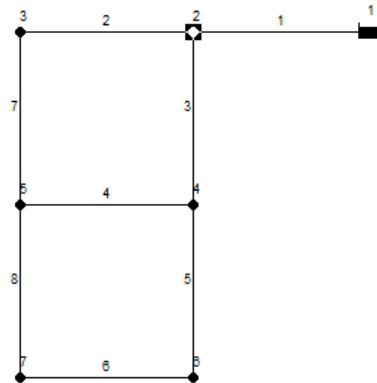
4. Đánh giá mô hình toán

Hiệu suất của mô hình dựa trên GWO-HHO được phát triển cho tối ưu hóa vấn đề thiết kế tối ưu mạng lưới nước được đánh giá thông qua hai nghiên cứu điển hình hệ thống phân phối nước chuẩn nổi tiếng: mạng lưới Two-loop, mạng lưới Hà Nội.

4.1. Mạng lưới Two-loop

Alperovits và Shamir [5] đã giới thiệu một mạng lưới cấp nước để kiểm tra phương pháp “gradient lập trình tuyến tính” của họ. Mạng lưới mà tác giả đưa ra là mạng tự chảy và có một nguồn cấp vào. Mạng này bao gồm 8 ống mỗi ống có thể chọn 14 cỡ đường kính khác nhau, 6 nút, một hồ chứa và hai vòng. Chiều dài của tất cả các đường ống là 1000 m, và giả định hệ số Hazen-Williams của tất cả các ống là 130. Như vậy không gian lời giải là $14^8 = 1,48 \times 10^9$ đáp số cho bài toán. Cách bố trí mạng lưới của Shamir được cho trong Hình 3.

Nhu cầu tiêu thụ tại nút và cao độ được đưa ra trong Bảng 1. Các đơn giá cho từng đường kính ống dẫn cho một mét chiều dài như trong Bảng 2.



Hình 3. Mạng lưới cấp nước Two-loop

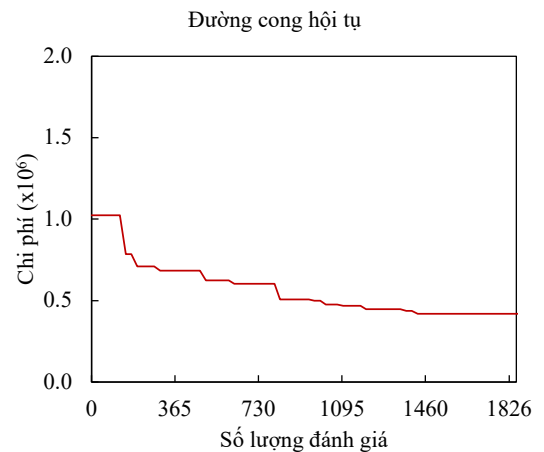
Bảng 1. Dữ liệu nút mạng lưới Two-loop

Nút	Lưu lượng (m ³ /h)	Cao độ mặt đất(m)	Áp lực tối thiểu (m)
1 (nguồn)	-1120	210	30
2	100	150	30
3	100	160	30
4	120	155	30
5	270	150	30
6	330	165	30
7	200	160	30

Bảng 2. Dữ liệu đường kính ống và chi phí

STT	Đường kính	Chi phí (1 m ống)	STT	Đường kính	Chi phí (1 m ống)
1	25,4	2	8	304,8	50
2	50,8	5	9	355,6	60
3	76,2	8	10	406,4	90
4	101,6	11	11	457,2	130
5	152,4	16	12	508	170
6	203,2	23	13	558,8	300
7	254	32	14	609,6	550

Để tối ưu hóa trường hợp này, mô hình GWO-HHO được khởi chạy với số cá thể trong quần thể là 25 và số vòng lặp tối đa là 75. Thuật toán được đề xuất mang lại giải pháp tốt nhất là 419,000 (\$). Đánh giá tối ưu hóa hiệu suất thuật toán bằng việc sử dụng chỉ báo hiệu suất theo công thức (30). Bảng 3 thể hiện kết quả tối ưu hóa của các nghiên cứu trước đây và hiện tại cho mạng lưới Two-loop, tất cả đều đạt được mức chi phí tối ưu là 419,000 (\$). Theo chỉ số hiệu suất, GWO-HHO được xếp hạng thứ 2 chỉ sau FDE của Moosavian và Lence [26]. Biểu đồ độ hội tụ chi phí và số lượng đánh giá được thể hiện trong Hình 4 và đường kính tối ưu của mạng được thể hiện trong Bảng 4.



Hình 4. Biểu đồ độ hội tụ của chi phí và số lượng đánh giá

Bảng 3. Đánh giá hiệu suất của các giải pháp tối ưu mạng Two-loop

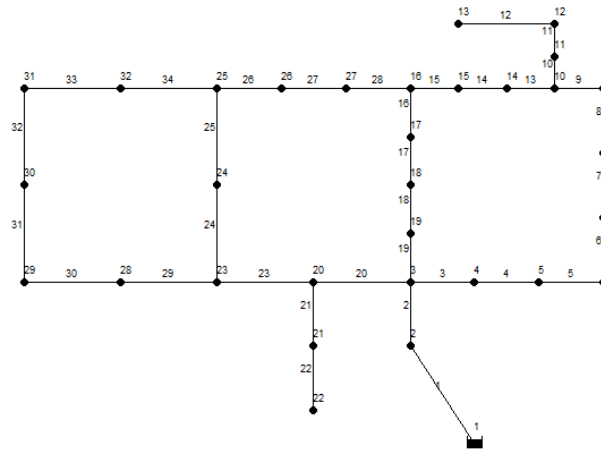
Tác giả	Thuật toán	N_{gen}	$N_{obj-eval}$	Chỉ số hiệu suất $\eta_{algorithm}$ (%)
Eusuffand Lansey [13]	SFLA	17,000	11,155	95,7742
Suribabu và Neelakantan [27]	PSO	2,000	760	96,7010
Suribabu [14]	DE	10,000	1,320	96,0006
Ezzeldin và cs. [28]	IDPSO	5,000	549	96,3015
Reca và cs. [29]	B-GA	20,000	2,000	95,6994
El-Ghandour and Elbeltagi [30]	GA	20,000	6,060	95,7005
	PSO	2,500	1,650	96,6067
	ACO	25,000	2,650	95,6025
	MA	20,000	11,402	95,7026
Moosavian and Lence [26]	FDE	1,000	197	97,0009
		5,000	197	96,3012
		10,000	197	96,0001
		100,000	197	95,0000
Praneeth và cs. [31]	WCA	22,000	2,200	95,6580
Ezzeldin and Djebedjian [17]	WOA	2,100	1,068	96,6809
Nghiên cứu này	GWO	3,000	2,340	96,5294
	GWO-HHO	1,875	1,425	96,7332

Bảng 4. Kết quả đường kính ống tối ưu mạng Two-loop

STT	1	2	3	4	5	6	7	8
Đường kính (mm)	457,2	254,0	406,4	304,8	406,4	254,0	254,0	25,4

4.2. Mạng lưới Hà Nội

Fujiwara và Khang [32] áp dụng phương pháp phân tích hai giai đoạn trong quy hoạch mạng lưới phân phối nước tại Hà Nội, Việt Nam. Mạng lưới bao gồm 32 nút, 34 ống với 6 lựa chọn cỡ đường kính và 1 hồ chứa. Cấu tạo mạng này gồm 3 vòng, giả định hệ số Hazen-Williams của tất cả các ống là 130. Tương tự như mạng của Shamir, mạng Hà Nội không chứa bất kỳ thiết bị bơm nào. Không gian giải pháp của mạng rất lớn $6^{34} = 2,87 \times 10^{26}$, cách bố trí mạng Hà Nội được đưa ra trong Hình 5.



Hình 5. Mạng lưới cấp nước Hà Nội

Độ cao của tất cả các nút là 0 m, ngoại trừ hồ chứa có độ cao là 100 m. Các nhu cầu tiêu thụ tại nút, độ dài đường ống được đưa ra trong Bảng 5 và 6.

Bảng 5. Nhu cầu tiêu thụ tại nút trong mạng Hà Nội

Nút	Lưu lượng nút (m ³ /h)	Nút	Lưu lượng nút (m ³ /h)	Nút	Lưu lượng nút (m ³ /h)
1 (reservoir)	-19940	12	560	23	1045
2	890	13	940	24	820
3	850	14	615	25	170
4	130	15	280	26	900
5	725	16	310	27	370
6	1005	17	865	28	290
7	1350	18	1345	29	360
8	550	19	60	30	360
9	525	20	1275	31	105
10	525	21	930	32	805
11	500	22	485		

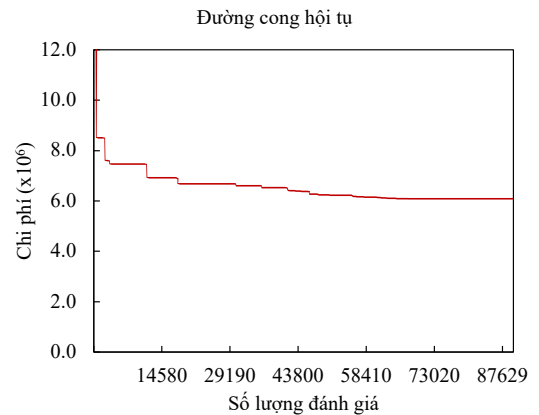
Bảng 6. Chiều dài ống trong mạng Hà Nội

Ống	Chiều dài (m)	Ống	Chiều dài (m)	Ống	Chiều dài (m)	Ống	Chiều dài (m)
1	100	10	950	19	400	28	750
2	1350	11	1200	20	2200	29	1500
3	900	12	3500	21	1500	30	2000
4	1150	13	800	22	500	31	1600
5	1450	14	500	23	2650	32	150
6	450	15	550	24	1230	33	860
7	850	16	2730	25	1300	34	950
8	850	17	1750	26	850		
9	800	18	800	27	300		

Bảng 7. Chi phí cho từng kích cỡ đường ống

TT	Đường kính (inch)	Đường kính (mm)	Chi phí (\$/m)
1	12	304,8	45,73
2	16	406,4	70,4
3	20	508	98,38
4	24	609,6	129,33
5	30	762	180,75
6	40	1016	278,28

Để tối ưu hóa trường hợp này, mô hình GWO-HHO được khởi chạy với số cá thể trong quần thể là 30 và số vòng lặp tối đa là 3000. Thuật toán được đề xuất mang lại giải pháp tốt nhất là $6,081 \times 10^6$ (\$). Đánh giá tối ưu hóa hiệu suất thuật toán bằng việc sử dụng chỉ báo hiệu suất theo công thức (30). Bảng 8 thể hiện kết quả tối ưu hóa của các nghiên cứu trước đây và nghiên cứu hiện tại cho mạng lưới Two-loop, tất cả đều đạt được mức chi phí tối ưu là $6,081 \times 10^6$ (\$). Theo chỉ số hiệu suất, FDE của Moosavian and Lence [26] được xếp hạng cao nhất, trong khi đó GWO-HHO xếp hạng cao hơn Marchi và cs. [33] sử dụng GAttrad, GAMod, PSO và DE và Riham M. Ezzeldin sử dụng WOA [17]. Biểu đồ độ hội tụ của chi phí và số lượng đánh giá được thể hiện trong Hình 6 và đường kính tối ưu của mạng được thể hiện trong Bảng 9.



Hình 6. Biểu đồ độ hội tụ của chi phí và số lượng đánh giá

Bảng 8. Đánh giá hiệu suất của các giải pháp tối ưu mạng Hà Nội

Tác giả	Thuật toán	N_{gen}	Chỉ số hiệu suất $\eta_{algorithm} (\%)$	Giá trị tốt nhất (\$10^6)	Giá trị trung bình (\$10^6)	Giá trị xấu nhất (\$10^6)
Suribabu [14]	DE	10,000	96,0019	6,081	-	-
Marchi và cs. [33]	GA _{trad}	500,000	94,3050	6,122	6,278	-
	GA _{mod}	500,000	94,3580	6,221	6,347	-
	PSO	500,000	94,3020	6,081	6,265	-
	DE	500,000	94,3050	6,162	6,227	-
Sheikholeslami and Talatahari [21]	DSO	60,000	95,2246	6,081	6,128	-
Sheikholeslami và cs. (2016)	CS	60,000	95,2311	6,081	6,195	6,224
	CSHS	60,000	95,2251	6,081	6,107	6,160
Moosavian and Lence [26]	FDE	1,000	97,0012	6,081	6,581	-
		5,000	96,3012	6,081	6,12	-
		10,000	96,0001	6,081	6,093	-
		100,000	95,0000	6,081	6,088	-
Ezzeldin [17]	WOA	180,000	94,7490	6,081	-	-
Nghiên cứu này	GWO	150,000	94,8270	6,081	6,212	6,322
	GWO-HHO	90,000	95,0517	6,081	6,091	6,102

Bảng 9. Kết quả đường kính ống tối ưu mạng Hà Nội

Ống	Đường kính (mm)	Ống	Đường kính (mm)	Ống	Đường kính (mm)
1	1016	12	609,6	23	1016
2	1016	13	508	24	762
3	1016	14	406,4	25	762
4	1016	15	304,8	26	508
5	1016	16	304,8	27	304,8
6	1016	17	406,4	28	304,8
7	1016	18	609,6	29	406,4
8	1016	19	508	30	304,8
9	1016	20	1016	31	304,8
10	762	21	508	32	406,4
11	609,6	22	304,8	33	406,4
12	609,6	29	406,4	34	609,6

5. Kết luận và đề xuất

Bài báo này giới thiệu việc áp dụng một kỹ thuật mới được gọi là thuật toán tối ưu hóa lai ghép giữa sói xám GWO và điều hâu Harris (HHO) để thiết kế tối ưu hóa mạng lưới hệ thống phân phối nước. Hiệu suất của mô hình GWO-HHO được đánh giá thông qua hai nghiên cứu điển hình hệ thống phân phối nước chuẩn nổi tiếng: mạng lưới Two-loop, mạng lưới Hà Nội. Đối với mạng Two-loop, mô hình đã cho ra kết quả đạt được chi phí tối ưu là 419,000 (\$), và chỉ số hiệu suất là 96,73% được

xếp hạng thứ 2 trong số 16 kỹ thuật được đánh giá. Đối với mạng Hà Nội, mô hình cũng đã cho ra kết quả đạt được chi phí tối ưu là $6,081 \times 10^6$ (\$), chỉ số hiệu suất là 95,05% chỉ xếp thứ 8 trong số 15 kỹ thuật được đánh giá. Tuy nhiên khi so sánh về chỉ số tìm được giá trị tốt nhất, giá trị trung bình và giá trị xấu nhất (Bảng 8), thuật toán GWO-HHO lại cho thấy được điểm mạnh khi xếp thứ 2 trong tổng số thuật toán được xét đến. Điều này cho thấy GWO-HHO có thể hội tụ nhanh hơn các thuật toán khác về mặt tìm kiếm giải pháp tốt nhất cũng như giá trị trung bình tốt nhất. Hiệu suất tốt hơn của GWO-HHO cho nghiên cứu điển hình này có thể là do khả năng thăm dò không gian tìm kiếm rộng lớn của HHO với sự hỗ trợ khai thác hiệu quả của GWO do đó tăng cơ hội tìm ra được giá trị tối ưu. Cuối cùng, thuật toán lai ghép GWO-HHO đã cải thiện được những điểm yếu của GWO tiêu chuẩn, cho thấy được sự cân bằng giữa giai đoạn thăm dò và khai thác để cho ra kết quả tối ưu hơn.

Mặc dù kết quả thu được là rất ấn tượng, nghiên cứu này vẫn chưa kiểm chứng với sơ đồ mạng lưới lớn hơn, khi mà tổng số lời giải khả thi là rất lớn và đòi hỏi sự cải tiến triệt để hơn nữa của mô hình tính toán để rút ngắn thời gian chạy chương trình.

Tài liệu tham khảo

- [1] Murphy, L. J., Simpson, A. R., Dandy, G. C. (1993). Design of a pipe network using genetic algorithms. *Water-Melbourne Then Artarmon-*, 20:40–40.
- [2] Babu, K. S. J., Vijayalakshmi, D. P. (2013). [Self-Adaptive PSO-GA Hybrid Model for Combinatorial Water Distribution Network Design](#). *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice*, 4(1):57–67.
- [3] Mala-Jetmarova, H., Sultanova, N., Savic, D. (2018). [Lost in Optimisation of Water Distribution Systems? A Literature Review of System Design](#). *Water*, 10(3):307.
- [4] Schaake, J. C., Lai, F. H. (1969). *Linear programming and dynamic programming application to water distribution network design*. MIT Hydrodynamics Laboratory.
- [5] Alperovits, E., Shamir, U. (1977). [Design of optimal water distribution systems](#). *Water Resources Research*, 13(6):885–900.
- [6] Varma, K. V. K., Narasimhan, S., Bhallamudi, S. M. (1997). [Optimal Design of Water Distribution Systems Using an NLP Method](#). *Journal of Environmental Engineering*, 123(4):381–388.
- [7] Nguyễn, M. N. (2018). *Ứng dụng phần mềm Pipe Flow Expert trong thiết kế mạng lưới cấp nước*.
- [8] Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison, Reading.
- [9] Prasad, T. D., Park, N.-S. (2004). [Multiobjective Genetic Algorithms for Design of Water Distribution Networks](#). *Journal of Water Resources Planning and Management*, 130(1):73–82.
- [10] Simpson, A. R., Dandy, G. C., Murphy, L. J. (1994). [Genetic Algorithms Compared to Other Techniques for Pipe Optimization](#). *Journal of Water Resources Planning and Management*, 120(4):423–443.
- [11] Halhal, D., Walters, G. A., Ouazar, D., Savic, D. A. (1997). [Water Network Rehabilitation with Structured Messy Genetic Algorithm](#). *Journal of Water Resources Planning and Management*, 123(3):137–146.
- [12] Dandy, G. C., Simpson, A. R., Murphy, L. J. (1996). [An Improved Genetic Algorithm for Pipe Network Optimization](#). *Water Resources Research*, 32(2):449–458.
- [13] Eusuff, M. M., Lansey, K. E. (2003). [Optimization of Water Distribution Network Design Using the Shuffled Frog Leaping Algorithm](#). *Journal of Water Resources Planning and Management*, 129(3):210–225.
- [14] Suribabu, C. R. (2009). [Differential evolution algorithm for optimal design of water distribution networks](#). *Journal of Hydroinformatics*, 12(1):66–82.
- [15] Sedki, A., Ouazar, D. (2012). [Hybrid particle swarm optimization and differential evolution for optimal design of water distribution systems](#). *Advanced Engineering Informatics*, 26(3):582–591.
- [16] Fallah, H., Kisi, O., Kim, S., Rezaie-Balf, M. (2019). [A New Optimization Approach for the Least-Cost Design of Water Distribution Networks: Improved Crow Search Algorithm](#). *Water Resources Management*, 33(10):3595–3613.

- [17] Ezzeldin, R. M., Djebedjian, B. (2020). [Optimal design of water distribution networks using whale optimization algorithm](#). *Urban Water Journal*, 17(1):14–22.
- [18] Sơn, P. V. H., Hiếu, H. T. (2021). [Phát triển thuật toán lai ghép kiến sư tử \(ALO\) để tối ưu chi phí logistics cho cấu kiện bê tông đúc sẵn](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCN XD) - ĐHXDHN*.
- [19] Thắng, P. Đ., Trình, N. Đ. (2021). [Phát triển thuật toán đa mục tiêu cá voi để cân bằng tài nguyên trong tiến độ dự án](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCN XD) - ĐHXDHN*, 15(4V):145–156.
- [20] Geem, Z. W. (2009). *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*. Springer Berlin Heidelberg.
- [21] Sheikholeslami, R., Zecchin, A. C., Zheng, F., Talatahari, S. (2015). [A hybrid cuckoo–harmony search algorithm for optimal design of water distribution systems](#). *Journal of Hydroinformatics*, 18(3):544–563.
- [22] Tolson, B. A., Asadzadeh, M., Maier, H. R., Zecchin, A. (2009). [Hybrid discrete dynamically dimensioned search \(HD-DDS\) algorithm for water distribution system design optimization](#). *Water Resources Research*, 45(12).
- [23] Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., Lewis, A. (2014). [Grey Wolf Optimizer](#). *Advances in Engineering Software*, 69:46–61.
- [24] Ghalambaz, M., Yengejeh, R. J., Davami, A. H. (2021). [Building energy optimization using Grey Wolf Optimizer \(GWO\)](#). *Case Studies in Thermal Engineering*, 27:101250.
- [25] Heidari, A. A., Mirjalili, S., Faris, H., Aljarah, I., Mafarja, M., Chen, H. (2019). [Harris hawks optimization: Algorithm and applications](#). *Future Generation Computer Systems*, 97:849–872.
- [26] Moosavian, N., Lence, B. J. (2019). [Fittest Individual Referenced Differential Evolution Algorithms for Optimization of Water Distribution Networks](#). *Journal of Computing in Civil Engineering*, 33(6): 04019036.
- [27] Suribabu, C. R., Neelakantan, T. R. (2006). [Design of water distribution networks using particle swarm optimization](#). *Urban Water Journal*, 3(2):111–120.
- [28] Ezzeldin, R., Djebedjian, B., Saafan, T. (2014). [Integer Discrete Particle Swarm Optimization of Water Distribution Networks](#). *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice*, 5(1):04013013.
- [29] Reca, J., Martínez, J., López, R. (2017). [A Hybrid Water Distribution Networks Design Optimization Method Based on a Search Space Reduction Approach and a Genetic Algorithm](#). *Water*, 9(11):845.
- [30] El-Ghandour, H. A., Elbeltagi, E. (2018). [Comparison of Five Evolutionary Algorithms for Optimization of Water Distribution Networks](#). *Journal of Computing in Civil Engineering*, 32(1):04017066.
- [31] Praneeth, P., Vasan, A., Raju, K. S. (2018). [Pipe Size Design Optimization of Water Distribution Networks Using Water Cycle Algorithm](#). *Harmony Search and Nature Inspired Optimization Algorithms*, Springer Singapore, 1057–1067.
- [32] Fujiwara, O., Khang, D. B. (1990). [A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks](#). *Water Resources Research*, 26(4):539–549.
- [33] Marchi, A., Dandy, G., Wilkins, A., Rohrlach, H. (2014). [Methodology for Comparing Evolutionary Algorithms for Optimization of Water Distribution Systems](#). *Journal of Water Resources Planning and Management*, 140(1):22–31.