

ẢNH HƯỞNG CỦA ĐỘ GỜ GHỀ ĐẾN MỘT SỐ ĐẶC TÍNH THỦY LỰC CỦA VẬT LIỆU RỒNG CÓ CHỨA VẾT NỨT ĐƠN

Trần Anh Tuấn^{a,*}, Nguyễn Đình Hải^b

^aKhoa Công trình, Trường Đại học Giao thông Vận tải Hà Nội,
số 3 đường Cầu Giấy, quận Đống Đa, Hà Nội, Việt Nam

^bKhoa Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Giao thông Vận tải Hà Nội,
số 3 đường Cầu Giấy, quận Đống Đa, Hà Nội, Việt Nam

Nhận ngày 03/06/2020, Sửa xong 26/06/2020, Chấp nhận đăng 03/07/2020

Tóm tắt

Bài báo này trình bày mô phỏng số dòng Stokes đi qua vết nứt đơn, gờ ghề xuất hiện trong môi trường vật liệu rỗng, ở đó hai hình thái gờ ghề được xem xét đó là: dạng hình sin và dạng tam giác. Trong nghiên cứu này, một số đặc tính thủy lực của dòng Stokes như trường vận tốc và áp suất trước tiên phải được xác định bằng cách sử dụng phương pháp phần tử biên, sau đó các nghiệm số thu được được sử dụng để tính toán độ thấm hữu hiệu của vết nứt trong vật liệu rỗng. Ảnh hưởng của mức độ gờ ghề và độ mở rộng của vết nứt lên độ thấm hữu hiệu được xem xét và phân tích. Nhằm mục đích chứng minh tính chính xác và hiệu quả của phương pháp đã đề xuất, các kết quả thu được cho trường vận tốc và áp suất được so sánh với kết quả thu được bằng phương pháp phần tử hữu hạn.

Từ khoá: vật liệu rỗng bị nứt; dòng Stokes; phương pháp phần tử biên; độ thấm hữu hiệu; vết nứt gờ ghề.

EFFECT OF ROUGHNESS ON HYDRAULIC PROPERTIES OF POROUS MATERIAL WITH SINGLE FRACTURE

Abstract

This paper presents the numerical modeling of the Stokes flow through a synthetic single rough fracture in the porous medium, where two different kinds of roughness are considered: the sinusoidal type and the triangular type. In the present work, the hydraulic properties of Stokes flow, such as the velocity and pressure fields must be first determined by using boundary element method, then these solutions obtained are used to calculate the effective permeability of fractured porous material. The effect of asperity height and fracture aperture on effective permeability have been discussed. For the purpose of showing the accuracy and efficiency of the proposed method, the results obtained for the velocity and pressure fields are compared with the ones provided by the finite element method.

Keywords: fractured porous material; stokes flow; boundary element method; effective permeability; rough fracture.

[https://doi.org/10.31814/stce.nuce2020-14\(3V\)-02](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2020-14(3V)-02) © 2020 Trường Đại học Xây dựng (NUCE)

1. Giới thiệu

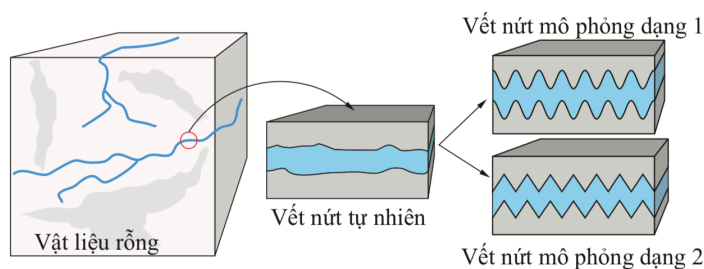
Các loại vật liệu sử dụng trong lĩnh vực xây dựng công trình, ví dụ như đất, đá, bê tông, vữa, gạch v.v., hầu hết được xem là môi trường rỗng. Đối với vật liệu rỗng thì đặc tính thủy lực là một trong những tính chất có ảnh hưởng trực tiếp đến độ bền của vật liệu nói riêng và của công trình sử dụng

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: anh-tuan.tran@utc.edu.vn (Tuấn, T. A.)

loại vật liệu đó nói chung. Chính vì lý do đó mà các chủ đề nghiên cứu liên quan đến đặc tính thủy lực của môi trường rỗng luôn chiếm được sự quan tâm đáng kể của các nhà khoa học trong nước cũng như trên thế giới. Đối với vật liệu xây dựng công trình thì tính thấm là một trong những đặc tính thủy lực được quan tâm nhiều nhất, tính chất này được đặc trưng bởi độ thấm và phụ thuộc đáng kể vào độ rỗng của vật liệu. Một mặt, độ rỗng của các vật liệu khác nhau là khác nhau, về cơ bản nó phụ thuộc vào cấu trúc vi mô của bản thân vật liệu (đối với vật liệu tự nhiên) hay phụ thuộc vào công nghệ chế tạo (đối với vật liệu nhân tạo). Mặt khác trong quá trình làm việc của công trình, độ rỗng của vật liệu sẽ bị thay đổi bởi các tác động gây hư hại như cơ học, hoá học, nhiệt độ v.v. Một trong những hư hỏng thường xuyên xảy ra đối với vật liệu rỗng đó là nứt, các vết nứt phát sinh trong môi trường rỗng làm tăng độ rỗng tổng thể của vật liệu, điều này dẫn đến việc thay đổi tính thấm vi mô của môi trường rỗng, tạo điều kiện thuận lợi cho các tác nhân ăn mòn loại vật liệu này.

Với lý do nêu trên, nghiên cứu này nhằm mục đích trước tiên là phân tích đặc tính dòng chảy trong khe nứt đơn, sau đó từ các kết quả của dòng chảy tiến hành tính toán tính thấm hữu hiệu của khe nứt và phân tích sự ảnh hưởng của dạng bề mặt khe nứt đến đại lượng này. Để mô tả vết nứt trong tính toán đặc tính thủy lực, nhiều công bố trên thế giới đã sử dụng mô hình vết nứt đơn dưới dạng kênh phẳng song song, chúng ta có thể kể ra ở đây các nghiên cứu liên quan đến nội dung này như nghiên cứu của Zimmerman và Bodvarsson năm 1996 [1], của Ranjith và Darlington năm 2007 [2], của Lee và cs. năm 2007 [3], của Chen và cs. năm 2017 [4], của Liu năm 2005 [5] và của Hudson và Liu năm 1999 [6]. Dòng chảy trong mô hình này được coi là dòng chảy giữa hai bề mặt và theo các lý thuyết về cơ học chất lỏng cổ điển thì điều kiện biên tại hai bề mặt này là không trượt (tức là vận tốc của dòng chảy tại bề mặt bằng không), tuy nhiên trong thực tế khi nghiên cứu dòng chảy trong các khe hẹp ở cấp độ vi mô (vài trăm μm), người ta thấy rằng điều kiện không trượt không còn phù hợp nữa và nó được thay thế bằng một điều kiện biên trượt có tên là Beavers–Joseph–Saffman. Điều kiện biên này ban đầu được đề xuất bởi Beavers và Joseph [7], sau đó được điều chỉnh bởi Saffman [8]. Sau đây là một vài nghiên cứu về dòng chảy trong đó ứng dụng loại điều kiện biên này đó là công bố của Markov và cs. [9], Tlupova và Cortez [10], Arbogast và Lehr [11] và Monchiet và cs. [12].

Để thực hiện được mục tiêu nghiên cứu nói trên, trước hết chúng ta thừa nhận việc xấp xỉ vết nứt tự nhiên bằng vết nứt giả định có bề mặt gồ ghề tuân theo quy luật tuần hoàn, trong bài báo này nhóm nghiên cứu chỉ giới hạn phạm vi giải quyết hai trường hợp của hình thái bề mặt gồ ghề đó là dạng hình sin và hình tam giác (Hình 1). Tiếp đến xem xét giải nghiệm của dòng chảy chất lỏng giới hạn giữa hai bề mặt này có kể đến điều kiện trượt Beavers–Joseph–Saffman. Cuối cùng, nghiệm của dòng chảy thu được sẽ được sử dụng để tính toán độ thấm hữu hiệu của khe nứt và phân tích ảnh hưởng của mức độ gồ ghề đến sự biến thiên giá trị của đại lượng này.



Hình 1. Mô hình xấp xỉ khe nứt

Bài báo được kết cấu theo trình tự như sau: Mục 2 dành để mô tả bài toán, thiết lập các phương trình cơ bản liên quan đến động học dòng chảy. Mục 3 dành để trình bày một số kết quả phân tích số

và so sánh với kết quả mà nhóm nghiên cứu thực hiện mô phỏng bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Cuối cùng là một số kết luận và kiến nghị của vấn đề nghiên cứu sẽ được trình bày trong mục 4.

2. Mô hình bài toán

Mô hình vết nứt và miền chất lỏng tính toán được mô tả trên Hình 2 với các thông số hình học được ký hiệu trực tiếp trên hình. Trong đó $\hat{H}$, $\hat{h}$, L lần lượt là độ mở rộng vết nứt, biên độ đỉnh gồ ghề và chiều dài bước sóng gồ ghề.

Dòng chất lỏng trong mô hình miêu tả ở trên được giả định là phát sinh bởi một gradient áp suất trung bình (cấp độ vĩ mô, cấp độ kết cấu) $\langle \nabla \hat{P} \rangle = (-\sigma, 0, 0)$. Nhận thấy rằng dòng chảy chất lỏng có dạng tuần hoàn theo phương của trục $\hat{x}$, nên chúng ta không cần thiết phải thiết lập phương trình cho toàn bộ miền chất lỏng mà chỉ cần xem xét miền tính toán đơn vị đặc trưng U như biểu diễn trên Hình 2 cho cả hai trường hợp hình thái gồ ghề dạng hình sin và dạng hình tam giác (hay răng cưa). Trong cơ học chất lỏng vi mô, người ta ưu tiên biểu diễn các đại lượng và phương trình dưới dạng không thứ nguyên, trên tinh thần đó bài báo này cũng được trình bày theo nguyên tắc nói trên. Trước hết để biểu diễn và tính toán dưới dạng không thứ nguyên, chúng ta lần lượt chọn L , $\sigma L^2/\mu$, σ là độ lớn đơn vị của chiều dài, vận tốc và gradient áp suất, trong đó μ là hệ số nhớt động lực học của chất lỏng trong khe nứt. Trên cơ sở đó phương trình Stokes mô tả dòng chảy dưới dạng không thứ nguyên được biểu diễn như sau

$$\Delta \mathbf{V}(\mathbf{x}) = \nabla P(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V}(\mathbf{x}) = 0 \quad (2)$$

trong đó $\mathbf{V}(\mathbf{x})$, $P(\mathbf{x})$ lần lượt là ký hiệu của trường vận tốc và áp suất không thứ nguyên. Tại biên trên và biên dưới ($\partial U = \partial U^t \cup \partial U^b$) của miền tính toán đơn vị đặc trưng U dòng chất lỏng thỏa mãn điều kiện trượt Beavers–Joseph–Saffman và được biểu diễn như sau

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{s}(\mathbf{x}) = b \mathbf{t}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{s}(\mathbf{x}) = \lambda \sqrt{k} \mathbf{t}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{s}(\mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \in \partial U \quad (3)$$

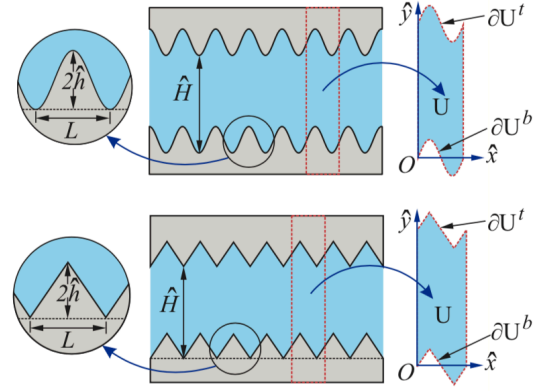
trong đó $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ là vectơ tiếp tuyến tại điểm $\mathbf{x}$, $\mathbf{t}(\mathbf{x}) \equiv (\tau, \eta)$ là vectơ lực trên biên tác dụng lên miền chất lỏng tính toán, $b = \lambda \sqrt{k}$ được gọi là chiều dài trượt, λ là hệ số trượt không đơn vị (hệ số kinh nghiệm), nó thay đổi trong khoảng từ 0 đến 5, k là hệ số thấm của môi trường vật liệu rỗng.

Do nghiệm của bài toán đang xem xét là tuyến tính nên chúng ta tiến hành tách nghiệm ra thành hai thành phần như sau

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^P(\mathbf{x}) + \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad (4)$$

$$P(\mathbf{x}) = p^P(\mathbf{x}) + p(\mathbf{x}) \quad (5)$$

trong đó $\mathbf{u}^P(\mathbf{x}) \equiv (u^P(\mathbf{x}), v^P(\mathbf{x}))$, $p^P(\mathbf{x})$ là trường nghiệm vận tốc và áp suất của thành phần dòng chảy Poiseuille, còn $\mathbf{u}(\mathbf{x}) \equiv (u(\mathbf{x}), v(\mathbf{x}))$, $p(\mathbf{x})$ là trường nghiệm của dòng chảy nhiễu, loại dòng chảy này



Hình 2. Mô hình dòng chảy chất lỏng trong khe nứt

phát sinh do sự tồn tại của điều kiện biên trượt và gồ ghề. Trong cơ học chất lỏng cổ điển chúng ta biết rằng dòng chảy Poiseuille có dạng phương trình biểu diễn dưới đây

$$u^P(\mathbf{x}) = \frac{-y^2}{2} + \frac{H \times y}{2} \quad (6)$$

$$v^P(\mathbf{x}) = 0 \quad (7)$$

$$p^P(x) = -x + p_0 \quad (8)$$

trong đó $H = \hat{H}/L$ là độ mở rộng vết nứt không thứ nguyên, p_0 là giá trị áp suất ban đầu đặt tại biên đầu vào của dòng chảy. Do vậy nhiệm vụ tiếp theo của nghiên cứu là xác định trường nghiệm của dòng chảy nhiễu. Nhiệm vụ này được thực hiện bằng cách thiết lập các phương trình tích phân biên cho miền chất lỏng đơn vị đặc trưng U theo trình tự sau. Trước hết, trường vận tốc và áp suất của dòng chảy nhiễu tại mọi điểm được biểu diễn thông qua các giá biên bằng biểu thức dưới đây

$$\varepsilon(\mathbf{x}_0)\mathbf{u}(\mathbf{x}_0) = -\frac{1}{4\pi} \int_{\partial\Omega} \mathbf{t}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{S}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{l}(\mathbf{x}) - \frac{1}{4\pi} \int_{\partial\Omega} \mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot [\mathbf{Q}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x})] d\mathbf{l}(\mathbf{x}) \quad (9)$$

$$\varepsilon(\mathbf{x}_0)p(\mathbf{x}_0) = \frac{1}{4\pi} \int_{\partial\Omega} \mathbf{t}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{l}(\mathbf{x}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial\Omega} \mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot [\mathbf{P}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x})] d\mathbf{l}(\mathbf{x}) \quad (10)$$

trong đó ε là hằng số phụ thuộc vào vị trí điểm $\mathbf{x}_0$, nó nhận các giá trị 0, 1, 1/2 tùy thuộc vào vị trí của điểm $\mathbf{x}_0$, cụ thể như sau

$$\varepsilon = \begin{cases} 0 & \forall \mathbf{x}_0 \notin U \\ 1/2 & \forall \mathbf{x}_0 \in \partial U \\ 1 & \forall \mathbf{x}_0 \in U \setminus \partial U \end{cases} \quad (11)$$

trong đó $\mathbf{n}(\mathbf{x}) \equiv (n_x, n_y)$ là vector pháp tuyến đơn vị với biên và hướng ra ngoài miền chất lỏng đơn vị đặc trưng U . Trong các biểu thức (9) và (10) chúng ta lưu ý rằng $\mathbf{S}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ là hàm tensor Green bậc hai của vận tốc hay còn gọi là Stokeslet, $\mathbf{Q}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ là hàm tensor ứng suất Green bậc ba hay còn gọi là stresslet, $\mathbf{f}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ là hàm vector Green áp suất liên hợp với Stokeslet và $\mathbf{P}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ là hàm tensor ứng suất Green bậc hai liên hợp với stresslet, để biết thêm chi tiết về các hàm này người đọc có thể tham khảo tài liệu [13], dạng biểu diễn cụ thể của các hàm này như sau

$$\mathbf{S}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \mathbf{S}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} -A - YA_Y & YA_X \\ YA_X & -A + YA_Y \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \begin{bmatrix} Q_{xxx} & Q_{xxy} \\ Q_{xyx} = Q_{yxx} & Q_{xyy} = Q_{yxy} \\ Q_{yyx} & Q_{yyy} \end{bmatrix} (\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} -4A_X - 2YA_{XY} & -2A_Y + 2YA_{XX} \\ -2A_Y + 2YA_{XX} & 2YA_{XY} \\ 2YA_{XY} & -2A_Y - 2YA_{XX} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} 2A_X \\ 2A_Y \end{bmatrix}; \quad \mathbf{P}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} 4A_{XX} & 4A_{XY} \\ 4A_{XY} & 4A_{YY} \end{bmatrix} \quad (14)$$

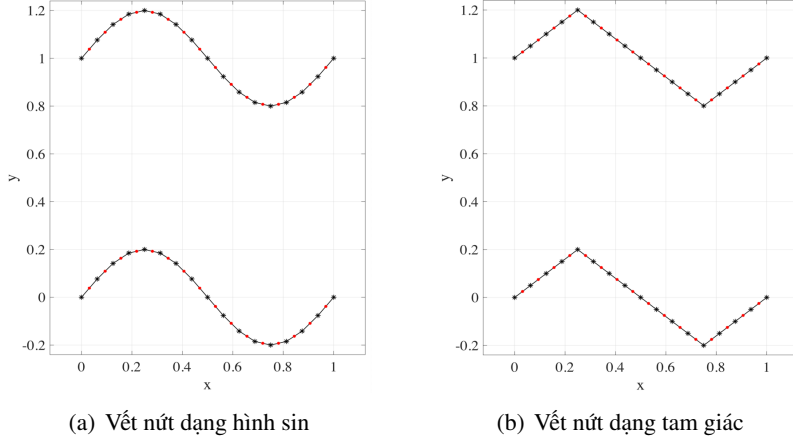
trong đó $\mathbf{X}(X, Y)$ là hiệu của hai vector $\mathbf{x}, \mathbf{x}_1$. A là hàm số có biểu thức như sau

$$A = A(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \ln [\cosh(kY) - \cos(kX)] + \frac{1}{2} \ln 2 \quad (15)$$

trong đó $A_X, A_Y, A_{XX}, A_{XY}, A_{YY}$ là ký hiệu các đạo hàm riêng của hàm số A cụ thể là

$$A_X = \frac{\partial A}{\partial X}; \quad A_Y = \frac{\partial A}{\partial Y}; \quad A_{XX} = \frac{\partial^2 A}{\partial X^2}; \quad A_{XY} = \frac{\partial^2 A}{\partial X \partial Y}; \quad A_{YY} = \frac{\partial^2 A}{\partial Y^2} \quad (16)$$

Biểu thức (9) và (10) cho chúng ta thấy rằng khi đã biết các giá trị trên biên là vectơ lực và vận tốc $\mathbf{t}(\mathbf{x}) \equiv (\tau, \eta)$, $\mathbf{u}(\mathbf{x}) \equiv (u, v)$ thì hoàn toàn có thể xác định được giá trị vận tốc và áp suất tại một điểm bất kỳ. Để xác định được các giá trị biên nói trên, chúng ta tiến hành rời rạc hoá biên $\partial U = \partial U^t \cup \partial U^b$ thành N phần tử Γ_j ($j = 1, 2, \dots, N$). Trong nghiên cứu này chúng ta lựa chọn phần tử hằng số tức là mỗi phần tử là một đoạn thẳng có một nút nằm chính giữa đoạn thẳng đó, giá trị biên trên phạm vi một phần tử là không đổi và chính là giá trị tại nút, liên quan đến các dạng phần tử biên người đọc có thể xem thêm tài liệu [14, 15]. Việc rời rạc hoá biên miền U được thể hiện trong Hình 3 dưới đây với quy ước điểm chấm (màu đỏ) là nút của phần tử, còn điểm hình hoa thị (màu đen) là hai đầu mút của phần tử.



Hình 3. Rời rạc hoá biên miền tính toán bằng các phần tử hằng số

Với mỗi điểm nút $\mathbf{x}_{0i}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) chúng ta có thể biểu diễn mối quan hệ giữa các giá trị biên tại nút này và các giá trị biên trên các phần tử còn lại (kể cả phần tử chứa nút) bằng cách thay vào phương trình (9) và (10), cuối cùng thu được hệ $2 \times N$ phương trình với $4 \times N$ ẩn số $\{\tau_j, \eta_j, u_j, v_j\}$ có phương trình tổng quát trình bày dưới đây

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_i = & -\frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \tau_j \int_{\Gamma_j} S_{xx}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i}) dl_j - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \eta_j \int_{\Gamma_j} S_{yx}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i}) dl_j \\ & - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N u_j \int_{\Gamma_j} [Q_{xxx}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i})n_x(\mathbf{x}_j) + Q_{xxy}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i})n_y(\mathbf{x}_j)] dl_j \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N v_j \int_{\Gamma_j} [Q_{yxx}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i})n_x(\mathbf{x}_j) + Q_{yyx}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i})n_y(\mathbf{x}_j)] dl_j \\ \frac{1}{2}v_i = & -\frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \tau_j \int_{\Gamma_j} S_{xy}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i}) dl_j - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \eta_j \int_{\Gamma_j} S_{yy}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i}) dl_j \\ & - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N u_j \int_{\Gamma_j} [T_{xyx}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i})n_x(\mathbf{x}_j) + T_{xyy}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i})n_y(\mathbf{x}_j)] dl_j \end{aligned} \quad (18)$$

$$- \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N v_j \int_{\Gamma_j} [T_{yyx}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i})n_x(\mathbf{x}_j) + T_{yyy}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{0i})n_y(\mathbf{x}_j)] dl_j$$

Mặt khác vận tốc trên biên (bề mặt vết nứt) phải thỏa mãn điều kiện trượt ở biểu thức số (3), đồng thời trong nghiên cứu này chúng ta chỉ tập trung nghiên cứu dòng chảy trong khe nứt theo phương tác động của gradient áp suất (phương x) do vậy để đơn giản hoá chúng ta giả định chất lỏng không thấm vào bề mặt chất rắn, thỏa mãn điều kiện

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) = 0 \quad (19)$$

Từ hai điều kiện (3) và (19) chúng ta xây dựng được thêm $2 \times N$ phương trình, chúng được biểu diễn tổng quát như sau

$$\lambda \sqrt{k} n_y \tau_i - \lambda \sqrt{k} n_x \eta_i - n_y u_i + n_x v_i = u_i^P n_y - v_i^P n_x - \lambda \sqrt{k} \tau_i^P n_y + \lambda \sqrt{k} \eta_i^P n_x \quad (20)$$

$$u_i n_x + v_i n_y = -u_i^P n_x - v_i^P n_y \quad (21)$$

trong đó vectơ lực trên biên của dòng chảy Poiseuille $\mathbf{t}^P(\mathbf{x}) \equiv (\tau^P, \eta^P)$ được xác định bởi công thức dưới đây

$$\tau^P = \left(-y + \frac{H}{2}\right) n_y; \quad \eta^P = \left(-y + \frac{H}{2}\right) n_x \quad (22)$$

Khi biến đổi từ biểu thức số (3) trở thành biểu thức (20) chúng ta phải lưu ý mối quan hệ giữa các thành phần của vectơ pháp tuyến và tiếp tuyến tại biên, cụ thể:

$$s_x = -n_y; \quad s_y = n_x \quad (23)$$

Từ các phương trình (17), (18), (20) và (21) chúng ta thiết lập được một hệ phương trình với số phương trình bằng số ẩn đủ cơ sở để giải tuyến tính. Sau khi thực hiện giải số hệ phương trình nói trên, chúng ta thu được các giá trị biên tại các nút của phần tử $\{\tau_1, \dots, \tau_N, \eta_1, \dots, \eta_N, u_1, \dots, u_N, \dots, v_1, \dots, v_N\}$. Thay ngược các giá trị này trở lại các phương trình tích phân biên (9) và (10) giá trị vận tốc và áp suất tại mọi điểm trên miền chất lỏng tính toán được xác định. Từ kết quả trường vận tốc của dòng chảy trong khe nứt người ta có thể xác định được độ thấm hữu hiệu của dòng chất lỏng khi phát sinh vết nứt thông qua biểu thức sau đây

$$K^{eff} = \frac{\langle u(\mathbf{x}_0) \rangle}{\langle \nabla P(\mathbf{x}_0) \rangle} \quad (24)$$

trong đó ký hiệu $\langle \bullet \rangle$ là toán tử trung bình và biểu thức tính giá trị trung bình của trường vận tốc được xác định bởi biểu thức dưới đây

$$\langle u(\mathbf{x}_0) \rangle = \frac{1}{|U|} \int_U u(\mathbf{x}_0) dS(\mathbf{x}_0) \quad (25)$$

3. Áp dụng số và phân tích kết quả tính toán

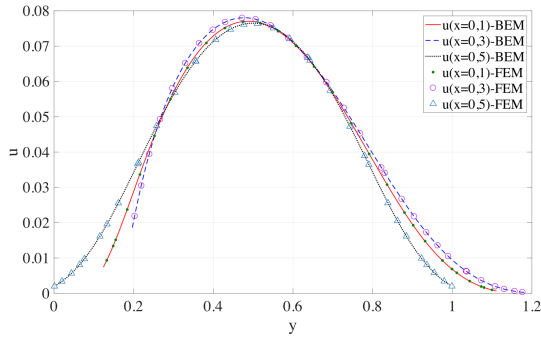
3.1. Xác định trường vận tốc và áp suất của dòng chảy trong khe nứt

Để phân tích đặc tính trường vận tốc và áp suất của dòng chảy trong khe nứt chúng ta tiến hành thực hiện giải một ví dụ với các thông số cụ thể được thống kê trong Bảng 1. Bên cạnh đó để kiểm chứng tính chính xác của phương pháp đề xuất, ví dụ này cũng được nhóm nghiên cứu mô phỏng

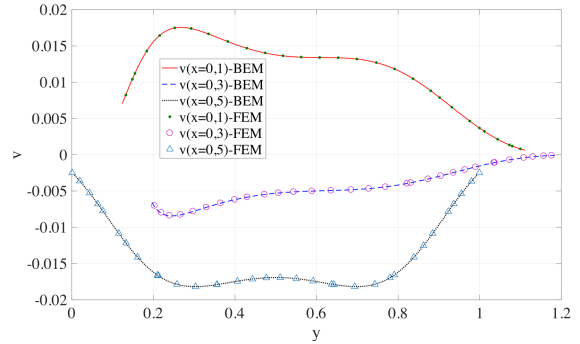
Bảng 1. Thông số đầu vào ví dụ 1

STT	Tên gọi	Ký hiệu	Giá trị
1	Độ mở rộng vết nứt	H	1
2	Biên độ đỉnh gồ ghề	h	0,2
3	Chiều dài trượt	b	0,03

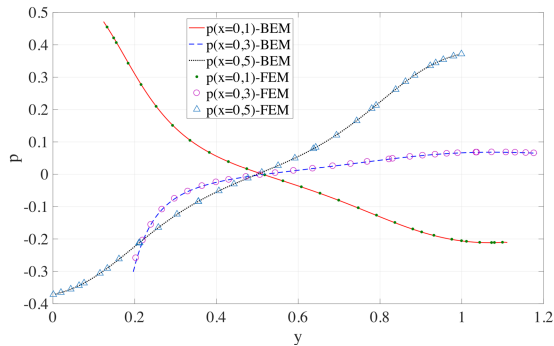
bằng phần mềm ứng dụng phương pháp phần tử hữu hạn, toàn bộ kết quả được trình bày và so sánh trên Hình 4 đến Hình 9 dưới đây. Trong đó Hình 4 và Hình 7 biểu diễn sự biến thiên của vận tốc u theo phương y tại các vị trí $x = 0,1; 0,3; 0,5$ tương ứng với trường hợp khe nứt gỗ ghề dạng hình sin và dạng hình tam giác. Hình 5 và 8 thể hiện biến thiên vận tốc v theo phương y . Còn lại Hình 6 và 9 biểu diễn sự biến thiên của trường áp suất theo phương y tại các vị trí của x như đã nói ở trên.



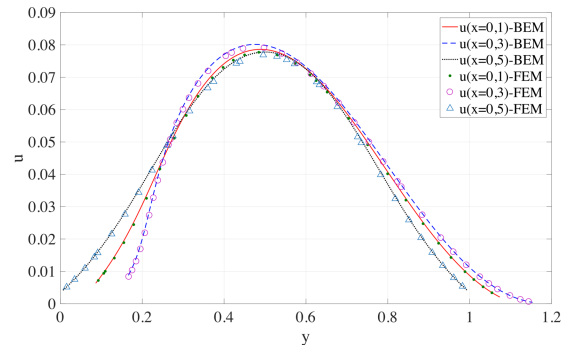
Hình 4. Biến thiên vận tốc u theo y tại $x = 0,1; 0,3; 0,5$ cho khe nứt hình sin



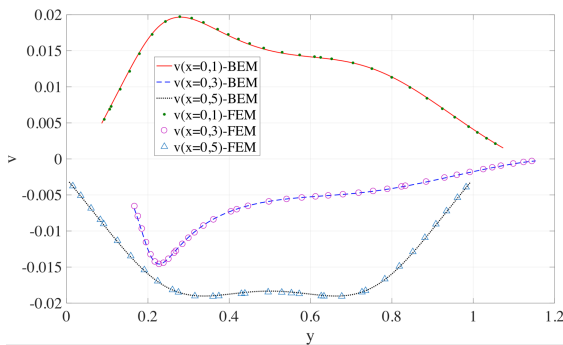
Hình 5. Biến thiên vận tốc v theo y tại $x = 0,1; 0,3; 0,5$ cho khe nứt hình sin



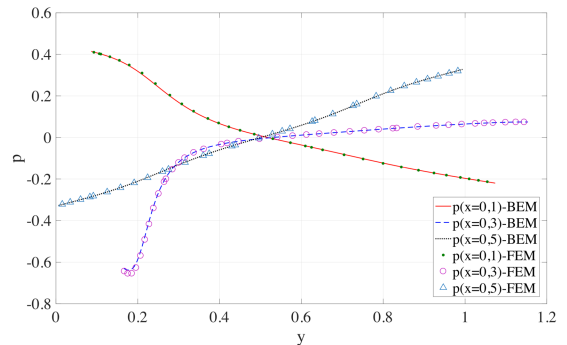
Hình 6. Biến thiên áp suất p theo y tại $x = 0,1; 0,3; 0,5$ cho khe nứt hình sin



Hình 7. Biến thiên vận tốc u theo y tại $x = 0,1; 0,3; 0,5$ cho khe nứt hình tam giác



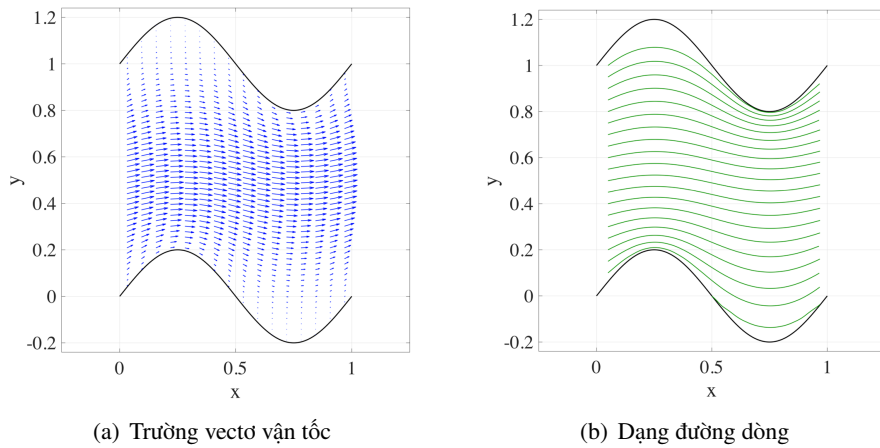
Hình 8. Biến thiên vận tốc v theo y tại $x = 0,1; 0,3; 0,5$ cho khe nứt hình tam giác



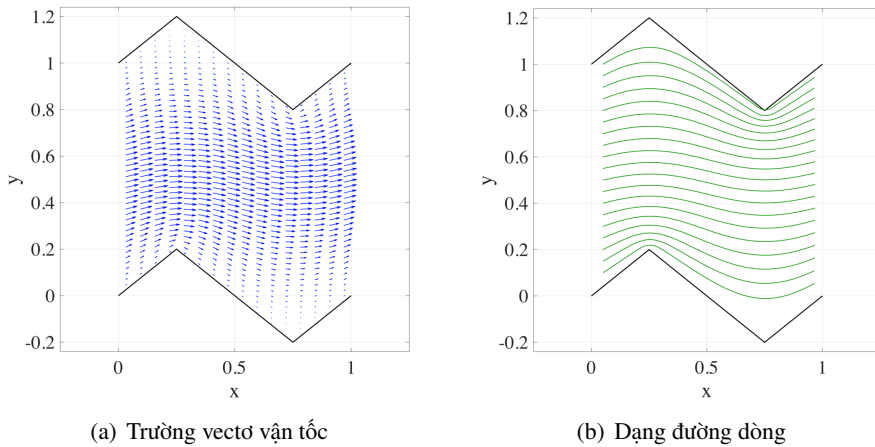
Hình 9. Biến thiên áp suất p theo y tại $x = 0,1; 0,3; 0,5$ cho khe nứt hình tam giác

Một đặc điểm chung trên tất cả các hình từ Hình 4 đến Hình 9 đó là: đó là kết quả thu được từ phương pháp phần tử biên đề xuất trong nghiên cứu này được thể hiện bằng các đường (liền, gạch đứt và chấm chấm), còn các kết quả thu được từ mô hình hoá bằng phương pháp phần tử hữu hạn được biểu diễn bằng các biểu tượng (chấm đậm, tam giác và tròn). Chúng ta nhận thấy rằng hai kết quả từ hai phương pháp nói trên đối với trường vận tốc và áp suất là hoàn toàn trùng khớp, điều đó khẳng định phương pháp tính toán số của nghiên cứu là hiệu quả và chính xác. Nó có thể sử dụng để phân tích các đặc tính thuỷ lực ở các ví dụ tiếp theo.

Hình 10(a) và 10(b) trên đây biểu diễn trường vectơ vận tốc và đường dòng đối với khe nứt có dạng gồ ghề hình sin, còn Hình 11(a) và 11(b) là mô tả trường vectơ vận tốc và đường dòng khi khe nứt có dạng tam giác.



Hình 10. Hình thái dòng chảy đối với khe nứt dạng hình sin



Hình 11. Hình thái dòng chảy đối với khe nứt dạng hình tam giác

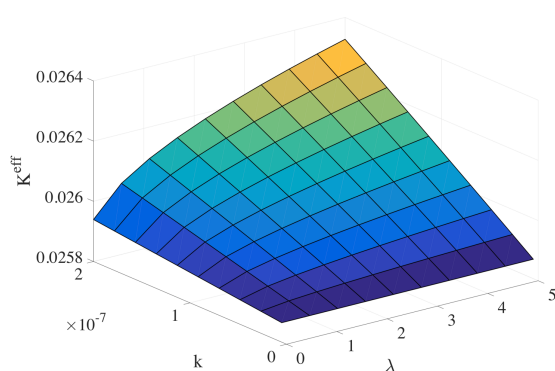
3.2. Ảnh hưởng của độ thấm của vật liệu rỗng đến tính thấm hữu hiệu của khe nứt

Để phân tích ảnh hưởng của độ thấm của vật liệu rỗng đến độ thấm hữu hiệu của khe nứt cho hai trường hợp dạng hình sin và dạng hình tam giác chúng ta lựa chọn các thông số đầu vào như Bảng 2.

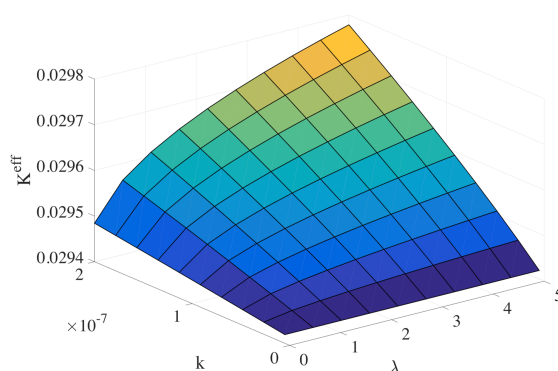
Bảng 2. Thông số đầu vào ví dụ 2

STT	Tên gọi	Ký hiệu	Giá trị
1	Hệ số trượt	λ	$0 \div 5$
2	Độ mở rộng vết nứt	H	1
3	Biên độ đỉnh gồ ghề	h	0,2
4	Độ thấm của vật liệu rỗng	k	$5 \times 10^{-9} \div 2 \times 10^{-7}$

Từ hai biểu đồ trên Hình 12 và Hình 13 chúng ta nhận thấy rằng với cùng một độ mở rộng vết nứt, cùng một biên độ gồ ghề thì độ thấm hữu hiệu của vết nứt có xu hướng tăng dần khi độ thấm của vật liệu rỗng và hệ số trượt tăng. Điều này chứng tỏ rằng bản thân cấu trúc vi mô của vật liệu rỗng bị nứt sẽ ảnh hưởng một phần nào đó đến tính thấm hữu hiệu của vết nứt. Tương quan giữa hai biểu đồ cho thấy vết nứt dạng hình sin có độ thấm trung bình nhỏ hơn so với vết nứt hình tam giác.



Hình 12. Ảnh hưởng của hệ số trượt và độ thấm của vật liệu rỗng đến độ thấm hữu hiệu của vết nứt dạng hình sin



Hình 13. Ảnh hưởng của hệ số trượt và độ thấm của vật liệu rỗng đến độ thấm hữu hiệu của vết nứt dạng hình tam giác

3.3. Ảnh hưởng của mức độ gồ ghề đến tính thấm hữu hiệu của khe nứt

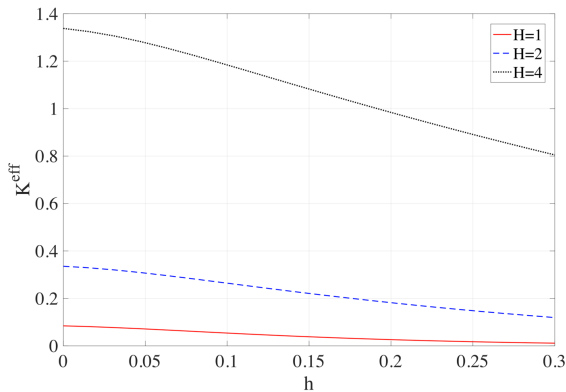
Trong ví dụ này chúng ta sẽ xem xét ảnh hưởng của mức độ gồ ghề đến tính thấm trong khe nứt của môi trường vật liệu rỗng. Để thực hiện những phân tích này chúng ta lựa chọn các thông số đầu vào tính toán như Bảng 3.

Bảng 3. Thông số đầu vào ví dụ 3

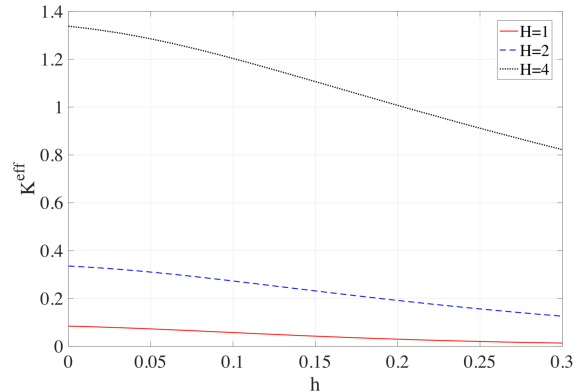
STT	Tên gọi	Ký hiệu	Giá trị
1	Độ mở rộng vết nứt	H	1; 2; 4
2	Biên độ đỉnh gồ ghề	h	$0 \div 0,3$
3	Độ thấm của vật liệu rỗng	k	2×10^{-7}
4	Hệ số trượt	λ	5

Hình 14 và Hình 15 là biểu đồ biểu diễn sự biến thiên độ thấm hữu hiệu của khe nứt dạng hình sin và hình tam giác dành cho các trường hợp 3 trường hợp với độ mở rộng vết nứt khác nhau. Chúng

ta nhận thấy rằng khi biên độ gồ ghề tăng thì độ thấm giảm, đối với khe nứt có độ mở rộng càng lớn thì sự thay đổi nói trên càng gấp.



Hình 14. Biến thiên K^{eff} theo h dành cho vết nứt hình sin



Hình 15. Biến thiên K^{eff} theo h dành cho vết nứt hình tam giác

4. Kết luận

Nghiên cứu này đã thực hiện tách nghiệm của phương trình Stokes thành hai thành phần, một phần đã biết dạng nghiệm là dòng chảy Poiseuille, phần còn lại được giải quyết bằng phương pháp phần tử biên. Sau khi có được nghiệm vận tốc và áp suất của dòng chảy nghiên cứu đã sử dụng kết quả này để phân tích ảnh hưởng của độ thấm của vật liệu rỗng cũng như độ gồ ghề của bề mặt vết nứt đến độ thấm hữu hiệu của vết nứt tương ứng với hai dạng là hình sin và hình răng cưa. Qua nghiên cứu này chúng ta có thể rút ra điểm chung như sau: Khi mức độ gồ ghề của khe nứt tăng thì độ thấm có xu hướng giảm đi, ảnh hưởng của mức độ gồ ghề được thể hiện rõ nét hơn khi độ mở rộng vết nứt càng lớn. Tính thấm của vật liệu rỗng có chứa vết nứt đơn gồ ghề suy ra từ nghiên cứu này được xem như một bài toán phụ trợ dùng làm dữ liệu đầu vào cho bài toán vật liệu rỗng có chứa nhiều hơn một vết nứt và các vết nứt này có phương bất kỳ trong không gian thường bất gặp trong các công trình xây dựng gây hư hại kết cấu như được chỉ ra trong tài liệu [16]. Tuy nhiên đây mới chỉ là những kết quả bước đầu cho vết nứt giả định có tính tuần hoàn, hướng tiếp theo mà nhóm nghiên cứu quan tâm liên quan đến đặc tính thủy lực của khe nứt có biên độ gồ ghề phân bố theo quy luật ngẫu nhiên.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 107.02-2017.310.

Tài liệu tham khảo

- [1] Zimmerman, R. W., Bodvarsson, G. S. (1996). [Hydraulic conductivity of rock fractures](#). *Transport in Porous Media*, 23(1):1–30.
- [2] Ranjith, P. G., Darlington, W. (2007). [Nonlinear single-phase flow in real rock joints](#). *Water Resources Research*, 43(9):1–9.
- [3] Lee, H.-B., Yeo, I. W., Lee, K.-K. (2007). [Water flow and slip on NAPL-wetted surfaces of a parallel-walled fracture](#). *Geophysical Research Letters*, 34(19):1–5.

- [4] Chen, Z., Qian, J., Zhan, H., Zhou, Z., Wang, J., Tan, Y. (2017). [Effect of roughness on water flow through a synthetic single rough fracture](#). *Environmental Earth Sciences*, 76(4):1–17.
- [5] Liu, E. (2005). [Effects of fracture aperture and roughness on hydraulic and mechanical properties of rocks: implication of seismic characterization of fractured reservoirs](#). *Journal of Geophysics and Engineering*, 2(1):38–47.
- [6] Hudson, J. A., Liu, E. (1999). [Effective elastic properties of heavily faulted structures](#). *Geophysics*, 64(2):479–485.
- [7] Beavers, G. S., Joseph, D. D. (1967). [Boundary conditions at a naturally permeable wall](#). *Journal of Fluid Mechanics*, 30(1):197–207.
- [8] Saffman, P. G. (1971). [On the boundary condition at the surface of a porous medium](#). *Studies in Applied Mathematics*, 50(2):93–101.
- [9] Markov, M., Kazatchenko, E., Mousatov, A., Pervago, E. (2010). [Permeability of the fluid-filled inclusions in porous media](#). *Transport in Porous Media*, 84(2):307–317.
- [10] Tlupova, S., Cortez, R. (2009). [Boundary integral solutions of coupled Stokes and Darcy flows](#). *Journal of Computational Physics*, 228(1):158–179.
- [11] Arbogast, T., Lehr, H. L. (2006). [Homogenization of a Darcy–Stokes system modeling vuggy porous media](#). *Computational Geosciences*, 10(3):291–302.
- [12] Monchiet, V., Ly, H.-B., Grande, D. (2019). [Macroscopic permeability of doubly porous materials with cylindrical and spherical macropores](#). *Meccanica*, 54(10):1583–1596.
- [13] Pozrikidis, C. (1992). *Boundary integral and singularity methods for linearized viscous flow*. Cambridge University Press.
- [14] Katsikadelis, J. T. (2002). *Boundary elements: theory and applications*. First edition, Elsevier.
- [15] Brebbia, C. A., Telles, J. C. F., Wrobel, L. C. (1984). *Boundary element techniques: theory and applications in engineering*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- [16] Hưng, V. Q. (2020). [Nghiên cứu nguyên nhân hư hỏng của các cấu kiện bê tông cốt thép trong công trình cảng dưới tác động của môi trường biển và các biện pháp xử lý](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCN XD)-ĐHXD*, 14(2V):107–121.