

PHÂN TÍCH VÀ THỰC NGHIỆM XÁC ĐỊNH HÌNH DẠNG THÁP TENSEGRITY BA TẦNG

Bùi Quang Hiếu^{a,*}, Võ Doãn Quân^a, Hoàng Quốc Khanh^a, Dương Minh Luận^a,
Trần Phước Lâm^a, Nguyễn Hữu Đạt^a

^aKhoa Xây dựng dân dụng và công nghiệp, Trường Đại học Bách Khoa Đà Nẵng,
số 54 đường Nguyễn Lương Bằng, quận Liên Chiểu, Đà Nẵng, Việt Nam

Nhận ngày 30/03/2020, Sửa xong 10/06/2020, Chấp nhận đăng 17/06/2020

Tóm tắt

Kết cấu Tensegrity ngày càng được ứng dụng rộng rãi trong các công trình dân dụng vì độ tin cậy cao, sử dụng vật liệu hiệu quả, vượt nhịp lớn và có khả năng đóng mở. Đây là loại kết cấu bao gồm các thanh chịu nén không liên tục nằm trong các dây cáp chịu kéo liên tục. Phân tích hình dạng cho kết cấu này là cần thiết trong giai đoạn thiết kế ban đầu để tìm ra hình dạng mà tại đó ứng suất trước trong các cấu kiện là tự cân bằng với nhau. Bài báo này áp dụng phương pháp mật độ lực tương thích trong việc xác định hình dạng của tháp Tensegrity ba tầng. Quy trình thực nghiệm bằng thanh gỗ và dây cáp thép để minh chứng cho kết quả phân tích cũng được giới thiệu trong bài báo này.

Từ khoá: kết cấu Tensegrity; phân tích hình dạng; phương pháp mật độ lực tương thích; tháp Tensegrity ba tầng.

ANALYSIS AND EXPERIMENT FOR FORM-FINDING OF THREE-LAYER TENSEGRITY TOWER

Abstract

Tensegrity structures are widely used in civil buildings because of their reliability, saving materials, fabrication of large-scale structures, and deployability. These structures include a set of discontinuous compressive components interacting with a set of continuous tensile components. Form-finding analysis is necessary for these structures in the preliminary design stage to find the shapes that the prestresses in all components are in the self-equilibrium state. This paper applies the adaptive force density method to find the shape of a three-layer tensegrity tower. The experiment set-up with timber bars and steel cables to illustrate the results of form-finding analysis is also introduced.

Keywords: Tensegrity structures; form-finding; adaptive force density method; three-layer Tensegrity tower.

[https://doi.org/10.31814/stce.nuce2020-14\(3V\)-11](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2020-14(3V)-11) © 2020 Trường Đại học Xây dựng (NUCE)

1. Giới thiệu

Thuật ngữ *Tensegrity* được giới thiệu đầu tiên bởi Fuller từ năm 1962 [1]. Fuller mô tả kết cấu Tensegrity gồm một tập hợp các thanh chịu nén không liên tục trong một hệ các thanh chịu kéo liên tục. Hiện nay, có rất nhiều định nghĩa cho hệ kết cấu Tensegrity [2–4], nhưng theo Zhang [5] một hệ kết cấu được gọi là Tensegrity phải có các đặc tính sau: (1) kết cấu này tự đứng được mà không cần liên kết nối đất; (2) các cấu kiện là các thanh thẳng; (3) chỉ có hai loại cấu kiện trong hệ kết cấu này: thanh chịu nén và thanh cáp chịu kéo; (4) thanh chịu nén là gián đoạn, không liên kết trực tiếp với các thanh chịu nén khác tại mỗi đầu. Với các đặc tính này thì kết cấu Tensegrity được ứng dụng rộng rãi trong kiến trúc và xây dựng. Hình 1 giới thiệu hai công trình nổi tiếng ứng dụng kết cấu Tensegrity.

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: bqhieus@dut.udn.vn (Hiếu, B. Q.)



(a) Cầu Kurilpa, Australia



(b) White Rhino, Nhật Bản

Hình 1. Một số công trình sử dụng kết cấu Tensegrity

Phân tích xác định hình dạng cho kết cấu Tensegrity là giai đoạn thiết kế ban đầu thiết yếu cho kết cấu này. Giai đoạn này sẽ xác định hình dạng mà tại đó thỏa mãn các yêu cầu của người kiến trúc và thỏa mãn các đặc tính về vật liệu của cấu kiện, đồng thời hình dạng này phải đảm bảo điều kiện ổn định. Hệ kết cấu này chỉ ổn định khi các cấu kiện được ứng suất trước, nên nói một cách khác thì phân tích hình dạng sẽ tìm được hình dạng mà tại đó yêu cầu về hình học và ứng suất trước là cân bằng trong một thể thống nhất. Hiện nay các phương pháp số trong phân tích hình dạng cho kết cấu Tensegrity chia làm bốn nhóm chính: (1) phương pháp mật độ lực tương thích [6, 7]; (2) phương pháp dao động ảo [8]; (3) phương pháp phân tích phi tuyến [9]; và (4) phương pháp tối ưu [10].

Kết cấu tháp Tensegrity, kết hợp các đơn nguyên Tensegrity dọc theo chiều cao, là một dạng kết cấu Tensegrity phổ biến nhất. Các tháp Needle Tower và Needle Tower II được thiết kế bởi Kenneth Snelson là các ví dụ điển hình cho loại kết cấu này [11]. Trong thực tế xây dựng, tháp Tensegrity chủ yếu được sử dụng như cột chống sét, trụ tháp ăng-ten hoặc tạo điểm nhấn kiến trúc. Tháp Warnow Tower với chiều cao 49,2 mét ở Rostock, Đức là một ví dụ điển hình cho ứng dụng trong thực tế của loại kết cấu này. Đây cũng là tháp Tensegrity cao nhất từng được xây dựng từ trước đến nay [12].

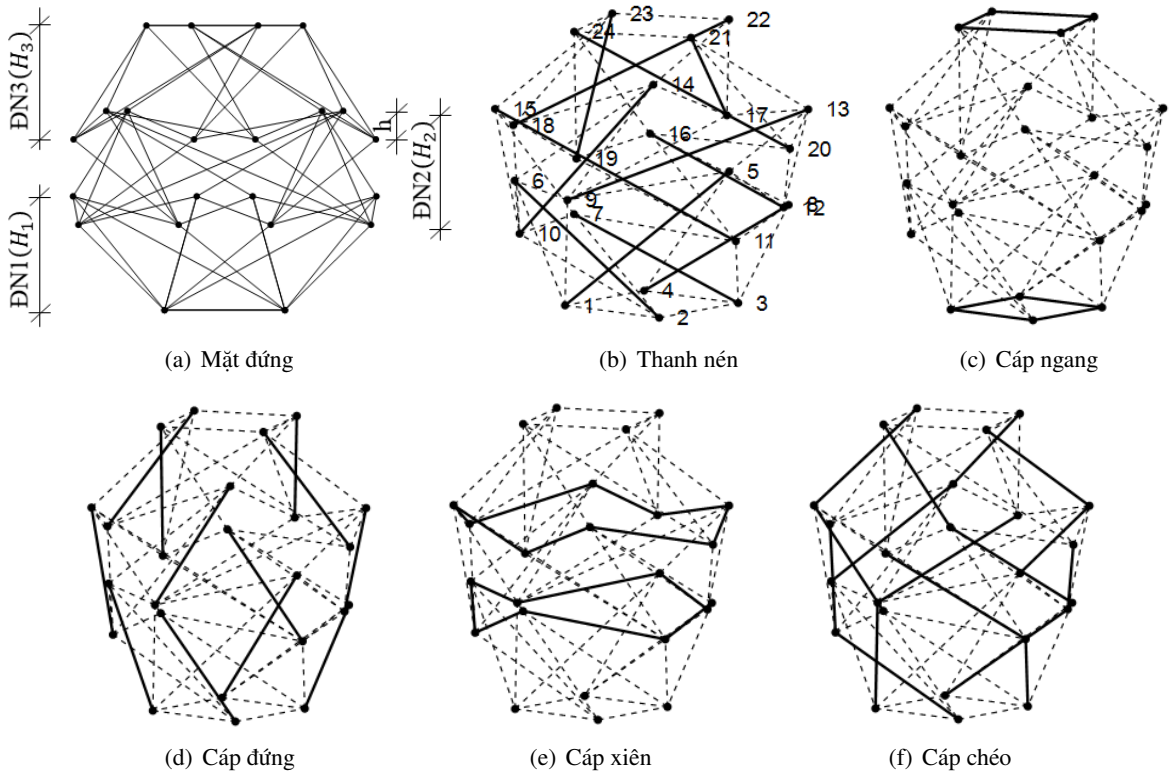
Bài báo này áp dụng phương pháp mật độ lực tương thích trong phân tích hình dạng cho tháp Tensegrity ba tầng với các điều kiện ràng buộc về hình học được áp dụng trực tiếp trong quá trình phân tích. Một trong các hình dạng tìm được sẽ được thực nghiệm kiểm chứng bằng việc xây dựng hệ tháp Tensegrity ba tầng bằng các thanh gỗ có đường kính hai mươi milimét và dây cáp có đường kính một milimét.

2. Phương pháp mật độ lực tương thích trong phân tích hình dạng tháp Tensegrity ba tầng

Phương pháp mật độ lực được giới thiệu bởi Schek vào năm 1974 [13] được áp dụng chủ yếu cho hệ lưới cáp. Zhang [6, 7] áp dụng phương pháp này cho kết cấu Tensegrity với các điều kiện ràng buộc về hình học được áp dụng trực tiếp trong quá trình phân tích hình dạng. Trong phần này, phương pháp mật độ lực tương thích này sẽ được áp dụng trong phân tích hình dạng của hệ kết cấu tháp Tensegrity.

2.1. Giới thiệu về hệ kết cấu tháp Tensegrity ba tầng

Kết cấu tháp Tensegrity là một dạng đặc biệt của kết cấu Tensegrity. Kết cấu tháp này được xây dựng dựa trên sự kết hợp của các đơn nguyên dọc theo chiều cao. Hình 2(a) thể hiện kết cấu tháp Tensegrity ba tầng bao gồm ba đơn nguyên mà mỗi đơn nguyên đặc trưng cho một tầng. Các thanh chịu nén thể hiện bằng đường nét đậm ở Hình 2(b) trong khi đó các thanh cáp chịu kéo được thể hiện bằng các đường nét đậm trên Hình 2(c) đến Hình 2(f). Để hệ kết cấu tháp là ổn định, có bốn loại cáp là cần thiết cho kết cấu này [5]: (1) cáp ngang là các dây cáp nối các nút trên cùng một mặt phẳng, chỉ tồn tại ở mặt dưới cùng và trên cùng của tháp hay nói cách khác các dây cáp ngang là các dây cáp nối các nút ở mặt dưới đơn nguyên 1 và mặt trên đơn nguyên 3; (2) cáp xiên là các dây cáp nối các nút ở mặt dưới một đơn nguyên và mặt trên một đơn nguyên khác liền kề hay nói cách khác các dây cáp xiên là các dây cáp nối các nút ở mặt trên đơn nguyên 1 với mặt dưới đơn nguyên 2 và mặt trên đơn nguyên 2 với mặt dưới đơn nguyên 3; (3) cáp đứng là các dây cáp nối các nút ở mặt trên và mặt dưới của cùng một đơn nguyên; (4) cáp chéo là các dây cáp nối các nút ở mặt dưới (hoặc mặt trên) của hai đơn nguyên liền kề.



Hình 2. Kết cấu tháp Tensegrity ba tầng

2.2. Nút và cấu kiện

Để tiện cho việc thể hiện phương pháp mật độ lực tương thích với hệ kết cấu này, các kí hiệu sau đây được sử dụng thống nhất trong toàn bộ bài báo này: $n_s = 4$ là số thanh chịu nén trong một đơn nguyên; $n_L = 3$ là tổng số đơn nguyên. Tổng số nút trong hệ n , tổng số thanh chịu nén m_s , tổng số dây

cáp ngang m_n , tổng số dây cáp xiên m_x , tổng số dây cáp đứng m_d , tổng số dây cáp chéo m_c và tổng số cấu kiện trong hệ m được xác định theo công thức (1).

$$\begin{aligned} n &= 2n_s n_L = 24 \\ m_s &= n_s n_L = 12 \\ m_n &= 2n_s = 8 \\ m_x &= 2(n_L - 1)n_s = 16 \\ m_d &= n_s n_L = 12 \\ m_c &= 2(n_L - 1)n_s = 16 \\ m &= m_s + m_n + m_x + m_d + m_c = 64 \end{aligned} \quad (1)$$

2.3. Phương pháp mật độ lực tương thích

Trong phần này, các thuật ngữ tương tự trong nghiên cứu của Zhang [6, 7] được sử dụng. Tổng số nút trong hệ là $n = 24$ nút và được đánh số thứ tự như Hình 2(b). Các nút này sẽ dịch chuyển tự do đến khi ứng suất trước trong các thanh chịu nén và các dây cáp chịu kéo là ở trong trạng thái cân bằng. Trong hệ gồm $m = 64$ cấu kiện này, ma trận liên kết hay ma trận Topology, $\mathbf{C}$, có kích cỡ $m \times n = 64 \times 24$ với các phần tử được xác định theo công thức (2)

$$\mathbf{C}(i, j) = \begin{cases} +1 & \text{nếu } j = l(i) \\ -1 & \text{nếu } j = k(i) \\ 0 & \text{trong các phần còn lại} \end{cases} \quad (2)$$

trong đó i là cấu kiện thứ i liên kết hai nút l và k ($l < k$); j là cột thứ j trong ma trận $\mathbf{C}$; $1 \leq i \leq 64$; $1 \leq j, k, l \leq 24$. Tọa độ (x, y, z) của các nút được tập hợp trong các vector $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$, $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^T$ và $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_n]^T$. Ứng lực trước và chiều dài của các cấu kiện được tập hợp trong các vector $\mathbf{S} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_m]^T$ và $\mathbf{L} = [l_1 \ l_2 \ \dots \ l_m]^T$. Mật độ lực q_i trong cấu kiện thứ i được xác định theo công thức (3)

$$q_i = \frac{s_i}{l_i} \quad (3)$$

Phương trình cân bằng của hệ Tensegrity không có liên kết nối đất và không có ngoại lực được xác định bằng phương pháp mật độ lực theo công thức (4)

$$\mathbf{E}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (4a)$$

$$\mathbf{E}\mathbf{y} = \mathbf{0} \quad (4b)$$

$$\mathbf{E}\mathbf{z} = \mathbf{0} \quad (4c)$$

trong đó ma trận mật độ lực $\mathbf{E}$ có kích cỡ $n \times n$ được xác định theo công thức (5)

$$\mathbf{E} = \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \quad (5)$$

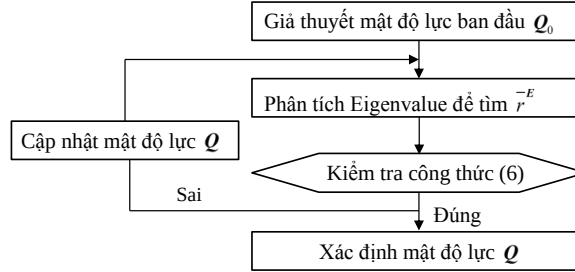
trong đó $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & q_m \end{bmatrix}$ là ma trận vuông cỡ $m \times m$ chứa mật độ lực của các cấu kiện. Theo

Zhang [6, 7], để hệ kết cấu Tensegrity đạt tới trạng thái siêu bền vững trong không gian ba chiều thì

sự khuyết hạng của ma trận $\mathbf{E}$ phải thỏa mãn công thức (6)

$$\bar{r}^E \geq 4 \quad (6)$$

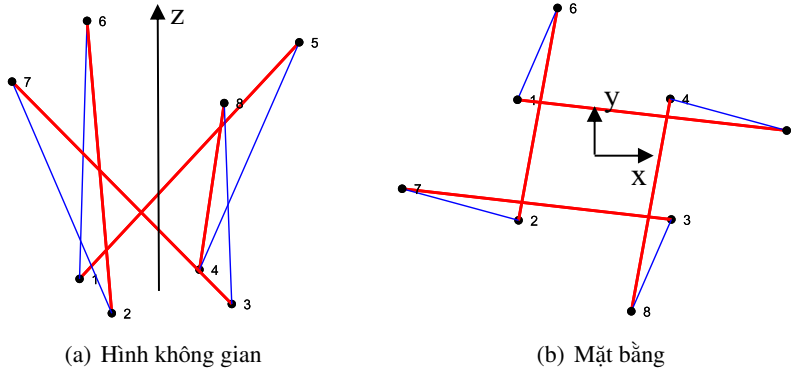
Phương pháp mật độ lực tương thích được áp dụng để xác định mật độ lực cho các cấu kiện của hệ tháp Tensegrity như trong Hình 3.



Hình 3. Phương pháp mật độ lực tương thích

2.4. Điều kiện ràng buộc hình học

a. Điều kiện đối xứng của mật độ lực



Hình 4. Sự đối xứng trong đơn nguyên 1 của tháp Tensegrity

Trong cùng một đơn nguyên, các cấu kiện thuộc cùng một nhóm, ví dụ như thanh chịu nén hay cáp đứng, là đối xứng xoay quanh trục z . Nói một cách khác, nếu một cấu kiện xoay một góc 90 độ quanh trục z sẽ trùng vị trí với một cấu kiện khác. Hình 4 thể hiện sự đối xứng này của đơn nguyên 1 cho các thanh chịu nén và dây cáp đứng. Vì vậy, các thanh chịu nén 1-5, 2-6, 3-7 và 4-8 là có cùng chiều dài và cùng ứng suất trước, các cáp đứng 1-6, 2-7, 3-8 và 4-5 cũng có cùng chiều dài và cùng ứng suất trước. Điều này có nghĩa là mật độ lực trong các cấu kiện này là như nhau. Sự ràng buộc này được thể hiện trong công thức (7)

$$\mathbf{F}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (7)$$

trong đó $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_m]^T$ là mật độ lực trong các cấu kiện, ma trận $\mathbf{F}$ có $m - nc$ hàng và m cột, nc là số nhóm cấu kiện có cùng mật độ lực, trong bài báo này $nc = 14$ sẽ được mô tả cụ thể ở Mục 2.6. Với định nghĩa này trên một hàng của ma trận $\mathbf{F}$ chỉ có hai phần tử khác không và giá trị của nó lần lượt là +1 và -1.

b. Điều kiện ràng buộc về cao độ

Trong thiết kế này cao độ của các đơn nguyên được xác định trước, vì vậy tọa độ $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_n]^T$ của các nút là đã biết. Điều kiện ràng buộc về cao độ này được thể hiện trong công thức (8)

$$\mathbf{N}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (8)$$

trong đó ma trận $\mathbf{N} = \mathbf{C}^T \mathbf{W}$, ma trận $\mathbf{W}$ là ma trận đường chéo với các phần tử trên đường chéo chính bằng $\mathbf{Cz}$. Công thức (8) dễ dàng có được từ công thức (4c).

Hai điều kiện ràng buộc này được thể hiện lại trong công thức (9) và được đưa trực tiếp vào quy trình xác định mật độ lực tối ưu trên Hình 3.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{N} \end{Bmatrix} \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (9)$$

2.5. Xác định tọa độ của các nút tự do

Như đã thảo luận ở Mục 2.4b, cao độ của các nút là đã biết. Vì vậy tọa độ $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$, $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^T$ của các nút là được xác định từ ma trận mật độ lực $\mathbf{E}$ sau khi đã có được mật độ lực tối ưu và điều kiện đối xứng của các thanh chịu nén.

Công thức (4a) và (4b) được viết lại dưới dạng ma trận như trong công thức (10)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad \text{hay} \quad \mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (10)$$

Lưu ý rằng sự khuyết hạng của ma trận mật độ lực $\mathbf{E}$ sau khi đã tối ưu là 4 vì vậy không gian rỗng của ma trận $\mathbf{A}$ sẽ có 8 cột hay nói cách khác tọa độ 4 nút phải được xác định trước để có lời giải thống nhất cho phương trình (10). Trong bài báo này, điều kiện đối xứng của các thanh chịu nén trong cùng một đơn nguyên như trên Hình 4 được áp dụng như trong công thức (11)

$$\mathbf{S}\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (11)$$

trong đó ma trận $\mathbf{S}$ được xác định từ điều kiện ràng buộc về đối xứng của các thanh chịu nén trong cùng một đơn nguyên.

Từ công thức (10) và (11) thì chỉ cần xác định trước tọa độ của 2 nút thì tọa độ của các nút còn lại sẽ được xác định thống nhất. Điều này sẽ được thể hiện trong ví dụ tính toán trong mục tiếp theo.

2.6. Ví dụ tính toán

Chiều cao của mỗi đơn nguyên được chọn giống nhau là $H_1 = H_2 = H_3 = 0,4$ m trong ví dụ tính toán này. Chiều cao này được chọn để tạo sự thuận lợi cho việc thực nghiệm ở phần 3. Chiều cao lắp nhau giữa hai đơn nguyên liên tiếp là $h = 0,1$ m. Định nghĩa cho H_1, H_2, H_3 và h được thể hiện trên Hình 2(a).

Điều kiện đối xứng về mật độ lực trong ví dụ tính toán này được thực hiện bằng cách chia mật độ lực trong 64 thanh cầu kiện thành 14 nhóm tương ứng với $nc = 14$ trong công thức (7): (1) các thanh chịu nén trong cùng một đơn nguyên có mật độ lực giống nhau và có giá trị lần lượt là q_s^1, q_s^2, q_s^3 ; (2) tương tự mật độ lực của các dây cáp ngang trong cùng một đơn nguyên lần lượt là q_n^1, q_n^3 ; (3) mật độ lực của các dây cáp xiên lần lượt là q_x^2, q_x^3 ; (4) mật độ lực trong các dây cáp đứng lần lượt là q_d^1, q_d^2, q_d^3 ; và mật độ lực của các dây cáp chéo lần lượt là $q_c^1, q_c^{2a}, q_c^{2b}, q_c^3$. Lưu ý chỉ số dưới thể hiện loại cầu

kiện bao gồm thanh chịu nén (s), cáp ngang (n), cáp xiên (x), cáp đứng (d) và cáp chéo (c). Trong khi đó chỉ số trên thể hiện số đơn nguyên. Bảng 1 thể hiện điều kiện đối xứng về mật độ lực trong các cấu kiện được thể hiện bằng các nút liên kết.

Bảng 1. Điều kiện đối xứng về mật độ lực

Mật độ lực	Cấu kiện (nút-nút)							
q_s^1	1-5		2-6		3-7		4-8	
q_s^2	9-13		10-14		11-15		12-16	
q_s^3	17-21		18-22		19-23		20-24	
q_n^1	1-2		2-3		3-4		4-1	
q_n^3	21-22		22-23		23-24		24-21	
q_x^2	5-9	9-6	6-10	10-7	7-11	11-8	8-12	12-5
q_x^3	13-17	17-14	14-18	18-15	15-19	19-16	16-20	20-13
q_d^1	5-4		6-1		7-2		8-3	
q_d^2	13-12		14-9		15-10		16-11	
q_d^3	21-20		22-17		23-18		24-19	
q_c^1	1-9		2-10		3-11		4-12	
q_c^{2a}	5-13		6-14		7-15		8-16	
q_c^{2b}	9-17		10-18		11-19		12-20	
q_c^3	13-21		14-22		15-23		16-24	

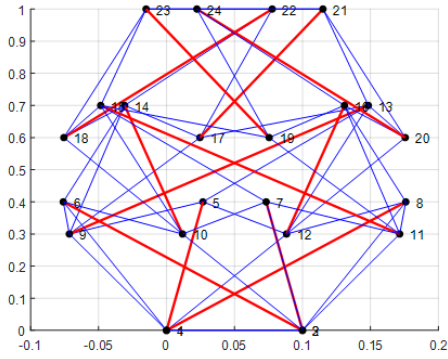
Mật độ lực ban đầu (quy trình ở Hình 3) được chọn lần lượt là $-1,0$ cho các thanh chịu nén và $+1,0$ cho các thanh chịu kéo. Sau 354 vòng lặp thì mật độ lực tối ưu cho ví dụ tính toán này được thể hiện ở Bảng 2.

Bảng 2. Mật độ lực sau khi tối ưu

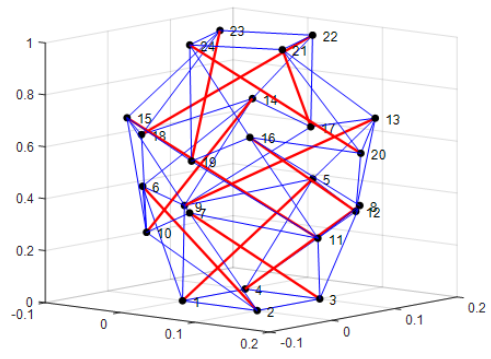
Thanh chịu nén		Cáp ngang	Cáp xiên	Cáp đứng		Cáp chéo	
$q_s^1 = q_s^3$	q_s^2	$q_n^1 = q_n^3$	$q_x^2 = q_x^3$	$q_d^1 = q_d^3$	q_d^2	$q_c^1 = q_c^3$	$q_c^{2a} = q_c^{2b}$
-1,1691	-1,1168	1,2964	1,5050	0,6760	0,5982	0,6575	0,3458

Kết quả ở Bảng 2 cho thấy mật độ lực trong đơn nguyên 1 và 3 là hoàn toàn giống nhau. Với các điều kiện ràng buộc về mặt hình học trong ví dụ tính toán này thì vai trò của đơn nguyên 1 và đơn nguyên 3 là như nhau trong hệ tháp Tensegrity ba tầng này. Vì vậy, kết quả trong bài báo này hợp lý hơn so với kết quả trong nghiên cứu của Zhang [5] mà trong đó mật độ lực của các thanh chịu nén trong đơn nguyên 1 và 2 là giống nhau và khác so với đơn nguyên 3.

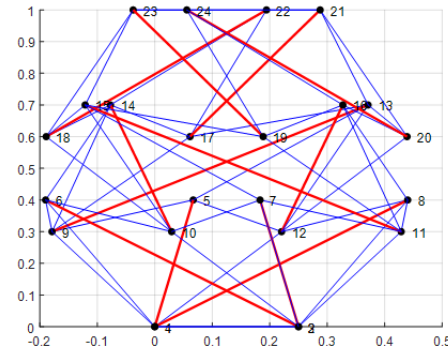
Hình 5 thể hiện kết quả hình dạng của tháp Tensegrity với mật độ lực tối ưu ở Bảng 2 trong các trường hợp: (TH1) Tọa độ nút 1 là (0; 0), nút 3 là (0,1; 0,1); và (TH2) tọa độ nút 1 là (0; 0) và nút 3 là (0,25; 0,25). Như đã thảo luận ở mục 2.5, chỉ cần xác định tọa độ của 2 nút, tọa độ các nút còn lại sẽ được tự động xác định theo phương pháp mật độ lực tương thích đã được trình bày ở bài báo này. Kết quả của TH2 ở Hình 5(c), 5(d) sẽ được lựa chọn để thực nghiệm kiểm định ở phần 3.



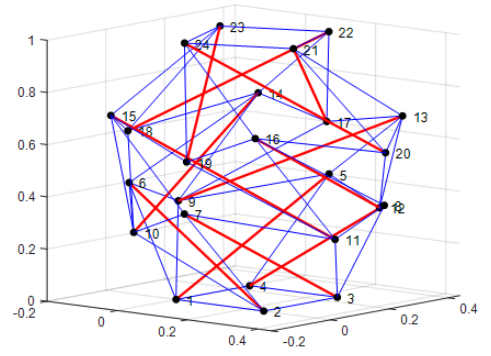
(a) Mặt đứng, TH1



(b) Hình không gian, TH1



(c) Mặt đứng, TH2



(d) Hình không gian, TH2

Hình 5. Kết quả phân tích hình dạng của tháp Tensegrity

3. Quy trình thực nghiệm cho tháp Tensegrity ba tầng

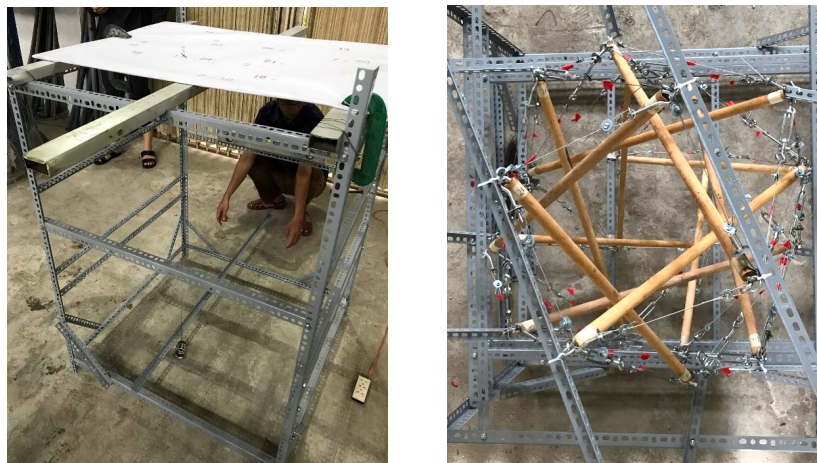
Trong thí nghiệm này, các thanh chịu nén sử dụng gỗ xoan đào có đường kính là 20 mm. Đây là loại gỗ thuộc nhóm IV và tính chất cơ lý của gỗ này được lấy gần đúng theo [14]. Dây cáp thép sử dụng loại cáp nhiều sợi, và đường kính danh nghĩa của dây cáp là 1 mm. Hệ số đàn hồi của dây cáp được lấy gần đúng là $E = 10^5 \text{ N/mm}^2$ [15, 16]. Sử dụng hệ khung thép bên ngoài để tiến hành cố định toạ độ các thanh chịu nén theo đúng kết quả ở Hình 5(c) và 5(d). Dây dọi và mặt phẳng toạ độ được sử dụng để xác định toạ độ của các nút trong hệ tháp này như ở Hình 6. Tiếp theo các dây cáp có đường kính 1 mm có gắn tăng-đơ để liên kết các thanh chịu nén lại, chiều dài của các dây cáp này được quản lý theo đúng chiều dài đã tối ưu ở Hình 5(c) và 5(d).

Các dây cáp được căng bằng tăng-đơ và thước kẹp theo đúng tỷ lệ mật độ lực tối ưu ở Bảng 2 và theo công thức (12).

$$\frac{q_i}{q_n} = \frac{\Delta l_i}{\Delta l_n} \frac{l_n^2}{l_i^2} \quad (12)$$

trong đó Δl_n là sự điều chỉnh tăng-đơ của các dây cáp ngang được lấy làm chuẩn; Δl_i là sự điều chỉnh tăng-đơ cho các dây cáp thứ i còn lại ứng với mật độ lực q_i ; l_n và l_i là chiều dài của các dây cáp ngang và dây cáp thứ i theo kết quả ở Hình 5(c) và 5(d).

Trong thí nghiệm này, các dây cáp ngang được căng bằng cách điều chỉnh tăng-đơ một đoạn là 2 mm tương ứng với biến dạng là 0,8%. Bảng 3 thể hiện sự điều chỉnh tăng-đơ cho các dây cáp còn



Hình 6. Thực nghiệm xác định hình dạng tháp Tensegrity

lại trong hệ dựa trên mật độ lực tối ưu trong Bảng 2 và công thức (12). Lưu ý rằng, các dây cáp được thể hiện bằng nét đậm trên Hình 2. Trong đó, cáp xiên được chia thành hai loại là dây dài và dây ngắn như ở trên Hình 2(e).

Bảng 3. Sự điều chỉnh tăng-đơ để tạo lực căng cáp trong thí nghiệm

Cáp ngang (mm)	Cáp xiên (mm)		Cáp đứng (mm)		Cáp chéo (mm)	
	Dây dài	Dây ngắn	ĐN 1&3	ĐN 2	ĐN 1&3	ĐN 2
2,0	4,4	1,3	3,4	2,9	2,8	1,7

Sau khi căng cáp, tiến hành tháo khung thép ngoài và hình dạng của tháp Tensegrity thu được ở Hình 7.



Hình 7. Kết quả thực nghiệm hình dạng tháp Tensegrity

4. Kết luận

Bài báo đã trình bày phương pháp mật độ lực tương thích trong việc xác định hình dạng của kết cấu tháp Tensegrity ba tầng. Các điều kiện ràng buộc về mật độ lực và hình học được kết hợp trong quá trình xác định mật độ lực tối ưu cho các cấu kiện trong hệ. Kết quả phân tích cho thấy mật độ lực tối ưu của các cấu kiện trong đơn nguyên một và ba là đối xứng nhau. Hình dạng của tháp Tensegrity ba tầng được xác định một cách tự động dựa trên kết quả mật độ lực tối ưu có được từ phân tích. Một trong các hình dạng này được chọn để thực hiện thí nghiệm. Quy trình thực nghiệm tháp Tensegrity ba tầng với các thanh gỗ có đường kính hai mươi milimét và dây cáp có đường kính một milimét cũng đã được đề xuất. Kết quả thực nghiệm đã kiểm chứng được kết quả phân tích cho trường hợp tháp Tensegrity ba tầng. Tuy nhiên, bài báo chưa kiểm chứng được lực nén trong các thanh gỗ trong quá trình thí nghiệm. Vì vậy, việc sử dụng vật liệu khác kết hợp với các thiết bị đo điện tử để xác định mật độ lực trong các thanh chịu nén được khuyến khích thực hiện trong các nghiên cứu tiếp theo.

Tài liệu tham khảo

- [1] Fuller, R. B. (1962). *Tensile-integrity structures*. United States Patent 3,063,521, 1962. Filed 31 August 1959, Granted 13 November 1962.
- [2] Pugh, A. (1976). *An introduction to tensegrity*. University of California Press, Berkeley, CA, USA.
- [3] Hanaor, A. (1994). Geometrically rigid double-layer tensegrity grids. *International Journal of Space Structures*, 9(1):227–238.
- [4] Motro, R. (2003). *Tensegrity: Structural Systems for the Future*. Kogan Page, London-Sterling.
- [5] Zhang, J. Y. (2015). *Tensegrity Structures: Form, Stability, and Symmetry*. Mathematics for Industry 6, Springer, Tokyo.
- [6] Zhang, J. Y., Ohsaki, M. (2006). [Form-finding of tensegrity structures subjected to geometrical constraints](#). *International Journal of Space Structures*, 21(4):183–195.
- [7] Zhang, J. Y., Ohsaki, M. (2006). [Adaptive force density method for form-finding problem of tensegrity structures](#). *International Journal of Solids and Structures*, 43(18-19):5658–5673.
- [8] Zhang, J. Y., Ohsaki, M. (2016). Form-finding of complex tensegrity structures by dynamic relaxation method. *Journal of Structural and Construction Engineering*, 81(1):71–77.
- [9] Pagitz, M., Tur, J. M. (2009). [Finite element based form-finding algorithm for tensegrity structures](#). *International Journal of Solids and Structures*, 46(17):3235–3240.
- [10] Gan, B. S., Zhang, J., Nguyen, D.-K., Nouchi, E. (2015). [Node-based genetic form-finding of irregular tensegrity structures](#). *Computers & Structures*, 159:61–73.
- [11] Snelson, K., Heartney, E. (2013). *Art and ideas*. Kenneth Snelson In Association With Marlborough Gallery, NY.
- [12] Gilewski, W., Kłosowska, J., Obara, P. (2015). [Applications of tensegrity structures in civil engineering](#). *Procedia Engineering*, 111:242–248.
- [13] Schek, H.-J. (1974). [The force density method for form finding and computation of general networks](#). *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3(1):115–134.
- [14] TCVN 1072:1971. *Gỗ-phân nhóm theo tính chất cơ lý*. Bộ Nông nghiệp và Phát triển nông thôn, Việt Nam.
- [15] Boroška, J., Paulíková, A., Ivančo, V. (2014). [Determination of Elastic Modulus of Steel Wire Ropes for Computer Simulation](#). *Applied Mechanics and Materials*, 683:22–27.
- [16] Phong, N. H. (2010). [Phương pháp tăng khả năng chịu cắt của dầm BTCT gia cường bằng cáp sợi liên tục](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCN XD)-ĐH XD*, 4(2).