

PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH KẾT CẤU DẦM VẬT LIỆU Xốp CHỊU NÉN DỌC TRỰC VỚI CÁC ĐIỀU KIỆN BIÊN KHÁC NHAU

Nguyễn Văn Long^{a,*}, Nguyễn Thị Hường^a

^a*Khoa Xây dựng dân dụng và Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng,
số 55 đường Giải Phóng, quận Hai Bà Trưng, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 18/02/2020, Sửa xong 14/04/2020, Chấp nhận đăng 15/04/2020

Tóm tắt

Trong bài báo này, mô hình dầm Timoshenko bằng vật liệu xốp với hệ trục tọa độ đặt trên mặt trung hòa được sử dụng trong phân tích ổn định. Mô hình vật liệu xốp với ba quy luật phân bố lỗ rỗng theo chiều cao tiết diện: đều, đối xứng và bất đối xứng được xem xét. Hệ phương trình cân bằng và điều kiện biên cho dầm được thiết lập trên cơ sở nguyên lý thế năng cực tiểu. Lời giải giải tích dựa trên phương pháp giải nghiệm trực tiếp được xây dựng cho các dạng điều kiện biên khác nhau của dầm. Các kết quả tính toán được kiểm chứng và so sánh với kết quả của các tác giả khác khi sử dụng hệ tọa độ quy chiếu qua mặt trung bình. Ảnh hưởng của tham số vật liệu, hình học và điều kiện biên đến tải trọng tới hạn của dầm được phân tích thông qua các ví dụ số.

Từ khoá: dầm xốp; phân tích ổn định; dầm Timoshenko; mặt trung hòa; điều kiện biên.

BUCKLING ANALYSIS OF POROUS BEAMS UNDER AXIAL COMPRESSION WITH DIFFERENT BOUNDARY CONDITIONS

Abstract

In this paper, the Timoshenko porous beam model with a coordinate system placed on a neutral plane is used in the buckling analysis. Three types of porosity distributions, namely uniform, symmetric, and asymmetric through the height directions are considered. Equation system of equilibrium and boundary conditions for beams are set based on the principle of minimum potential. Analytical solution based on direct solution method was established for different types of boundary conditions of beams. The accuracy of the present solutions is verified by comparing the obtained results with those of existing literature, in which the reference coordinate axes are located on mid-surface. The influence of material parameters, geometry and boundary conditions on the critical load of a beam were analyzed through numerical examples.

Keywords: porous beams; buckling analysis; Timoshenko beam theory; neutral surface; boundary conditions.

[https://doi.org/10.31814/stce.nuce2020-14\(2V\)-09](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2020-14(2V)-09) © 2020 Trường Đại học Xây dựng (NUCE)

1. Mở đầu

Vật liệu có cơ tính biến thiên (FGM) là một loại vật liệu composite tiên tiến, thường được tạo thành từ hỗn hợp các thành phần gốm và kim loại [1], trong đó tỷ phần của các vật liệu thành phần thay đổi trơn theo phương chiều dày. Vì thế, các cơ tính của vật liệu cũng biến đổi trơn và liên tục từ mặt trên xuống mặt dưới của cấu kiện. Điều này góp phần tránh được sự tập trung ứng suất gây ra bởi sự gián đoạn các pha vật liệu như trong vật liệu composite lớp và composite cốt sợi. Do tận dụng được đặc tính kháng nhiệt và kháng ăn mòn của gốm, kết hợp với độ bền dẻo của kim loại, vật liệu FGM được sử dụng rộng rãi trong nhiều ứng dụng kỹ thuật, đặc biệt là cho các kết cấu làm việc trong

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: longnv@nuce.edu.vn (Long, N. V.)

môi trường nhiệt độ cao như ngành hàng không vũ trụ, các lò phản ứng nhiệt hạch và công nghiệp hạt nhân.

Một trong những phát triển mới nhất gần đây của vật liệu FGM là vật liệu xốp (porous material) như bọt kim loại (metal foam) được sử dụng rộng rãi trong nhiều ngành công nghiệp như: hàng không, ô tô, đóng tàu, xây dựng dân dụng, ... [2, 3]. Ở vật liệu xốp, các lỗ rỗng phân bố theo một phương nhất định trong kết cấu tạo nên sự thay đổi trơn và liên tục các đặc trưng cơ học của vật liệu. Loại vật liệu này vì thế có trọng lượng nhẹ, có khả năng hấp thụ năng lượng tốt, thường được sử dụng để chế tạo kết cấu sandwich, tấm tường, sàn cách âm, cách nhiệt (tấm sandwich dày 16 mm với lớp bề mặt dày 1 mm, lõi bọt thép dày 14 mm có độ cứng chống uốn bằng tấm thép dày 10mm, trong khi giảm được 35% khối lượng). Sản xuất cần trục nâng của xe cẩu, các chi tiết trong tên lửa, và bộ phận giảm chấn trong xe đua, thiết bị làm lạnh công nghiệp, vật liệu cách nhiệt, cách âm, ống xả, ... [2].

Do sở hữu nhiều đặc tính nổi trội như vậy nên các kết cấu sử dụng vật liệu xốp nói chung và dầm bằng vật liệu xốp nói riêng ngày càng thu hút được sự quan tâm nghiên cứu của các nhà khoa học trong và ngoài nước. Ứng xử tĩnh và động của kết cấu dầm sử dụng vật liệu xốp đã được khảo sát bởi nhiều tác giả. Phuong và cs. [4] xây dựng nghiệm giải tích phân tích uốn dầm FGM có lỗ rỗng vì mô đặt trên nền đàn hồi sử dụng mô hình dầm Timoshenko trong đó có xét đến mặt trung hòa. Tang và cs. [5] nghiên cứu ổn định của dầm Euler–Bernoulli với các mô hình rỗng hai chiều. Anirudh và cs. [6] xây dựng mô hình phần tử hữu hạn dựa trên lý thuyết dầm bậc cao và phần tử liên tục C^1 ba nút nghiên cứu uốn, ổn định và dao động riêng của dầm cong vật liệu rỗng gia cường sợi nano carbon (graphene-reinforced nanocomposite). Barati và Zenkour [7, 8] nghiên cứu ứng xử sau ổn định của dầm xốp với hai quy luật phân bố lỗ rỗng: đối xứng và bất đối xứng, sử dụng mô hình dầm bậc cao cải tiến có xét đến mặt trung hòa và độ không hoàn hảo ban đầu. Chen và cs. [9] phân tích uốn và ổn định của dầm xốp với các điều kiện biên khác nhau dựa trên mô hình dầm Timoshenko và phương pháp Ritz.

Hầu hết các nghiên cứu trên đã xây dựng mô hình tính với trục tọa độ quy chiếu trùng với mặt phẳng trung bình. Nhưng do tính không đối xứng về các tính chất cơ học của vật liệu vật liệu xốp đối với mặt trung bình, các tương tác màng-uốn vẫn tồn tại không như đối với vật liệu đẳng hướng. Một số tác giả đã chỉ ra rằng hiệu ứng màng-uốn trong các phương trình quan hệ sẽ được loại bỏ nếu mặt phẳng tham chiếu được lựa chọn hợp lý [10–12]. Ngoài ra một hạn chế khác trong các phân tích trước đó là các tác giả thường khai triển nghiệm xấp xỉ dưới dạng chuỗi lượng giác, chuỗi đa thức hoặc thông qua nghiệm phần tử hữu hạn. Vì thế độ chính xác của các lời giải ít nhiều bị hạn chế.

Trong bài báo này, tác giả tập trung phân tích ổn định tĩnh dầm bằng vật liệu xốp, xét đến yếu tố mặt trung hòa. Lý thuyết dầm Timoshenko và nguyên lý thế năng cực tiểu được sử dụng để xây dựng hệ phương trình cân bằng cho bài toán ổn định cùng với các dạng điều kiện biên. Lời giải giải tích dạng nghiệm trực tiếp áp dụng cho các dạng điều kiện biên khác nhau của dầm được xây dựng. Độ tin cậy của lời giải giải tích được minh chứng thông qua các ví dụ kiểm chứng. Ảnh hưởng của quy luật phân bố lỗ rỗng, hệ số mật độ lỗ rỗng, điều kiện biên và tỷ số kích thước đến lực tới hạn của dầm sẽ được khảo sát.

2. Vật liệu xốp – Các phương trình cơ bản

Xét một dầm vật liệu xốp có chiều dài L , mặt cắt ngang chữ nhật với bề rộng b , chiều cao h ; ba dạng phân bố lỗ rỗng được xem xét như Hình 1.

Các hằng số vật liệu biến thiên liên tục theo chiều dày tấm, phụ thuộc vào mật độ phân bố lỗ rỗng [7, 13]:

- Phân bố đều (Đ):

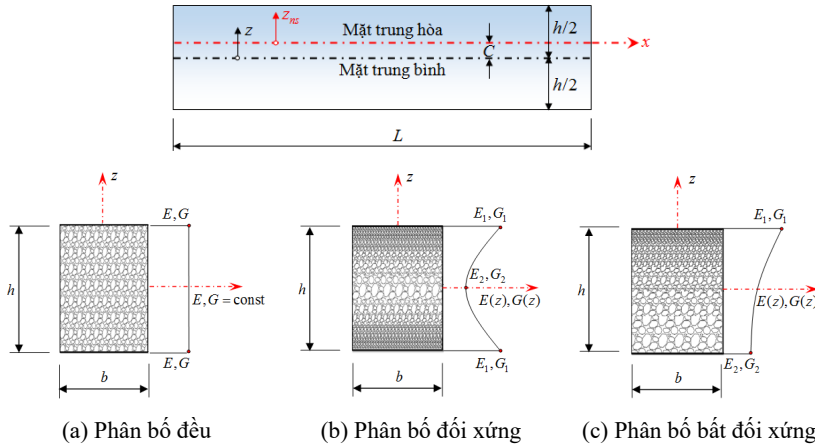
$$\{E, G\} = \{E_1, G_1\} (1 - e_0 \chi); \quad \chi = \frac{1}{e_0} - \frac{1}{e_0} \left(\frac{2}{\pi} \sqrt{1 - e_0} - \frac{2}{\pi} + 1 \right)^2 \quad (1)$$

- Phân bố đối xứng (ĐX):

$$\{E(z), G(z)\} = \{E_1, G_1\} \left[1 - e_0 \cos \left(\frac{\pi z}{h} \right) \right] \quad (2)$$

- Phân bố bất đối xứng (BĐX):

$$\{E(z), G(z)\} = \{E_1, G_1\} \left[1 - e_0 \cos \left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (3)$$



Hình 1. Dầm bằng vật liệu rỗng với các hàm mật độ phân bố lỗ rỗng khác nhau

Hệ số mật độ lỗ rỗng e_0 được xác định bởi:

$$e_0 = 1 - \frac{E_2}{E_1} = 1 - \frac{G_2}{G_1}; \quad (0 < e_0 < 1) \quad (4)$$

Vị trí mặt trung hòa của dầm xấp xỉ trong trường hợp phân bố bất đối xứng không trùng mặt trung bình, được xác định từ điều kiện [14]:

$$\int_{-h/2}^{h/2} (z - C) E(z) dz = 0 \Rightarrow C = \left[\int_{-h/2}^{h/2} z E(z) dz \right] / \left[\int_{-h/2}^{h/2} E(z) dz \right] \quad (5)$$

Sử dụng khái niệm mặt trung hòa, trường chuyển vị theo lý thuyết dầm Timoshenko (TBT) [15]:

$$u(x, z_{ns}) = u_0(x) + z_{ns} \theta_x(x); \quad w(x, z_{ns}) = w_0(x) \quad (6)$$

trong đó u_0, w_0 lần lượt là chuyển vị màng và độ võng của một điểm trên mặt trung hòa theo phương trục x, z_{ns} ; θ_x là góc xoay của mặt cắt ngang quanh trục y .

Các thành phần biến dạng bao gồm:

$$\varepsilon_x = u_{,x} = u_{0,x} + z_{ns}\theta_{x,x} = \varepsilon_x^0 + z_{ns}\kappa_x; \quad \gamma_{xz} = w_{,x} + u_{,z} = w_{0,x} + \theta_x = \gamma_{xz}^0 \quad (7)$$

trong đó $\varepsilon_x^0 = u_{0,x}$; $\kappa_x = \theta_{x,x}$; $\gamma_{xz}^0 = w_{0,x} + \theta_x$ các dấu phẩy nằm ở chỉ số dưới, sau các biến (,) để chỉ đạo hàm riêng theo biến tương ứng.

Các thành phần ứng suất liên hệ với biến dạng theo định luật Hooke:

$$\sigma_x = Q_{11}(z_{ns})\varepsilon_x; \quad \tau_{xz} = Q_{55}(z_{ns})\gamma_{xz} \quad (8)$$

trong đó các hệ số đàn hồi của vật liệu [14, 16]: $Q_{11}(z_{ns}) = E(z_{ns})$; $Q_{55}(z_{ns}) = \frac{E(z_{ns})}{2(1+\nu)}$.

3. Các phương trình cân bằng - Điều kiện biên

Các phương trình cân bằng cho dầm được xây dựng dựa trên nguyên lý thế năng cực tiểu [17, 18]:

$$\delta U + \delta V = 0 \quad (9)$$

Biến phân thế năng biến dạng đàn hồi của dầm:

$$\delta U = \int_0^L \int_A (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA \quad (10)$$

Biến phân thế năng của tải trọng dọc trục:

$$\delta V = \int_0^L N_x^0 w_{0,x} \delta w_{0,x} dx \quad (11)$$

Thay các biểu thức của δU , δV từ (10) và (11) vào (9), tiến hành tích phân từng phần, ta được:

$$\begin{aligned} 0 = & N_x \delta u_0|_0^L + M_x \delta \theta_x|_0^L + V_{xz} \delta w_0|_0^L \\ & - \int_0^L [N_{x,x} \delta u_0 + (N_x^0 w_{0,xx} + Q_{xz,x}) \delta w_0 + (M_{x,x} - Q_{xz}) \delta \theta_x] dx \end{aligned} \quad (12)$$

trong đó $V_{xz} = N_x^0 w_{0,x} + Q_{xz}$; N_x^0 là lực dọc màng; N_x , M_x và Q_{xz} là các thành phần nội lực, chúng được xác định bởi:

$$N_x = A_{11}\varepsilon_x^0; \quad M_x = D_{11}\kappa_x; \quad Q_{xz} = A_{55}^s \gamma_{xz}^0 \quad (13)$$

Các hằng số độ cứng của dầm trong (12) được xác định bởi:

$$A_{11} = b \int_{-h/2-C}^{h/2-C} E(z_{ns}) dz_{ns}; \quad D_{11} = b \int_{-h/2-C}^{h/2-C} z_{ns}^2 E(z_{ns}) dz_{ns}; \quad A_{55}^s = b k_s \int_{-h/2-C}^{h/2-C} \frac{E(z_{ns})}{2(1+\nu)} dz_{ns} \quad (14)$$

Hệ số hiệu chỉnh cắt $k_s = 5/6$ được sử dụng trong nghiên cứu này. Rõ ràng việc sử dụng mặt trung hòa đã giúp loại bỏ được các tương tác màng-uốn trong dầm. Cho các hệ số của các biến phân trên chiều dài dầm L bằng không, hệ phương trình cân bằng thu được:

$$\delta u_0 : N_{x,x} = 0; \quad \delta w_0 : N_x^0 w_{0,xx} + Q_{xz,x} = 0; \quad \delta \theta_x : M_{x,x} - Q_{xz} = 0 \quad (15)$$

Các tham số điều kiện biên: chuyển vị, lực cũng có thể rút ra từ (12):

$$(u_0, N_x), (w_0, V_{xz}), (\theta_x, M_x) \quad (16)$$

Thay (7) và (13) vào (15), ta được hệ phương trình theo chuyển vị:

$$A_{11}u_{0,xx} = 0; \quad (A_{55}^s - N_0)w_{0,xx} + A_{55}^s\theta_{x,x} = 0; \quad D_{11}\theta_{x,xx} - A_{55}^s(w_{0,x} + \theta_x) = 0 \quad (17)$$

trong đó $N_0 = -N_x^0$ là tải trọng nén dọc trục.

Phương trình thứ nhất trong (17) chỉ chứa một ẩn u_0 , nghiệm của phương trình này có dạng:

$$u_0 = B_1x + B_0 \quad (18)$$

trong đó B_0, B_1 là các hằng số tích phân, được xác định theo điều kiện biên của bài toán. Liên quan đến thành phần chuyển vị theo phương dọc trục thành u_0 , các liên kết có thể là tự do dịch chuyển ($u_0 \neq 0, N_x = 0$), hoặc không thể tự do dịch chuyển ($u_0 = 0, N_x \neq 0$). Trong cả 2 trường hợp, ta đều thu được kết quả: $B_0 = B_1 = 0$; do vậy, chuyển vị dọc trục: $u_0 = 0$.

Để xác định hai thành phần chuyển vị còn lại: độ võng w_0 và góc xoay θ_x ta sẽ tiến hành giải hệ hai phương trình còn lại trong (17), với các điều kiện biên được xem xét liên quan đến độ võng và góc xoay của dầm. Dưới đây, bài báo xem xét bốn dạng điều kiện biên thường gặp: dầm hai đầu khớp (SS), dầm hai đầu ngàm (CC), dầm đầu ngàm - đầu khớp (CS), dầm đầu ngàm - đầu tự do (CF); các biểu thức điều kiện biên về độ võng và góc xoay được trình bày như trong Bảng 1.

Bảng 1. Một số dạng điều kiện biên về độ võng, góc xoay cho dầm

Điều kiện biên	Tại $x = 0$	Tại $x = L$
SS	$w_0 = 0; M_x = 0$	$w_0 = 0; M_x = 0$
CC	$w_0 = 0; \theta_x = 0$	$w_0 = 0; \theta_x = 0$
CS	$w_0 = 0; \theta_x = 0$	$w_0 = 0; M_x = 0$
CF	$w_0 = 0; \theta_x = 0$	$V_{xz} = N_x^0 w_{0,x} + Q_{xz} = 0; M_x = 0$

4. Lời giải giải tích

Trong bài báo này, lời giải giải tích nghiệm trực tiếp được xây dựng cho bài toán ổn định tĩnh của dầm xấp xỉ chịu nén dọc trục với các dạng điều kiện biên khác nhau. Sau một số biến đổi, ta đưa hệ gồm hai phương trình cân bằng thứ hai và thứ ba trong (17) về dạng:

$$(A_{55}^s - N_0)D_{11}w_{0,xxxx} + N_0A_{55}^s w_{0,xx} = 0; \quad \theta_x = -\frac{D_{11}}{A_{55}^s 2} (A_{55}^s - N_0)w_{0,xxx} - w_{0,x} \quad (19)$$

Phương trình thứ nhất trong (19) chỉ còn một ẩn w_0 , ta sẽ giải nghiệm phương trình này trước; sau khi giải được w_0 , ta sẽ suy ra θ_x từ phương trình thứ hai. Phương trình thứ nhất có thể viết lại thành:

$$w_{0,xx} + \lambda^2 w_0 = C_1 x + C_2 \quad (20)$$

trong đó $\lambda^2 = \frac{N_0 A_{55}^s}{(A_{55}^s - N_0) D_{11}}$ và C_1, C_2 là các hằng số.

Đây là phương trình vi phân cấp 2, nghiệm của nó có dạng:

$$w_0(x) = C_3 \sin(\lambda x) + C_4 \cos(\lambda x) + C_1 x + C_2 \quad (21)$$

Các hằng số C_1, C_2, C_3, C_4 phụ thuộc vào điều kiện biên (Bảng 1); ba trong bốn hằng số này và λ được xác định thông qua bốn phương trình điều kiện biên. Điều kiện để dầm mất ổn định là 4 hằng số C_1, C_2, C_3, C_4 không đồng thời bằng không. Biết λ (N_0) ta sẽ xác định được lực mất ổn định N_0^* và do đó xác định được lực tới hạn $N_{th} = \min\{N_0^*\}$. Các kết quả phân tích ổn định cho 4 trường hợp điều kiện biên của dầm xấp được tổng hợp như trong Bảng 2.

Bảng 2. Một số kết quả phân tích ổn định của dầm xấp

Điều kiện biên	Phương trình xác định N_0^*	Kết quả
SS	$\sin \lambda L = 0$	$N_0^* = \frac{m^2 \pi^2 A_{55}^s D_{11}}{A_{55}^s L^2 + m^2 \pi^2 D_{11}};$ $N_{th} = \frac{\pi^2 A_{55}^s D_{11}}{A_{55}^s L^2 + \pi^2 D_{11}}$
CC	$\sin \frac{\lambda L}{2} \left(\sin \frac{\lambda L}{2} - \frac{\lambda L A_{55}^s}{\lambda^2 D_{11} + A_{55}^s} \cos \frac{\lambda L}{2} \right) = 0$	$N_0^* = \frac{4m^2 \pi^2 A_{55}^s D_{11}}{A_{55}^s L^2 + 4m^2 \pi^2 D_{11}};$ $N_{th} = \frac{4\pi^2 A_{55}^s D_{11}}{A_{55}^s L^2 + 4\pi^2 D_{11}}$
CS	$\sin(\lambda L) - \frac{\lambda L A_{55}^s}{\lambda^2 D_{11} + A_{55}^s} \cos(\lambda L) = 0$	Nghiệm của phương trình phi tuyến này, N_0 được xác định theo phương pháp giải lặp Newton
CF	$\cos(\lambda L) = 0$	$N_0^* = \frac{(2m-1)^2 \pi^2 A_{55}^s D_{11}}{4A_{55}^s L^2 + (2m-1)^2 \pi^2 D_{11}};$ $N_{th} = \frac{\pi^2 A_{55}^s D_{11}}{4A_{55}^s L^2 + \pi^2 D_{11}}$

5. Kết quả số và thảo luận

Trong nghiên cứu này, bài báo phân tích ứng xử ổn định cho dầm xấp với các dạng điều kiện biên khác nhau. Để thuận tiện, công thức không thứ nguyên được sử dụng [19]:

$$\hat{N}_{th} = \frac{N_{th}}{E_1 b h}; \quad \bar{N}_{th} = 10^3 \hat{N}_{th} \quad (22)$$

5.1. Ví dụ kiểm chứng

a. Ví dụ 1. Kiểm chứng lực tối hạn của dầm xốp liên kết hai đầu khớp

Xét dầm tiết diện chữ nhật, liên kết hai đầu khớp, vật liệu xốp có mật độ lỗ rỗng tuân theo quy luật phân bố đối xứng, với: $b = 0,001$ m, $h = 0,1$ m, $E_1 = 205$ GPa, $e_0 = 0,99$, $\nu = 0,3$. Bảng 3 trình bày các kết quả tính toán lực tối hạn P_{th} (N) cho dầm trong ba trường hợp dầm có chiều dài: $L = 2$ m, $L = 2,5$ m và $L = 5$ m. Nghiệm giải tích trong bài báo được so sánh với các tác giả: Magnucki và Stasiewicz [20], Tang và cs. [5] và Kitipornchai và cs. [19]. Một điều thú vị là trong trường hợp dầm liên kết hai đầu khớp, nghiệm giải tích trong bài báo hoàn toàn trùng khớp với nghiệm theo phương pháp Ritz của tác giả Kitipornchai và cs., cũng dựa trên mô hình dầm Timoshenko.

Bảng 3. Lực tối hạn P_{th} (N) của dầm xốp phân bố đối xứng liên kết hai đầu khớp

Phương pháp	L		
	2 m	2,5 m	5 m
Magnucki và Stasiewicz [20]	25808	16795	4295
Tang và cs. [5]	27054	17315	4329
Kitipornchai và cs. [19]	26756	17192	4321
Bài báo	26756	17192	4321

b. Ví dụ 2. Kiểm chứng lực tối hạn của dầm xốp liên kết hai đầu ngàm

Xét dầm tiết diện chữ nhật, liên kết hai đầu ngàm, vật liệu xốp có mật độ lỗ rỗng tuân theo quy luật phân bố đối xứng, với: $b = 0,001$ m, $h = 0,1$ m, $L/h = 20$, $E_1 = 205$ GPa, $\nu = 0,3$. Lực tối hạn không thứ nguyên, $\hat{N}_{th}$ của dầm với các hệ số mật độ lỗ rỗng e_0 được thể hiện như trong Bảng 4. Nghiệm giải tích trong bài báo được so sánh với các tác giả: Tang và cs. [5] và Kitipornchai và cs. [19]. Như vậy, trong trường hợp dầm liên kết hai đầu ngàm, lực tối hạn theo phương pháp Ritz với cách xấp xỉ bằng chuỗi đa thức và tính toán thông qua mặt trung bình của tác giả Kitipornchai và cs. nhỏ hơn một chút so với kết quả của bài báo.

Bảng 4. Lực tối hạn không thứ nguyên, $\hat{N}_{th}$ của dầm xốp phân bố đối xứng liên kết hai đầu ngàm ($L/h = 20$)

Phương pháp	e_0			
	0	0,2	0,4	0,6
Tang và cs. [5]	0,00727	0,00675	0,00622	0,00569
Kitipornchai và cs. [19]	0,00799	0,00736	0,00675	0,00614
Bài báo	0,00802	0,00743	0,00683	0,00624

Từ các kết quả tính toán kiểm chứng chỉ ra ở trên, có thể thấy rằng lời giải giải tích và chương trình máy tính sử dụng trong bài báo có độ tin cậy.

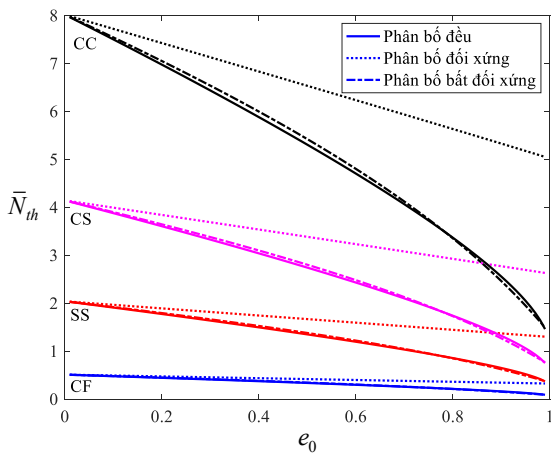
5.2. Khảo sát ảnh hưởng của các tham số vật liệu, kích thước hình học và điều kiện biên lên tải trọng tối hạn của dầm xốp

Xét dầm tiết diện chữ nhật, vật liệu xốp ($b = 0,01$ m, $h = 0,1$ m, $E_1 = 205$ GPa, $\nu = 0,3$), dưới tác dụng của tải trọng nén dọc trục. Bảng 5 trình bày lực tối hạn không thứ nguyên, $\hat{N}_{th}$ của dầm

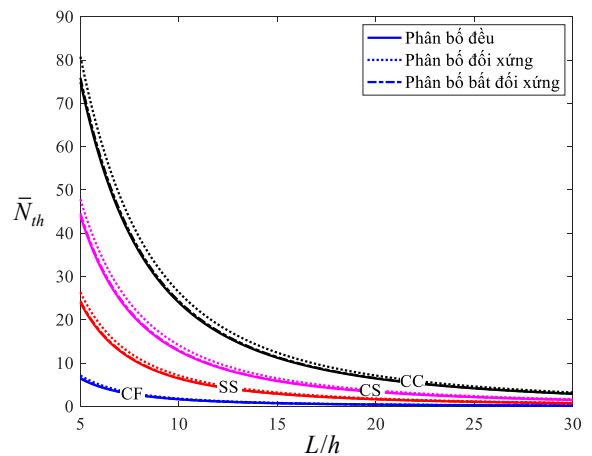
($L/h = 20$) với các hệ số mật độ lỗ rỗng ($e_0 = 0,1; 0,3; 0,5; 0,8$); ba quy luật phân bố lỗ rỗng (đều, đối xứng, bất đối xứng) và bốn dạng điều kiện biên (CF, SS, CS, CC) được khảo sát. Biến thiên lực tối hạn không thứ nguyên, $\bar{N}_{th}$ của dầm với các hệ số mật độ lỗ rỗng tương ứng được thể hiện như trên Hình 2.

Bảng 5. Lực tối hạn không thứ nguyên, $\bar{N}_{th}$ của dầm xếp với các hệ số rỗng, e_0 khác nhau ($L/h = 20$)

Điều kiện biên	Phân bố lỗ rỗng	e_0			
		0,1	0,3	0,5	0,8
CF	Đều	0,4802	0,4120	0,3397	0,2156
	Đối xứng	0,4946	0,4574	0,4202	0,3644
	Bất đối xứng	0,4829	0,4186	0,3471	0,2140
SS	Đều	1,9118	1,6403	1,3522	0,8581
	Đối xứng	1,9688	1,8201	1,6713	1,4476
	Bất đối xứng	1,9223	1,6662	1,3816	0,8524
CS	Đều	3,8801	3,3291	2,7444	1,7416
	Đối xứng	3,9949	3,6912	3,3868	2,9278
	Bất đối xứng	3,9014	3,3816	2,8043	1,7321
CC	Đều	7,5035	6,4379	5,3073	3,3681
	Đối xứng	7,7231	7,1304	6,5354	5,6348
	Bất đối xứng	7,5443	6,5389	5,4236	3,3551



Hình 2. Biến thiên của lực tối hạn không thứ nguyên $\bar{N}_{th}$ của dầm xếp theo hệ số rỗng, e_0 ($L/h = 20$)



Hình 3. Biến thiên của lực tối hạn không thứ nguyên $\bar{N}_{th}$ của dầm xếp theo tỷ số kích thước, L/h ($e_0 = 0,3$)

Các kết quả cho thấy:

- Ảnh hưởng của mật độ lỗ rỗng e_0 : khi tăng e_0 (dầm rỗng nhiều lên), với mọi điều kiện biên và quy luật phân bố lỗ rỗng, lực tối hạn đều giảm. Lực tối hạn đều giảm gần như tuyến tính trong trường hợp phân bố lỗ rỗng đối xứng, giảm nhanh theo quy luật phi tuyến đối với trường hợp phân bố lỗ rỗng là đều và bất đối xứng. Khi e_0 còn chưa quá lớn ($e_0 \leq 0,7$), phân bố bất đối xứng cho kết quả lực tối

hạn lớn hơn so với phân bố đều một chút; ngược lại, trong trường hợp e_0 đủ lớn ($e_0 \geq 0,8$), phân bố bất đối xứng lại cho kết quả lực tối hạn bé hơn so với phân bố đều.

- Ảnh hưởng của quy luật phân bố lỗ rỗng: trong số ba quy luật phân bố lỗ rỗng, phân bố đối xứng luôn cho kết quả lực tối hạn lớn nhất; hai dạng phân bố còn lại có sự thay đổi phụ thuộc vào mật độ lỗ rỗng, e_0 , tuy nhiên giá trị của lực tối hạn trong hai trường hợp này khác nhau không nhiều.

- Ảnh hưởng của điều kiện biên: với cùng một quy luật phân bố lỗ rỗng và hệ số rỗng, điều kiện biên CC có lực tối hạn lớn nhất, sau đó lần lượt đến các điều kiện biên CS, SS và CF. Về trị số lực tối hạn, so với trường hợp điều kiện biên SS thì điều kiện biên CC cho kết quả lực tối hạn lớn hơn khoảng 4 lần, điều kiện biên CS vào khoảng 2 lần; trong khi điều kiện biên CF giảm khoảng 4 lần.

Bảng 6 trình bày lực tối hạn không thứ nguyên, $\bar{N}_{th}$ của dầm xốp ($e_0 = 0,3$) với các tỷ số kích thước ($L/h = 0,1; 0,3; 0,5; 0,8$); ba quy luật phân bố lỗ rỗng (đều, đối xứng, bất đối xứng) và bốn dạng điều kiện biên (CF, SS, CS, CC) được khảo sát. Biến thiên lực tối hạn không thứ nguyên, $\bar{N}_{th}$ của dầm với các tỷ số kích thước tương ứng được thể hiện như trên Hình 3. Các kết quả cho thấy: khi L/h tăng (dầm dài ra), với cả bốn dạng điều kiện biên khảo sát và ba quy luật phân bố lỗ rỗng, lực tối hạn giảm theo quy luật phi tuyến; lực tối hạn giảm nhanh nhất là trong khoảng $L/h = 5 \div 15$, sau đó giảm chậm dần và tiệm cận nhau khi $L/h \rightarrow 30$.

Bảng 6. Lực tối hạn không thứ nguyên, $\bar{N}_{th}$ của dầm xốp với các tỷ số kích thước, L/h khác nhau ($e_0 = 0,3$)

Điều kiện biên	Phân bố lỗ rỗng	L/h			
		5	10	20	30
CF	Đều	6,4379	1,6403	0,4120	0,1833
	Đối xứng	7,1304	1,8201	0,4574	0,2035
	Bất đối xứng	6,5389	1,6662	0,4186	0,1862
SS	Đều	23,9537	6,4379	1,6403	0,7316
	Đối xứng	26,3479	7,1304	1,8201	0,8121
	Bất đối xứng	24,3162	6,5389	1,6662	0,7432
CS	Đều	43,9058	12,7715	3,3291	1,4914
	Đối xứng	47,8392	14,1029	3,6912	1,6549
	Bất đối xứng	44,5359	12,9688	3,3816	1,5150
SS	Đều	74,8983	23,9537	6,4379	2,9016
	Đối xứng	80,7701	26,3479	7,1304	3,2182
	Bất đối xứng	75,9092	24,3162	6,5389	2,9475

6. Kết luận

Bài báo xây dựng nghiệm giải tích tính toán lực tối hạn cho dầm bằng vật liệu xốp, chịu nén dọc trục với các loại điều kiện biên khác nhau; các liên kết lý tưởng được xem xét bao gồm: liên kết ngàm (C), liên kết khớp (S), tự do (F). Nghiệm giải tích sử dụng lời giải trực tiếp dựa trên hệ phương trình cân bằng ổn định tĩnh đã thiết lập cho dầm khi xem xét yếu tố mặt trung hòa. Chương trình tính viết trên nền Matlab được kiểm chứng, cho thấy độ tin cậy cao. Các khảo sát số cho phép đánh giá ảnh hưởng của các tham số hình học, vật liệu, điều kiện biên lên ứng xử ổn định trong dầm. Các kết quả nhận được là nguồn tài liệu tham khảo hữu ích, góp phần cho công tác nghiên cứu, tính toán dầm làm bằng vật liệu xốp.

Lời cảm ơn

Tác giả chân thành cảm ơn sự hỗ trợ tài chính của Trường Đại học Xây dựng cho đề tài “Xây dựng dạng nghiệm chính xác cho bài toán uốn và ổn định của kết cấu dầm với các điều kiện biên khác nhau”, mã số 75-2020/KHXD.

Tài liệu tham khảo

- [1] Koizumi, M. (1993). The concept of FGM. *Ceramic Transactions*, 34:3–10.
- [2] Smith, B. H., Szyniszewski, S., Hajjar, J. F., Schafer, B. W., Arwade, S. R. (2012). [Steel foam for structures: A review of applications, manufacturing and material properties](#). *Journal of Constructional Steel Research*, 71:1–10.
- [3] Lefebvre, L. P., Banhart, J., Dunand, D. C. (2008). [Porous metals and metallic foams: current status and recent developments](#). *Advanced Engineering Materials*, 10(9):775–787.
- [4] Phuong, N. T. B., Tu, T. M., Phuong, H. T., Long, N. V. (2019). [Bending analysis of functionally graded beam with porosities resting on elastic foundation based on neutral surface position](#). *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE)-NUCE*, 13(1):33–45.
- [5] Tang, H., Li, L., Hu, Y. (2018). [Buckling analysis of two-directionally porous beam](#). *Aerospace Science and Technology*, 78:471–479.
- [6] Anirudh, B., Ganapathi, M., Anant, C., Polit, O. (2019). [A comprehensive analysis of porous graphene-reinforced curved beams by finite element approach using higher-order structural theory: Bending, vibration and buckling](#). *Composite Structures*, 222:110899.
- [7] Barati, M. R., Zenkour, A. M. (2017). [Investigating post-buckling of geometrically imperfect metal foam nanobeams with symmetric and asymmetric porosity distributions](#). *Composite Structures*, 182:91–98.
- [8] Barati, M. R., Zenkour, A. M. (2017). [Post-buckling analysis of refined shear deformable graphene platelet reinforced beams with porosities and geometrical imperfection](#). *Composite Structures*, 181:194–202.
- [9] Chen, D., Yang, J., Kitipornchai, S. (2015). [Elastic buckling and static bending of shear deformable functionally graded porous beam](#). *Composite Structures*, 133:54–61.
- [10] Zhang, D.-G. (2013). [Modeling and analysis of FGM rectangular plates based on physical neutral surface and high order shear deformation theory](#). *International Journal of Mechanical Sciences*, 68:92–104.
- [11] Zhang, D.-G., Zhou, Y.-H. (2008). [A theoretical analysis of FGM thin plates based on physical neutral surface](#). *Computational Materials Science*, 44(2):716–720.
- [12] Yaghoobi, H., Fereidoon, A. (2010). Influence of neutral surface position on deflection of functionally graded beam under uniformly distributed load. *World Applied Sciences Journal*, 10(3):337–341.
- [13] Chen, D., Yang, J., Kitipornchai, S. (2016). [Free and forced vibrations of shear deformable functionally graded porous beams](#). *International Journal of Mechanical Sciences*, 108:14–22.
- [14] Larbi, L. O., Kaci, A., Houari, M. S. A., Tounsi, A. (2013). [An efficient shear deformation beam theory based on neutral surface position for bending and free vibration of functionally graded beams](#). *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 41(4):421–433.
- [15] Reddy, J. N. (2006). *Theory and analysis of elastic plates and shells*. CRC press.
- [16] Thai, H.-T., Vo, T. P. (2012). [Bending and free vibration of functionally graded beams using various higher-order shear deformation beam theories](#). *International Journal of Mechanical Sciences*, 62(1):57–66.
- [17] Reddy, J. N. (2017). *Energy principles and variational methods in applied mechanics*. John Wiley & Sons.
- [18] Dym, C. L., Shames, I. H. (1973). *Solid mechanics*. New York: McGraw-Hill.
- [19] Kitipornchai, S., Chen, D., Yang, J. (2017). [Free vibration and elastic buckling of functionally graded porous beams reinforced by graphene platelets](#). *Materials & Design*, 116:656–665.
- [20] Magnucki, K., Stasiewicz, P. (2004). Elastic buckling of a porous beam. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 42(4):859–868.