

MÔ HÌNH HÓA ĐA TỶ LỆ BÀI TOÁN ĐỊA CƠ HỌC SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP KẾT HỢP PHẦN TỬ HỮU HẠN VÀ PHẦN TỬ RỜI RẠC

Nguyễn Trung Kiên^{a,*}

^a*Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, Đại học Xây dựng,
55 đường Giải Phóng, quận Hai Bà Trưng, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 08/10/2019, Sửa xong 22/01/2020, Chấp nhận đăng 22/01/2020

Tóm tắt

Phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH) và phương pháp phần tử rời rạc (PTRR) là hai phương pháp được sử dụng rất phổ biến trong mô phỏng bài toán địa cơ học. Mỗi phương pháp dựa trên các giả thuyết khác nhau và cũng phù hợp với các trường hợp khác nhau. Nếu như phương pháp PTHH phù hợp với các bài toán ở tỷ lệ vừa và lớn thì phương pháp PTRR cho phép mô tả đến tỷ lệ vi mô, tương tác giữa các phần tử cấu thành vật liệu. Nhằm kết hợp và phát triển một phương pháp mô phỏng đa tỷ lệ kết hợp ưu điểm của hai phương pháp nói trên, nhiều nghiên cứu đã được thực hiện trong thời gian vừa qua. Bài báo này trình bày một nghiên cứu đề xuất việc kết hợp giữa hai phương pháp thống nhất trong một mô phỏng đa tỷ lệ. Phương pháp kết hợp cho phép mô phỏng các bài toán ở tỷ lệ vĩ mô, thông qua việc kể đến các đặc trưng tự nhiên của vật liệu thông qua tương tác ở tỷ lệ vi mô. Sau đó, một ví dụ minh họa khả năng của phương pháp đã được thực hiện. Vật liệu mô phỏng được hiệu chỉnh dựa trên mẫu đá sét Callovo Oxfordian. Kết quả thu được phù hợp với kết quả thực nghiệm. Đặc biệt, hiện tượng tập trung biến dạng trong một vùng hẹp, cục bộ, hình thành cụm trượt đã được ghi nhận. Thông qua đó, các tính chất ở cấp vi mô cũng đã được phân tích nhờ vào phương pháp mô phỏng này.

Từ khoá: kết hợp PTHH/PTRR; địa cơ học; đa tỷ lệ; mô hình hóa; đá sét.

MULTI-SCALE MODELING OF GEOMECHANICS PROBLEMS USING COUPLED FINITE-DISCRETE ELEMENT METHOD

Abstract

Finite Element Method (FEM) and Discrete Element Method (DEM) are two commonly numerical methods, widely used in geomechanics modeling. Each method bases on different assumptions and suitable for different kinds of problems. If the FEM is suitable for engineering scale, the DEM is a perfect choice for analyzing the problem by taking into account the interaction between particles. In order to combine the advantages of two above mentioned methods, various researches have been conducted in last few years. In this context, the paper presents a study in which propose a multi-scale way to couple between FEM and DEM. This coupling method allows modeling the engineering problem and taking into account the nature of geomaterials such as discrete, anisotropic... A typical example of biaxial type is then modeled by FEM/DEM simulation. The material is calibrated with claystone Callovo-Oxfordian. The results show good consistency between numerical and experimental experiences. Especially, strain localization is observed at macro-scale. Micro-features of RVE related to strain localization is discussed and analyzed.

Keywords: FEM/DEM coupling; geomechanics; multi-scale; modeling; claystone.

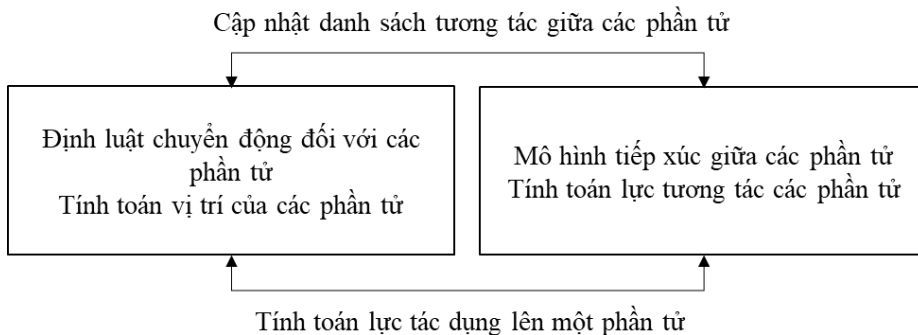
[https://doi.org/10.31814/stce.nuce2020-14\(1V\)-09](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2020-14(1V)-09) © 2020 Trường Đại học Xây dựng (NUCE)

*Tác giả chính. Địa chỉ e-mail: trungkien49xf@gmail.com (Kiên, N. T.)

1. Giới thiệu

Phương pháp Phần tử hữu hạn (PTHH) [1] là phương pháp mô hình số được sử dụng phổ biến trong các bài toán phân tích kết cấu, phân tích ứng xử vật liệu. Phương pháp này cho phép người sử dụng phân tích ứng xử kết cấu, vật liệu ở nhiều tỷ lệ khác nhau, đặc biệt ở tỷ lệ của các bài toán trong thực tế xây dựng. Phương pháp PTHH sử dụng nguyên tắc rời rạc miền nghiên cứu thành nhiều miền con (phần tử), liên kết với nhau bằng các nút. Trên miền con này, bài toán được giải xấp xỉ dựa trên các hàm xấp xỉ trên từng phần tử, thỏa mãn điều kiện trên biên cùng với sự cân bằng và liên tục giữa các phần tử. Việc áp dụng phương pháp PTHH khi phân tích kết cấu yêu cầu cho trước ứng xử của vật liệu. Thông thường, đối với các vật liệu có quy luật ứng xử đơn giản, mỗi liên hệ này có thể mô tả dưới dạng các phương trình toán học thông qua lý thuyết đàn hồi hoặc đàn dẻo cổ điển, liên hệ giữa hai đại lượng là ứng suất và biến dạng, mô tả ứng xử của vật liệu dưới tác dụng của tác động cho trước. Quy luật này thường được thể hiện dưới dạng liên hệ giữa tốc độ thay đổi ứng suất và tốc độ biến dạng $\dot{\sigma} = f(\dot{\epsilon})$. Với các vật liệu phức tạp hơn như vật liệu không đồng nhất, dị hướng, một số phương pháp thông thường được sử dụng để xác định quy luật ứng xử như: (i) căn cứ từ kết quả thí nghiệm, hiệu chỉnh để tìm ra phương trình toán học thể hiện tốt nhất kết quả thực nghiệm; (ii) phương pháp đồng nhất hóa (homogenisation). Bằng kỹ thuật đồng nhất hóa, ứng xử vật liệu ở tỷ lệ vĩ mô (macro) thu được bằng cách kể đến các đặc trưng ở tỷ lệ vi mô (micro). Bên cạnh các ưu điểm, phương pháp PTHH cũng gặp những khó khăn khi tính toán các bài toán có vết nứt hay các bài toán tìm cách mô tả các dạng vật liệu phức tạp [2–4].

Phương pháp phần tử rời rạc (PTRR) được đề xuất bởi Cundall và Strack [5] nhằm mô phỏng ứng xử của vật liệu rời rạc như cát, bê tông hay đá ở tỷ lệ nhỏ thông qua tương tác giữa các hạt cấu thành vật liệu. Phương pháp PTRR xem xét các phần tử (hạt) độc lập nhau, từ đó tích phân chuyển động của các hạt cơ bản dựa trên phương trình định luật hai Newton. Phương pháp này xử lý tương tác của một tập hợp vật rắn hình tròn 2D, hình cầu 3D, hình đa giác... Tương tác giữa các phần tử (hạt) được mô hình thông qua mô hình liên kết kể đến lực tương tác giữa các phần tử. Liên hệ tính toán của phương pháp PTRR được giới thiệu trên Hình 1. Trải qua hơn bốn thập kỷ, phương pháp PTRR đã được sử dụng rộng rãi trong việc nghiên cứu ứng xử của vật liệu không đồng nhất, dị hướng ở tỷ lệ nhỏ.



Hình 1. Liên hệ tính toán theo phương pháp PTRR

Thực tế, do giới hạn về khả năng tính toán của máy tính nên phương pháp PTRR chưa thể xử lý các bài toán với số lượng phần tử rất lớn vì thế việc sử dụng các phương pháp như phương pháp PTHH vẫn là hết sức cần thiết.

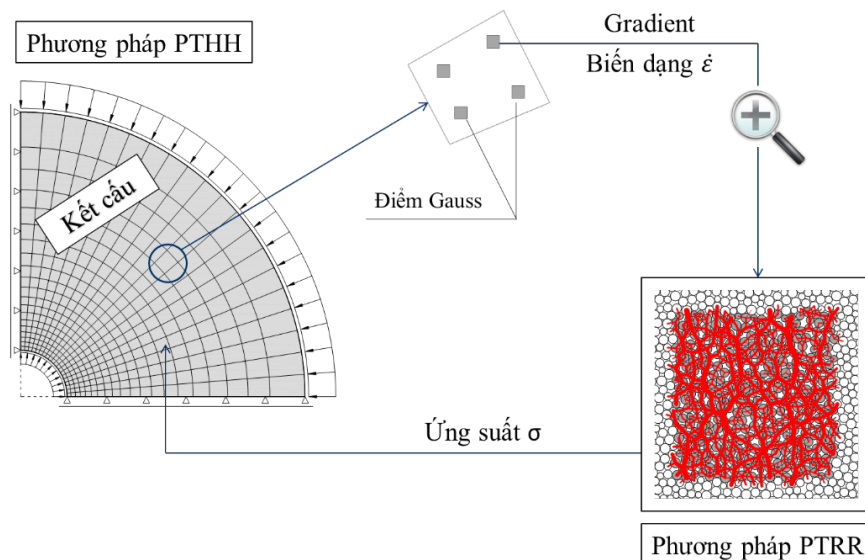
Việc kết hợp giữa hai phương pháp PTHH/PTRR đã được quan tâm nghiên cứu từ những năm cuối của thế kỷ XX. Các cách kết hợp giữa hai phương pháp cũng tương đối đa dạng, có thể kể đến

các nghiên cứu trong [6–8]. Trong những năm gần đây, với sự phát triển và nhu cầu mô phỏng kết cấu, vật liệu ở nhiều tỷ lệ, mô phỏng các bài toán ở tỷ lệ thực vật liệu dị hướng, không đồng nhất, một xu thế mới trong việc kết hợp PTHH/PTRR đã được đề xuất. Phương pháp này triển khai đồng thời việc mô phỏng ở nhiều tỷ lệ khác nhau: vĩ mô (macro) và vi mô (micro). Việc kết nối giữa hai tỷ lệ được thực hiện thông qua đồng nhất hóa vật liệu (homogenization) bằng lý thuyết hoặc phương pháp số. Trong trường hợp này, việc xây dựng ứng xử dựa trên phương pháp số PTRR giúp thu được quy luật ứng xử $\sigma = f(\epsilon)$ của vật liệu, trong đó có thể xem xét quy luật này tương tự như một quy luật ứng xử phi tuyến với rất nhiều tham số (vị trí các hạt, mạng lưới tương tác, lực tương tác). Tính khả thi của phương pháp đã được minh chứng qua các nghiên cứu được công bố gần đây và việc áp dụng phương pháp sẽ có thể mở ra một hướng đi đầy tiềm năng cho việc mô phỏng nghiên cứu ứng xử của kết cấu, vật liệu và đặc biệt trong khuôn khổ bài toán địa cơ học trong tương lai [9–14].

Nằm trong xu hướng đó, bài báo giới thiệu mô hình mô phỏng đa tỷ lệ thông qua việc kết hợp giữa phương pháp PTHH và PTRR để tận dụng ưu điểm của cả hai phương pháp, từ đó nghiên cứu ứng xử của vật liệu đá sét. Việc kết nối giữa các tỷ lệ khác nhau được thực hiện thông qua kỹ thuật đồng nhất hóa bằng phương pháp số. Bài báo được cấu trúc tiếp theo như sau: Phần 2 giới thiệu nguyên lý phương pháp mô phỏng PTHH/PTRR; phần 3 trình bày mô phỏng vật liệu đá sét có kể đến sự xuất hiện biến dạng cục bộ trong mẫu thí nghiệm; Một số kết luận, kiến nghị được trình bày trong Phần 4.

2. Mô phỏng đa tỷ lệ PTHH/PTRR

Nguyên lý phương pháp kết hợp giữa phương pháp PTHH và phương pháp PTRR được sơ đồ hóa trên Hình 2. Kết cấu cần phân tích được rời rạc hóa thành các PTHH. Tại mỗi PTHH, một mẫu vật liệu RVE (Representative Volume Element), mô hình hóa bằng phương pháp PTRR được gán vào các điểm Gauss của PTHH. Sau đó áp biến dạng vào từng điểm Gauss, mô hình PTRR sẽ xác định ứng suất tương ứng tại điểm Gauss. Từ đó lập được ma trận độ cứng riêng phần, ma trận độ cứng tổng thể để giải bài toán PTHH. Quá trình trên được lặp lại cho mỗi bước tính toán đến khi điều kiện hội tụ được thỏa mãn.

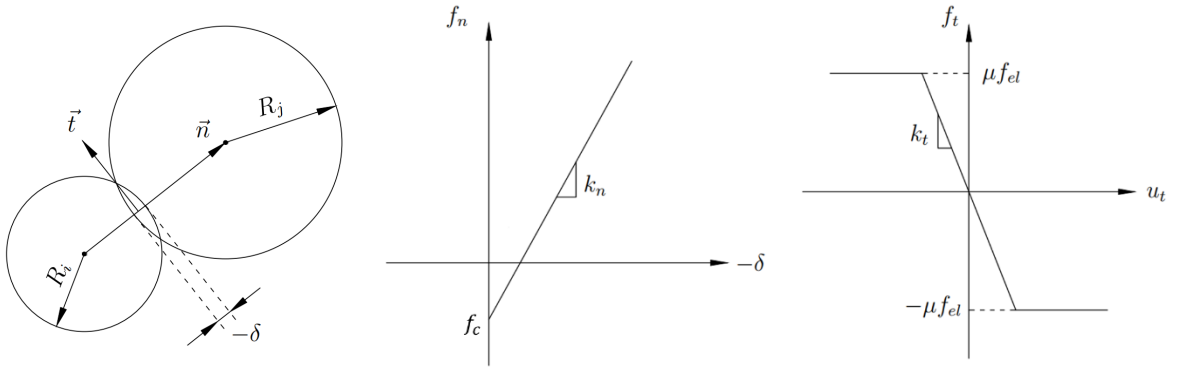


Hình 2. Nguyên lý phương pháp mô phỏng đa tỷ lệ PTHH/PTRR

Một điểm đáng chú ý đối với việc sử dụng phương pháp này đó là việc tính toán, cập nhật ứng suất tại các điểm Gauss. Đối với các phương pháp tính toán theo PTHH thông thường, ứng suất tổng Cauchy sau mỗi bước được tính thông qua biến thiên ứng suất để xem xét ứng xử phi tuyến của vật liệu ($\sigma^{i+1} = \sigma^i + \Delta\sigma$). Nếu các công thức được viết ở điều kiện biến dạng nhỏ, có thể dẫn đến những sai số khi biến dạng lớn xuất hiện trong vật liệu (khi đó công thức cần được viết lại đối với trường hợp biến dạng lớn). Thực tế, phương pháp PTHH/PTRR hoàn toàn không gặp phải vấn đề này. Mỗi điểm Gauss được gán một mẫu RVE, quá trình tính toán lưu lại các thông số, biến trạng thái tại các bước trước đó cũng như ứng suất thu được khi áp dụng các điều kiện biên là ứng suất tổng (ứng với mỗi bước gia tải và bước lặp Newton Raphson). Khi kết thúc bước tính toán, thay vì sử dụng biến thiên ứng suất ($\Delta\sigma$), ứng suất tổng (σ) được xác định trực tiếp thông qua phương pháp PTRR như chỉ ra trong công thức (1) và được dùng để giải quyết bài toán tổng thể bằng PTHH.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{S} \cdot \sum_{(m,n) \in C} \vec{f}^{m/n} \otimes \vec{r}^{mn} \quad (1)$$

trong đó C là tập hợp các tương tác giữa cặp hai phần tử trong mẫu RVE; (m, n) là tương tác giữa phần tử m và n ; S là diện tích của RVE; $\vec{f}^{m/n}$ và $\vec{r}^{mn}$ lần lượt là lực tương tác và vec tơ nối tâm hai phần tử (m, n) có tương tác với nhau. Mô hình tương tác giữa hai phần tử được thể hiện trên Hình 3.



Hình 3. Mô hình tương tác giữa các phần tử ở tỷ lệ vi mô (micro scale)

Trong đó f_n , f_{el} , f_t , f_c lần lượt là lực pháp tuyến, lực tương tác đàn hồi theo phương pháp tuyến, lực tiếp tuyến và lực dính giữa hai phần tử có tương tác với nhau, cụ thể:

$$f_n = f_{el} + f_c = -k_n \cdot \delta + f_c \quad (2)$$

$$f_t^{T+\Delta T} = f_t^T - k_t \cdot \delta u_t \quad (3)$$

$$\delta u_t = \left[(\vec{v}_j - \vec{v}_i) \cdot \vec{t} - (R_i \dot{\theta}_i + R_j \dot{\theta}_j) \right] \cdot \Delta T \quad (4)$$

trong đó δ là mức độ tương tác giữa hai phần tử được định nghĩa như sau: $\delta = r^{nm} - R_m - R_n$; δu_t là chuyển vị tương đối giữa hai phần tử có tương tác ở thời điểm T và $T + \Delta T$; $\vec{v}_i$, $\dot{\theta}_i$ và $\vec{v}_j$, $\dot{\theta}_j$ là vận tốc và vận tốc góc của các phần tử i và j ; k_n , k_t lần lượt là độ cứng pháp tuyến, tiếp tuyến của tương tác.

Trong mô hình này, sự trượt giữa hai phần tử không được xem xét đến. Lực tiếp tuyến bị giới hạn theo điều kiện:

$$|f_t| \leq \mu \cdot f_{el} = \mu \cdot k_n \cdot \delta \quad (5)$$

trong đó μ là hệ số ma sát giữa các hạt.

Trong phân tích phi tuyến bằng phương pháp PTHH, quá trình giải hệ phương trình phi tuyến được thực hiện nhờ vào phương pháp lặp Newton-Raphson. Để thực hiện việc tìm nghiệm của phương trình phi tuyến bằng Newton-Raphson, cần thiết phải tính toán ma trận tiếp tuyến C_{ijkl} . Đối với các quy luật ứng xử đơn giản, C_{ijkl} có thể được đưa ra dưới dạng các phương trình. Tuy nhiên đối với các quy luật ứng xử phức tạp như bài toán PTHH/PTRR, giá trị này cần được tính toán bằng phương pháp số [4, 13]

$$C_{ijkl} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} \quad (6)$$

Thực tế cho thấy, việc sử dụng phương pháp PTRR để định nghĩa một quy luật ứng xử tương đương trên một mẫu RVE có số hạt nhỏ, do sự không ổn định của kết quả PTRR dẫn đến giá trị của các hệ số trong C_{ijkl} hay bị nhiễu, dẫn đến phương pháp Newton-Raphson không hội tụ. Để khắc phục điều này, nhiều phương pháp khác nhau đã được đề xuất trong [4, 13, 15]. Trong đó, nghiên cứu này sử dụng phương pháp được đề xuất bởi [15] và đã được chứng minh hiệu quả về mặt sử dụng, đồng thời giảm bớt được thời gian tính toán. Khi đó, C_{ijkl} được tính như sau:

$$C_{ijkl} = \frac{1}{S} \sum_{c \in S} (k_n n_i^c l_j^c n_k^c l_l^c + k_{nt} t_i^c l_j^c t_k^c l_l^c) \quad (7)$$

trong đó S là diện tích 2D của RVE, $\vec{l}^c$ là véc tơ nối hai phần tử có liên kết với nhau, $\vec{n}^c$ và $\vec{t}^c$ là các véc tơ đơn vị pháp tuyến và tiếp tuyến tại vị trí liên kết c .

3. Mô phỏng ứng xử nén hai trục của đá sét sử dụng PTHH/PTRR

Trong trường hợp này, phương pháp mô phỏng đa tỷ lệ PTHH/PTRR được sử dụng để mô hình lại kết quả thí nghiệm trên mẫu đá sét (claystone Callovo Oxfordian - COX), thực hiện bởi Viện Nghiên cứu Quốc gia Pháp về Rác thải hạt nhân (ANDRA). COX thuộc lớp địa chất sét đá, ở độ sâu khoảng 500m so với mực nước biển, vùng Meuse/Haute-Marne (Pháp). Lớp đá sét này có đặc điểm là tính thấm nước rất thấp, khả năng giữ phóng xạ hạt nhân cao, vì vậy lớp đá sét này được nghiên cứu là lớp tiềm năng để lưu giữ rác thải hạt nhân [16, 17]. Thí nghiệm được thực hiện với áp lực hông (confining pressure) $\sigma_3 = 12$ MPa.

3.1. Chuẩn bị mẫu RVE

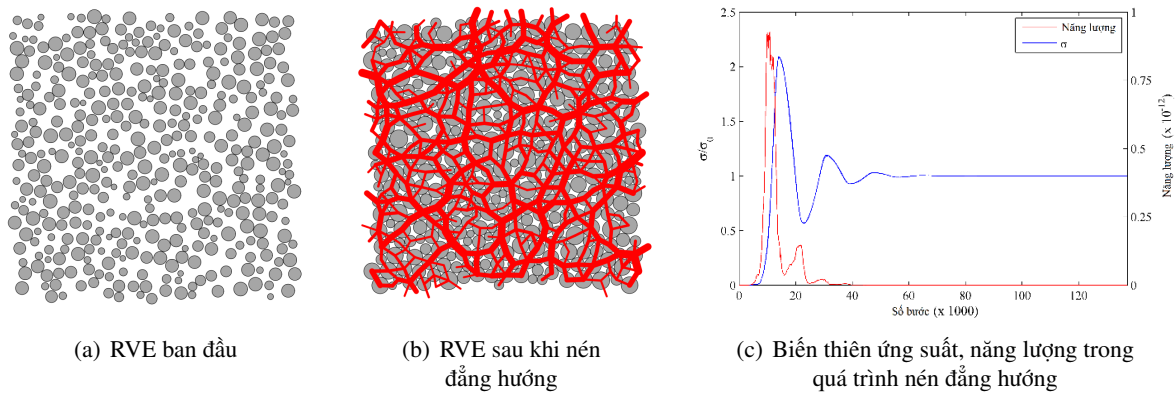
Thí nghiệm nén hai trục được thực hiện theo hai bước [18, 19] gồm (i) nén đẳng hướng đến ứng suất mong muốn bằng áp lực hông trong giai đoạn gia tải và (ii) gia tải cho thí nghiệm nén hai trục. Vì vậy, đầu tiên cần chuẩn bị mẫu RVE đến trạng thái ứng suất mong muốn bằng áp lực hông trong giai đoạn gia tải. Để thực hiện điều đó, việc tạo mẫu RVE sử dụng trong PTRR rất quan trọng và tuyệt đối cần thiết trước khi bắt đầu nén đẳng hướng. Quá trình này được thực hiện theo các bước như sau:

- Bước 1 : Vị trí các phần tử được cho trước trên một lưới với một khoảng cách bất kỳ (lớn hơn đường kính của hạt có kích thước lớn nhất).
- Bước 2 : Cho trước $r_{\min}$ và $r_{\max}$ của tập hợp phần tử trong RVE. Bán kính của các hạt còn lại được tạo một cách ngẫu nhiên trong khoảng $(r_{\min}, r_{\max})$.
- Bước 3 : Trộn mẫu bằng cách gán cho mỗi hạt một vận tốc bất kỳ.

Bài toán này sử dụng các phần tử 2D hình tròn, số lượng phần tử trong mẫu RVE là 400, với bán kính nằm trong khoảng $r_{\max}/r_{\min} = 2,5$. Các thông số khác của mô hình PTRR được giới thiệu trong Bảng 1.

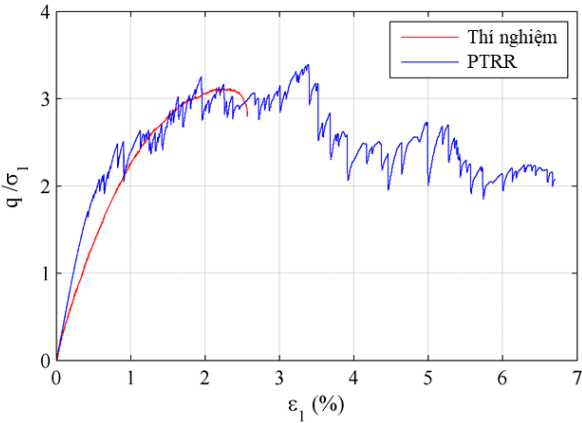
Thông số		Giá trị
$\kappa = \frac{k_n}{\sigma_0}$	Độ cứng chuẩn hóa	1000
k_n/k_t	Tỷ lệ độ cứng pháp tuyến / Độ cứng tiếp tuyến	1,0
μ	Hệ số ma sát giữa các phần tử	0,5
$p_c = \frac{ f_c }{a \cdot \sigma_0}$	Hệ số lực dính	1,0

Hình ảnh về mẫu RVE trước và sau khi nén đẳng hướng được trình bày trên Hình 4(a) và 4(b). Nét màu đỏ nổi tâm của 2 hạt có tiếp xúc với nhau, độ dày nét tỷ lệ với lực tương tác giữa 2 hạt. Khi mẫu được mẫu nén đẳng hướng, ứng suất trong mẫu tăng nhanh đến ứng suất mong muốn σ_0 sau đó là giai đoạn cần thiết để mẫu đạt trạng thái cân bằng như trên Hình 4(c).



Hình 4. Chuẩn bị mẫu RVE

Mẫu RVE được chọn dựa trên việc so sánh xu hướng quan hệ ứng suất, biến dạng của mẫu RVE được mô phỏng thí nghiệm nén hai trục bằng phương pháp PTRR (Hình 5). Quan hệ dựa trên một mẫu RVE được xem tương đương với quy luật ứng xử của vật liệu được sử dụng trong tính toán bằng phương pháp PTHH.

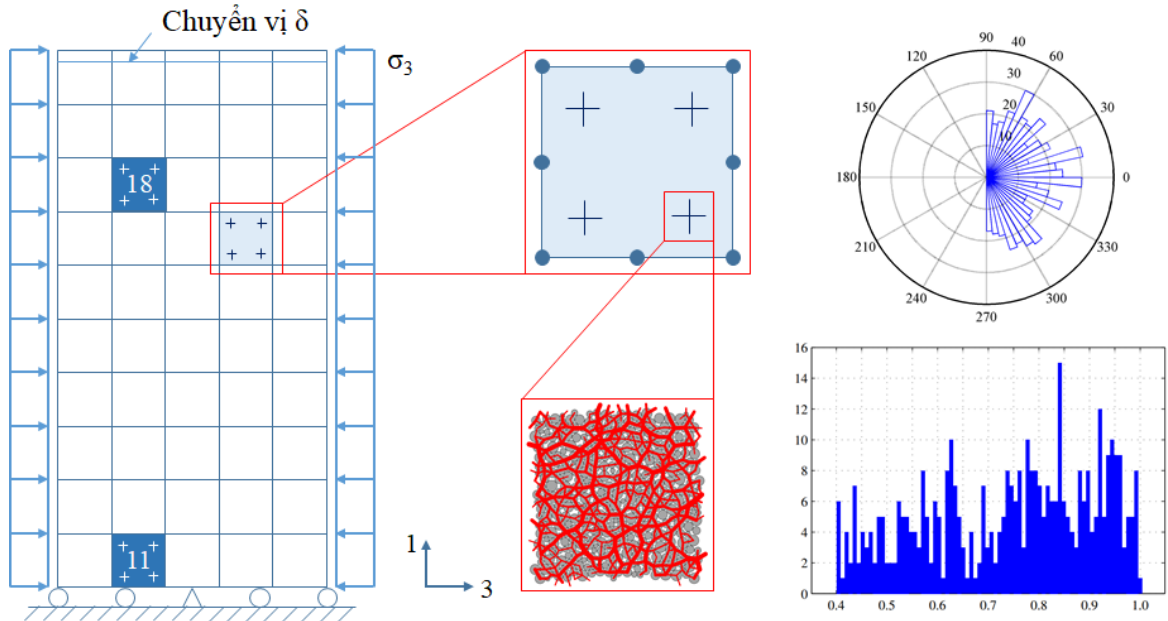


Hình 5. Hiệu chỉnh mô hình theo kết quả thực nghiệm

3.2. Thông số bài toán mô phỏng PTHH/PTRR

Ở tỷ lệ vĩ mô (macro scale), bài toán được chia thành 50 phần tử hữu hạn Q8 với 8 nút và 4 điểm Gauss. Tại mỗi điểm Gauss, một mẫu RVE với 400 phần tử như mô tả tại Mục 3.1 được sử dụng. RVE được chọn tương tự nhau cho tất cả miền của bài toán.

Về điều kiện biên, tải trọng phân bố đều (áp lực hông) $\sigma_3 = \sigma_0 = 12$ MPa, không đổi trong suốt quá trình thí nghiệm. Liên kết phía dưới cho phép chuyển vị tự do theo phương ngang (không có ma sát) trong khi đó quá trình gia tải thí nghiệm được thực hiện thông qua chuyển vị ở mặt phía trên của mô hình như mô tả trên Hình 6.

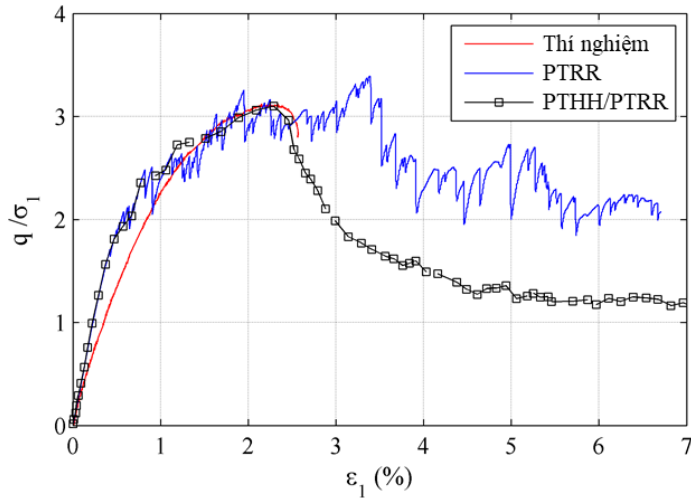


Hình 6. Mô hình phần tử hữu hạn, điều kiện biên, phần tử sử dụng và mẫu RVE

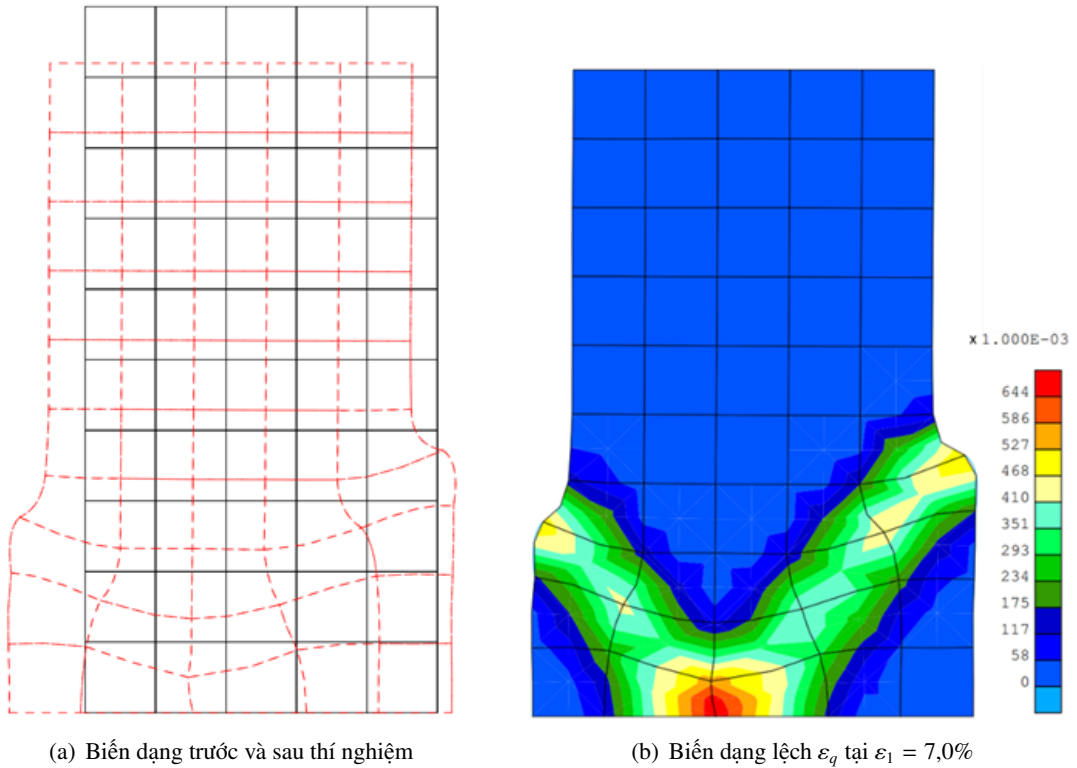
3.3. Kết quả mô phỏng và so sánh

Đường cong mối quan hệ giữa ứng suất trục của mẫu và kết quả thí nghiệm được trình bày trên Hình 7. Có thể thấy rằng, kết quả mô phỏng đã mô tả tốt kết quả thực nghiệm. Đặc biệt hơn, sau khi vật liệu đạt ứng suất cực đại $q/\sigma_0 = (\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_0 = 3,1$ tương đương với $\varepsilon_1 = 2,3\%$ vật liệu chuyển sang làm việc ở trạng thái mềm hóa (softening). Lúc này, trong mẫu thí nghiệm xuất hiện hiện tượng biến dạng dẻo tập trung chủ yếu tại một vùng hẹp, hay còn gọi là biến dạng cục bộ (strain localization) và khu vực tập trung biến dạng hình thành một cụm trượt (shear band). Trong vùng này, ứng suất tổng (volumetric strain) rất nhỏ so với ứng suất cắt, các phần tử chủ yếu chỉ biến đổi về hình dạng. Vì thế, khi phân tích hiện tượng này, chúng thường được thể hiện dưới giá trị của biến dạng lệch $\varepsilon_q = \varepsilon - (1/3) \cdot \text{tr}(\varepsilon)I$, trong đó I là ma trận đơn vị.

Từ Hình 8 chúng ta có thể thấy, các phần tử nằm ngoài cụm trượt hầu như chỉ chịu tác động trong giai đoạn đến trước khi ứng suất đạt cực đại, vì thế hình dạng của chúng sau khi kết thúc thí nghiệm giữ nguyên gần như hình dạng tại thời điểm ban đầu. Tuy nhiên các đặc tính về ứng suất cũng như đặc trưng vật liệu bị thay đổi do quá trình gia tải trước khi đạt đỉnh. Tuy vậy, sự thay đổi này nhỏ hơn rất nhiều so với các phần tử nằm trong khu vực chịu biến dạng tập trung.



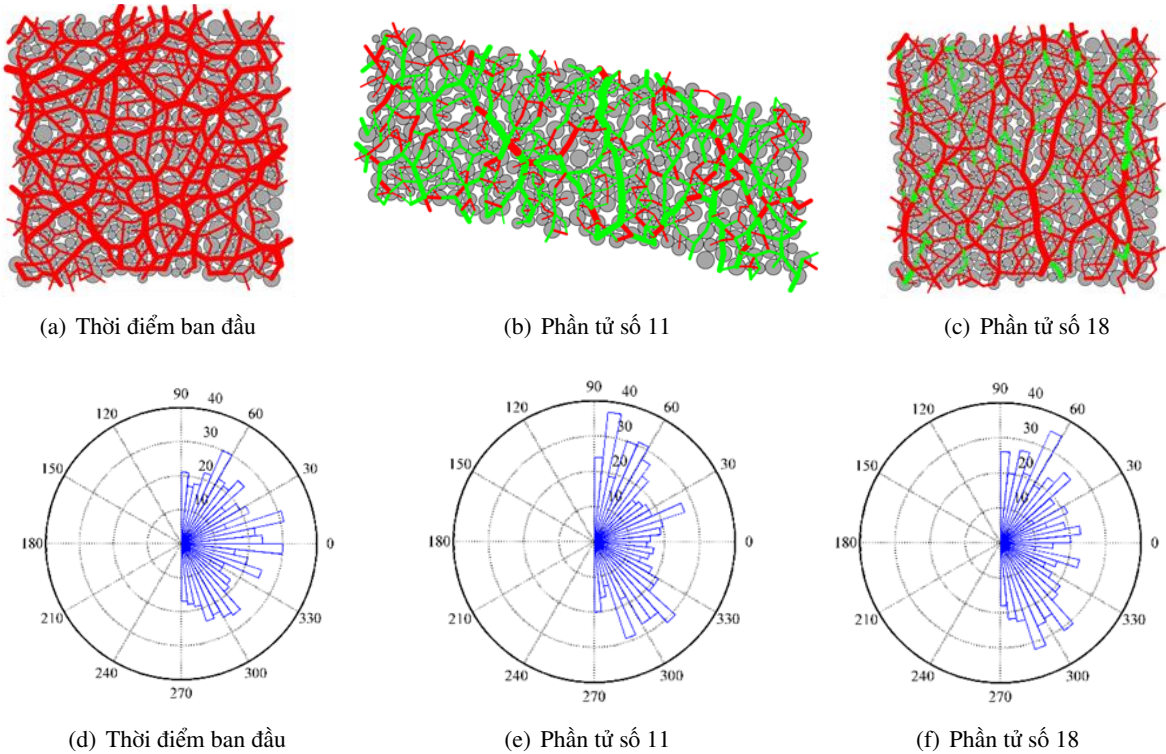
Hình 7. So sánh kết quả mô phỏng và thực nghiệm



Hình 8. Biến dạng của mẫu mô phỏng bằng phương pháp PTHH/PTRR

Có thể nói, một trong những ưu điểm lớn của phương pháp tính toán đa tỷ lệ bằng cách kết hợp giữa PTHH/PTRR đó là chúng ta có thể phân tích được ứng xử ở tỷ lệ vi mô của vật liệu trong quá trình diễn ra thí nghiệm, ở các vị trí khác nhau của mẫu mà không cần thiết làm thêm các tính toán bổ sung khác. Ứng xử vi mô tại từng vị trí, đặc trưng bởi mẫu RVE được gán tại các điểm Gauss. Cụ

thể, phân tích RVE tại 2 phần tử: phần tử 11 trong vùng biến dạng cục bộ và phần tử 18 ngoài vùng biến dạng cục bộ.



Hình 9. Lực tương tác giữa các phần tử (a, b, c) và hướng mật độ về liên kết của RVE (d, e, f) tại thời điểm ban đầu và tại thời điểm $\varepsilon_1 = 7,0\%$

Tại thời điểm ban đầu ($\varepsilon_1 = 0\%$), các RVE được sử dụng là tương tự nhau tại các điểm Gauss. Sau khi kết thúc thí nghiệm, biến dạng cũng như các đặc trưng vi mô của chúng rất khác nhau, điều này được thể hiện rõ trên 0. Trong các Hình 9(a), 9(b) và 9(c), độ dày các nét nổi tâm hai phần tử tỷ lệ với lực pháp tuyến trong phần tử đó, màu đỏ với trường hợp lực dính còn tồn tại ($f_c \neq 0$), màu xanh tương ứng với trường hợp không có lực dính ($f_c = 0$). Phần tử số 18, nằm ngoài khu vực tập trung biến dạng dẻo, hình dạng của mẫu gần như giữ lại hình dạng ban đầu, ngoại trừ việc xuất hiện các vết đứt gãy liên kết dính kết do quá trình gia tải từ 0 đến 2% biến dạng dọc trục. Trong khi đó, phần tử 11 chịu tác động rất phức tạp, kết hợp giữa nén và cắt đồng thời. Dưới tác động này, phần lớn lực dính liên kết giữa các phần tử đã bị phá vỡ, mẫu cũng chịu biến dạng nén, cắt. Những nhận xét này hoàn toàn phù hợp với kết quả thu nhận được từ thực tế [20–22] khi thực hiện nghiên cứu về biến dạng cục bộ của vật liệu dạng đá sét.

Về khía cạnh cơ học vật liệu rời rạc, chúng ta nhận thấy rằng quá trình biến dạng đã dẫn đến có sự tổ chức lại về mặt liên kết giữa các phần tử trong các mẫu RVE. Các liên kết có xu hướng tập trung theo hướng để chống lại xu hướng phá hoại vật liệu.

4. Kết luận

Bài báo đã trình bày phương pháp mô phỏng đa tỷ lệ sử dụng kết hợp giữa hai phương pháp số được dùng phổ biến hiện nay là phương pháp Phần tử hữu hạn (PTHH) và phương pháp Phần tử rời

rac (PTRR). Thực tế cho thấy, việc sử dụng kết hợp hai phương pháp là một xu thế trong tính toán đa tỷ lệ, nhằm giúp mô tả chính xác được ứng xử của vật liệu mà không cần sử dụng phương trình toán học quá phức tạp để mô tả quy luật ứng xử của chúng.

Sau đó, một ví dụ mô phỏng thí nghiệm với mẫu đá sét đã cho kết quả phù hợp giữa mô hình số và thực nghiệm ở tỷ lệ vĩ mô (macro). Thông qua kết quả thu được, hiện tượng biến dạng cục bộ trong mẫu đã được phân tích. Đây là một hiện tượng ở tỷ lệ vĩ mô và có mối liên hệ chặt chẽ với sự sắp xếp lại cấu trúc vật liệu ở tỷ lệ vi mô bao gồm việc phá vỡ các liên kết cũng như định hướng liên kết của vật liệu, như thể hiện trên Hình 9(d), 9(e) và 9(f).

Lời cảm ơn

Tác giả chân thành cảm ơn sự hỗ trợ tài chính của Trường Đại học Xây dựng cho đề tài mã số 78-2020/KHXD.

Tài liệu tham khảo

- [1] Zienkiewicz, O. C. (1979). *La méthode des éléments finis*. McGraw-Hill.
- [2] Phương, N. H., Cảnh, L. V., Kiên, N. T. (2019). [Xác định đặc trưng hữu hiệu của vật liệu đa tinh thể dị hướng bằng phương pháp đồng nhất hóa](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCN XD)-ĐHXD*, 13 (4V):129–138.
- [3] Kouznetsova, V. G., Geers, M. G. D., Brekelmans, W. A. M. (2010). Computational homogenisation for non-linear heterogeneous solids. *Multiscale Modeling in Solid Mechanics: Computational Approaches*, World Scientific, 1–42.
- [4] Nguyen, T. K., Combe, G., Caillerie, D., Desrues, J. (2014). [FEM × DEM modelling of cohesive granular materials: numerical homogenisation and multi-scale simulations](#). *Acta Geophysica*, 62(5):1109–1126.
- [5] Cundall, P. A., Strack, O. D. L. (1979). [A discrete numerical model for granular assemblies](#). *Geotechnique*, 29(1):47–65.
- [6] Munjiza, A., Owen, D. R. J., Bicanic, N. (1995). [A combined finite-discrete element method in transient dynamics of fracturing solids](#). *Engineering Computations*, 12(2):145–174.
- [7] Onate, E., Rojek, J. (2004). [Combination of discrete element and finite element methods for dynamic analysis of geomechanics problems](#). *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193 (27-29):3087–3128.
- [8] Zárate, F., Oñate, E. (2015). [A simple FEM–DEM technique for fracture prediction in materials and structures](#). *Computational Particle Mechanics*, 2(3):301–314.
- [9] Miehe, C., Dettmar, J. (2004). [A framework for micro–macro transitions in periodic particle aggregates of granular materials](#). *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(3-5):225–256.
- [10] Meier, H. A., Steinmann, P., Kuhl, E. (2008). Towards multiscale computation of confined granular media. *Technische Mechanik*, 28(1):32–42.
- [11] Nguyen, T. K., Claramunt, A. A., Caillerie, D., Combe, G., Dal Pont, S., Desrues, J., Richefeu, V. (2017). [FEM× DEM: a new efficient multi-scale approach for geotechnical problems with strain localization](#). *EPJ Web of Conferences*, EDP Sciences, 140:11007.
- [12] Guo, N., Zhao, J. (2014). [A coupled FEM/DEM approach for hierarchical multiscale modelling of granular media](#). *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 99(11):789–818.
- [13] Argilaga, A., Desrues, J., Dal Pont, S., Combe, G., Caillerie, D. (2018). [FEM× DEM multiscale modeling: Model performance enhancement from Newton strategy to element loop parallelization](#). *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 114(1):47–65.
- [14] Desrues, J., Argilaga, A., Caillerie, D., Combe, G., Nguyen, T. K., Richefeu, V., Dal Pont, S. (2019). [From discrete to continuum modelling of boundary value problems in geomechanics: An integrated FEM-DEM approach](#). *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 43(5):919–955.

- [15] Kruyt, N. P., Rothenburg, L. (2001). [Statistics of the elastic behaviour of granular materials](#). *International Journal of Solids and Structures*, 38(28-29):4879–4899.
- [16] Armand, G., Noiret, A., Zghondi, J., Seyedi, D. M. (2013). [Short-and long-term behaviors of drifts in the Callovo-Oxfordian claystone at the Meuse/Haute-Marne Underground Research Laboratory](#). *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 5(3):221–230.
- [17] Andra, D. (2005). *Evaluation of the feasibility of a geological repository in an argillaceous formation*. Andra, Chatenay-Malabry, France.
- [18] Desrues, J., Viggiani, G. (2004). [Strain localization in sand: an overview of the experimental results obtained in Grenoble using stereophotogrammetry](#). *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(4):279–321.
- [19] Desrues, J., Lanier, J., Stutz, P. (1985). [Localization of the deformation in tests on sand sample](#). *Engineering Fracture Mechanics*, 21(4):909–921.
- [20] Bésuelle, P., Viggiani, G., Lenoir, N., Desrues, J., Bornert, M. (2006). X-ray micro CT for studying strain localization in clay rocks under triaxial compression. *Advances in X-ray Tomography for Geomaterials*, 118.
- [21] Bésuelle, P., Hall, S. A. (2011). [Characterization of the strain localization in a porous rock in plane strain condition using a new true-triaxial apparatus](#). *Advances in Bifurcation and Degradation in Geomaterials*, Springer, 345–352.
- [22] Bésuelle, P., Lanatà, P., Desrues, J., Salager, S. (2016). *Analyse de la rupture et de l'anisotropie de l'argilite développements récents*. Andra Internal Report.