

BÙ VÊNH CO NGẮN TRONG THI CÔNG NHÀ CAO TẦNG BTCT BẰNG PHƯƠNG PHÁP BÙ CO DI CHUYỂN TỐI ƯU

Nguyễn Đức Xuân^{a,*}, Phạm Hoàng Anh^b, Hồ Ngọc Khoa^b

^aKhoa Xây dựng, Trường Đại học Vinh, 182 đường Lê Duẩn, thành phố Vinh, tỉnh Nghệ An, Việt Nam

^bKhoa Xây dựng dân dụng và công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng,
55 đường Giải Phóng, quận Hai Bà Trưng, Hà Nội, Việt Nam

Nhận ngày 03/10/2019, Sửa xong 25/11/2019, Chấp nhận đăng 03/08/2020

Tóm tắt

Bài báo này trình bày một phương pháp bù co tối ưu để giảm thiểu sự vênh co giữa các cấu kiện thẳng đứng trong nhà cao tầng. Phương án bù co tối ưu theo từng nhóm tầng được xác định thông qua việc giải tuần tự một chuỗi các bài toán tối ưu. Phương pháp đề xuất có tên gọi là Bù co di chuyển tối ưu được áp dụng để tính toán bù co cho công trình Tòa nhà Lotte Center tại Hà Nội. Các kết quả của phương pháp này được so sánh với kết quả tính toán theo hai phương pháp khác bao gồm phương pháp Bù co gộp nhóm đều và phương pháp Bù co gộp nhóm di chuyển. Kết quả phân tích cho thấy, phương pháp đề xuất có thể cho ra số nhóm bù co ít hơn so với hai phương pháp còn lại.

Từ khoá: nhà cao tầng; co ngắn cột; bù vênh co; tối ưu hóa; bù co di chuyển tối ưu.

COMPENSATION OF DIFFERENTIAL SHORTENING IN TALL RC BUILDINGS BY MOVING OPTIMAL COMPENSATION METHOD

Abstract

This paper presents an optimal compensation approach for reducing the differential axial shortening in tall buildings. The optimal compensation solution is determined by solving a sequence of small optimization problems. The proposed method, named Moving optimal compensation is applied for the compensation of the Lotte Center Hanoi tower. The performance of the proposed method is compared with those of two existing methods, including the Uniform lumped compensation and the Moving average correction methods. The obtained results show that the proposed method can derive a smaller number of compensation groups than the others do.

Keywords: tall buildings; differential shortening; compensation; optimization; moving optimal compensation.

[https://doi.org/10.31814/stce.nuce2020-14\(5V\)-06](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2020-14(5V)-06) © 2020 Trường Đại học Xây dựng (NUCE)

1. Giới thiệu

Hiện tượng co ngắn dọc trục xảy ra trong các cấu kiện thẳng đứng như cột, tường và vách (gọi chung là co ngắn cột) của nhà cao tầng do các cấu kiện này chịu tải trọng lớn từ các tầng truyền xuống. Đối với công trình nhà cao tầng bê tông cốt thép (BTCT), ngoài thành phần co ngắn đàn hồi do tải trọng đứng, còn có thêm các thành phần co ngắn do biến dạng co ngót và biến dạng từ biến của bê tông. Các thành phần này rất phức tạp và phụ thuộc nhiều yếu tố (lịch sử chất tải, độ ẩm môi trường, tiến độ thi công, tỷ lệ khối tích trên diện tích bề mặt của cấu kiện v.v. . .). Do đó, co ngắn cột là một đại lượng phụ thuộc thời gian và là một thách thức hiện hữu trong các tòa nhà cao tầng BTCT [1]. Đặc biệt, thường xuất hiện sự vênh co (sai khác về giá trị co ngắn của các cấu kiện trong một tầng)

*Tác giả đại diện. Địa chỉ e-mail: ducxuandhv@gmail.com (Xuân, N. Đ.)

docó sự khác nhau về ứng suất hoặc các thông số thiết kế như tiết diện cầu kiện, hàm lượng cốt thép dọc Vành co là một trong những nguyên nhân gây ra sự phân phối lại tải trọng giữa các cầu kiện thẳng đứng và phát sinh nội lực phụ cho các cầu kiện nằm ngang. Bên cạnh đó, vành co ngắn còn ảnh hưởng bất lợi đến các bộ phận phi kết cấu như vách tường ngăn, kính và hệ thống kỹ thuật như ống nước, thang máy ... Vì vậy việc kiểm soát co ngắn cột/vành co là vấn đề rất được quan tâm khi thiết kế các tòa nhà cao tầng [2].

Trên thế giới đã có các nghiên cứu nhằm giảm thiểu độ vênh co ngắn giữa các cầu kiện thẳng đứng. Ví dụ, Kim và các cộng sự đã đề xuất sử dụng hệ dầm chìa (outrigger) giúp phân phối ứng suất nén đồng đều trong các cầu kiện thẳng đứng và tăng độ cứng của các cầu kiện nằm ngang [3, 4]; nhóm tác giả trên cũng đưa ra giải pháp tăng độ cứng dọc trục cho các cầu kiện được dự đoán sẽ có co ngắn lớn bằng cách bổ sung thêm cốt thép [5]. Tuy nhiên, các biện pháp này trong giai đoạn thiết kế khó đảm bảo vành co ngắn được kiểm soát một cách đầy đủ, đồng thời thường làm phát sinh chi phí tương đối lớn.

Một giải pháp hiệu quả để giảm thiểu sự vênh co được áp dụng trong giai đoạn thi công là bù lại phần chiều dài của các cột bị thay đổi do co ngắn. Tuy nhiên, việc bù co như vậy sẽ rất phức tạp cho việc thi công (thay đổi hệ thống cốp pha cột, kiểm soát chất lượng) Trên thực tế để đơn giản trong thi công bù co, các tầng trong một tòa nhà được gộp thành một số nhóm tầng và các cột trong nhóm sẽ được bù cùng với một giá trị bù co trung bình [6–9]. Khi đó, việc thay đổi hệ cốp pha cột sẽ chỉ cần thực hiện theo từng nhóm tầng thay vì thực hiện cho tất cả các tầng. Tuy nhiên, việc bù co theo nhóm sẽ phát sinh sai số giữa giá trị bù co và độ vênh co thực tế. Các sai số này cần được kiểm soát theo tầng và/hoặc theo các nhóm tầng [6, 9, 10]. Để đơn giản cho quá trình thi công bù co và kiểm soát chất lượng thì cần giảm số lượng các nhóm tầng bù co.

Trong bài báo này, phương pháp “Bù co di chuyển tối ưu” (Moving optimal compensation) được trình bày. Mục tiêu là xác định số lượng nhóm gộp tối thiểu và giá trị bù co tối ưu cho mỗi nhóm. Phương pháp này được áp dụng để tính toán bù vênh co ngắn cho các cầu kiện thẳng đứng trong tòa nhà Lotte Center Hanoi. Kết quả của phương pháp này được so sánh với kết quả tính theo hai phương pháp khác là Bù co gộp nhóm đều và Bù co gộp nhóm di chuyển (Moving average correction method) trình bày trong tài liệu [9].

2. Một số phương pháp bù vênh co

2.1. Bù co gộp nhóm đều

Trong phương pháp này, các tầng của tòa nhà được chia thành một số nhóm có số tầng trong mỗi nhóm là như nhau. Các tầng trong một nhóm được bù co với giá trị điều chỉnh trung bình bằng tổng giá trị vênh co của cả nhóm chia cho số tầng trong nhóm. Do đó, chiều dài của cầu kiện thẳng đứng được tăng thêm ở mỗi tầng theo giá trị hiệu chỉnh trung bình của nhóm. Phương pháp này có ưu điểm là tính toán đơn giản. Tuy nhiên, số lượng nhóm gộp có thể nhiều dẫn đến phức tạp trong thi công.

2.2. Bù co gộp nhóm di chuyển

Phương pháp bù co gộp nhóm di chuyển [9] cũng dựa trên phương pháp gộp nhóm, với giá trị bù co trung bình cho từng tầng trong mỗi nhóm. Khác với phương pháp bù co gộp nhóm đều, trong phương pháp này, số lượng tầng trong mỗi nhóm có thể khác nhau. Trong mỗi nhóm, số tầng được thử tăng dần cho đến khi nào điều kiện khống chế về sai số giữa giá trị vênh co dự báo và giá trị bù co thực tế của cả nhóm tầng không còn thỏa mãn. Khi đã xác định được số tầng tối đa trong một nhóm, thuật toán “di chuyển” lên nhóm tầng tiếp theo bên trên.

Phương pháp này thường cho kết quả số nhóm ít hơn phương pháp gộp nhóm đều, đồng thời việc tính toán cũng khá đơn giản. Mặc dù vậy, số nhóm gộp thu được chưa hẳn đã là tối ưu (nhỏ nhất).

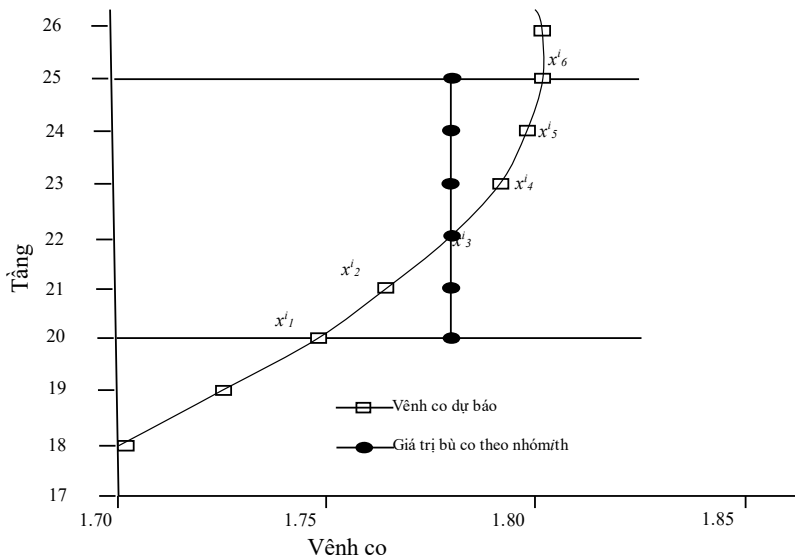
2.3. Bù co gộp nhóm tối ưu

Trong phương pháp bù co gộp nhóm tối ưu [6], số lượng nhóm tầng trong một tòa nhà được giảm tối thiểu nhằm đơn giản công tác bù co trong quá trình thi công. Bên cạnh đó, bằng việc đưa vào các ràng buộc về độ lớn của sai số bù co tại mỗi tầng và trong nhóm tầng, giá trị vênh co sẽ được kiểm soát. Bài toán bù co được thiết lập dưới dạng một bài toán tối ưu có ràng buộc với các biến thiết kế là số lượng nhóm gộp, số tầng trong mỗi nhóm, và giá trị bù co trung bình cho từng nhóm. Có thể thấy đây là một bài toán tối ưu hóa khá phức tạp với số biến thiết kế không cố định. Trong [6], phương pháp bù co tối ưu được áp dụng cho một công trình 70 tầng sử dụng thuật toán mô phỏng luyện kim (Simulated annealing algorithm) để giải bài toán tối ưu.

3. Phương pháp bù co di chuyển tối ưu

Trên cơ sở phân tích các ưu/nhược điểm của một số phương pháp bù co như ở mục 2, Nguyen và Pham [11] đã đề xuất một phương pháp bù co mới có tên gọi Bù co di chuyển tối ưu (Moving optimal compensation). Mục tiêu là tìm ra số nhóm gộp tối thiểu và giá trị bù co tối ưu cho từng nhóm, đồng thời sai số bù co được khống chế trong giới hạn cho phép. Ngoài ra, phương pháp đề xuất cũng yêu cầu khối lượng tính toán nhỏ.

Phương pháp bù co di chuyển tối ưu tương tự như phương pháp bù co gộp nhóm di chuyển được đề xuất bởi Park và cs. [9]. Các tầng trong một tòa nhà được chia thành các nhóm tầng và các tầng trong mỗi nhóm sử dụng cùng một giá trị hiệu chỉnh như được mô tả trong Hình 1. Trên Hình 1, x_j^i là giá trị vênh co dự báo của cấu kiện thẳng đứng tầng thứ j trong nhóm thứ i .



Hình 1. Minh họa phương pháp bù co gộp nhóm di chuyển [9]

Để đơn giản hóa công tác bù co trong quá trình thi công xây dựng thực tế, số lượng các nhóm gộp cần giảm thiểu, đồng nghĩa tăng tối đa số lượng tầng, N_i , trong mỗi nhóm. Mặt khác, sẽ có sai số giữa

giá trị bù co thực tế và giá trị vênh co dự báo. Giá trị hiệu chỉnh vênh co tại các tầng thuộc nhóm i , δ_i , cần được chọn sao cho sai số tích lũy giữa các giá trị vênh co và giá trị hiệu chỉnh là nhỏ nhất. Trên cơ sở đó, hàm mục tiêu cho bài toán bù co tối ưu của nhóm thứ i được thiết lập theo công thức sau:

$$\min f(N_i, \delta_i) = -N_i + w \times \left| \sum_{k=1}^{i-1} \varepsilon_k + \sum_{j=1}^{N_i} (x_j^i - \delta_i) \right| \quad (1)$$

$$\varepsilon_k = \sum_{j=1}^{N_k} (x_j^k - \delta_k), k = 1, \dots, i-1 \quad (2)$$

trong đó, $w \geq 1$ là một trọng số; ε_k là tổng sai số giữa giá trị bù co và giá trị dự đoán vênh co của nhóm thứ k . Giá trị của trọng số w được chọn nhằm đảm bảo tương quan về trị số giữa hai số hạng trong hàm mục tiêu (ví dụ nếu đơn vị vênh co được lấy là mm, w có thể chọn bằng 1; còn nếu đơn vị dùng là m, khi đó sai số tích lũy sẽ có trị số rất nhỏ so với N_i nên ta cần chọn giá trị w đủ lớn).

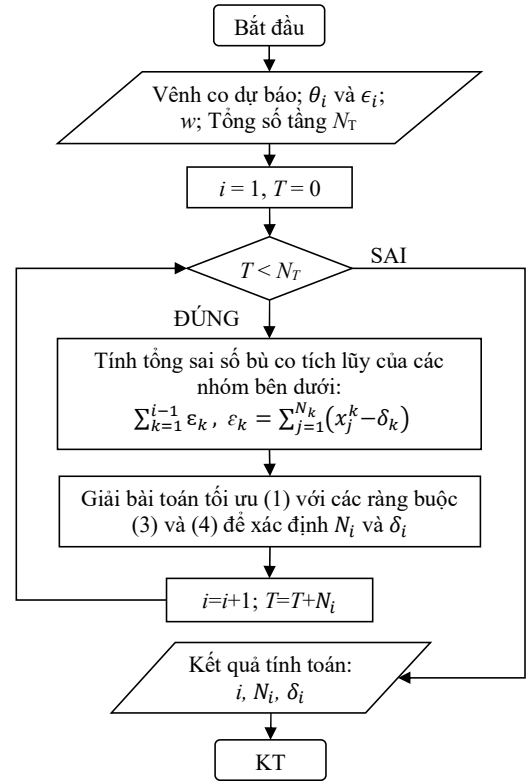
Để hạn chế độ nghiêng của sàn do sự thay đổi không đều của độ dài các cầu kiện thẳng đứng, sai số tại mỗi mức sàn phải nằm trong giới hạn cho phép, θ_i [6]. Ngoài ra, sai số tích lũy tính đến từng sàn, d_j^i , được giới hạn bởi giá trị ξ_i . Các điều kiện ràng buộc này được viết dưới dạng như sau [9]:

$$|x_j^i - \delta_i| \leq \theta_i \quad (3)$$

$$d_j^i = \left| \sum_{k=1}^{i-1} \varepsilon_k + \sum_{l=1}^j (x_l^i - \delta_i) \right| \leq \xi_i \quad (4)$$

Số tầng tối ưu N_i cùng với giá trị hiệu chỉnh δ_i cho nhóm thứ i được xác định thông qua giải bài toán tối ưu hóa (1) với điều kiện ràng buộc (3) và (4). Phương pháp bù co ngấn di chuyển tối ưu được minh họa theo sơ đồ ở Hình 2.

Việc xác định phương án bù co được thực hiện thông qua giải tuần tự một chuỗi các bài toán tối ưu với hai ẩn số là số tầng trong nhóm N_i và giá trị bù co δ_i áp dụng cho tất cả các tầng trong nhóm. Như vậy, việc giải bài toán tối ưu sẽ khá đơn giản và có thể thực hiện bằng các thuật toán tối ưu thông dụng hiện nay. Trong nghiên cứu này, thuật toán tiến hóa vi phân [12] kết hợp với quy tắc xử lý ràng buộc Deb [13] được áp dụng trong ví dụ minh họa được trình bày ở phần tiếp theo.



Hình 2. Sơ đồ thuật toán của phương pháp bù co di chuyển tối ưu

4. Áp dụng cho công trình Lotte Center Hanoi

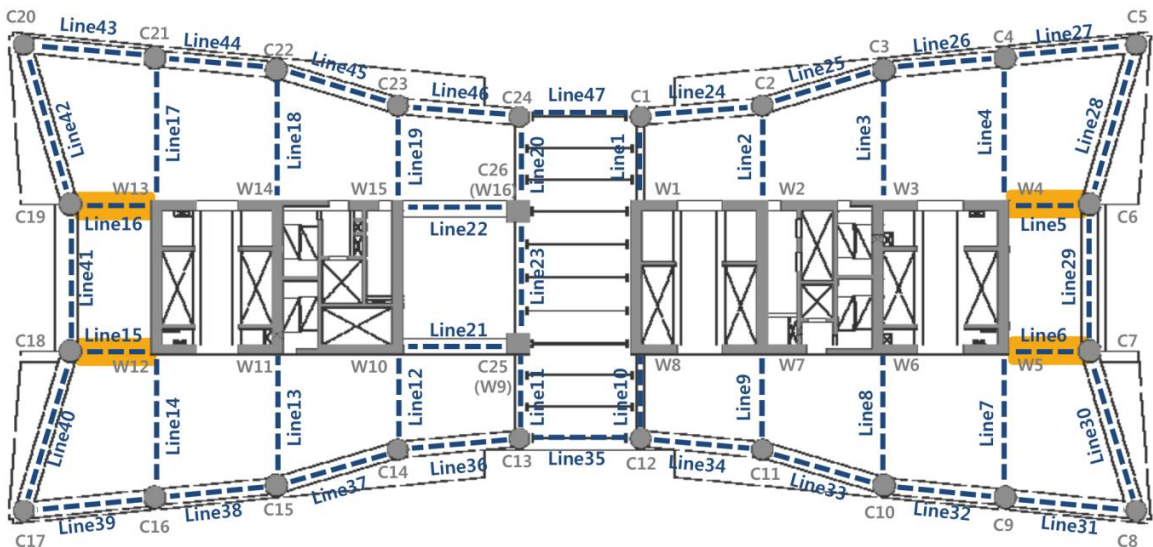
Lotte Center Hanoi là dự án của Tập đoàn Lotte (Hàn Quốc) tọa lạc trên khu đất tại quận Ba Đình, Hà Nội với hai mặt đường Liễu Giai và Đào Tấn. Đây là một trong những tòa nhà cao nhất Việt Nam

hiện nay, chiều cao 285,25 m, gồm 67 tầng nổi và 5 tầng hầm với công năng là nhà ở cao cấp, văn phòng, khách sạn 5 sao, trung tâm mua sắm, rạp chiếu phim. Hệ kết cấu của tòa nhà là khung-dầm-sàn kết hợp với vách lõi trung tâm BTCT, được thi công bằng các công nghệ tiên tiến [14]. Tòa nhà đã khánh thành và đưa vào sử dụng.

Theo số liệu phân tích kết cấu [15], giữa các cột và lõi của tòa nhà có độ vênh co vượt giới hạn cho phép tại một số vị trí. Do đó, yêu cầu bù co cho các cột đã được đặt ra. Giải pháp bù co cho tòa nhà là bù co gộp nhóm tại vị trí một số tầng. Đây là giải pháp đơn giản và đã đưa vào triển khai trong quá trình thi công tòa nhà. Tuy nhiên, giải pháp này chưa phải là giải pháp tối ưu.

Trong nghiên cứu này, phương pháp bù co di chuyển tối ưu được áp dụng để tìm giải pháp bù vênh co tối ưu cho công trình. Do hạn chế về số trang báo, nghiên cứu chỉ xét một vị trí có giá trị vênh co lớn giữa cột và lõi. Hình 3 mô tả mặt bằng tầng điển hình của công trình. Vị trí được lấy làm ví dụ tính toán là tuyến cột-vách số 15 (Line15). Để thấy rõ hiệu quả của phương pháp đề xuất, hai phương pháp bù co khác bao gồm bù co gộp nhóm đều và bù co gộp nhóm di chuyển cũng được dùng để tính toán bù vênh co cho công trình và các kết quả được so sánh với kết quả tối ưu. Các số liệu vênh co được lấy theo báo cáo phân tích của đơn vị tư vấn trong tài liệu [15] và được thể hiện trong Bảng 1.

= Vượt quá giới hạn

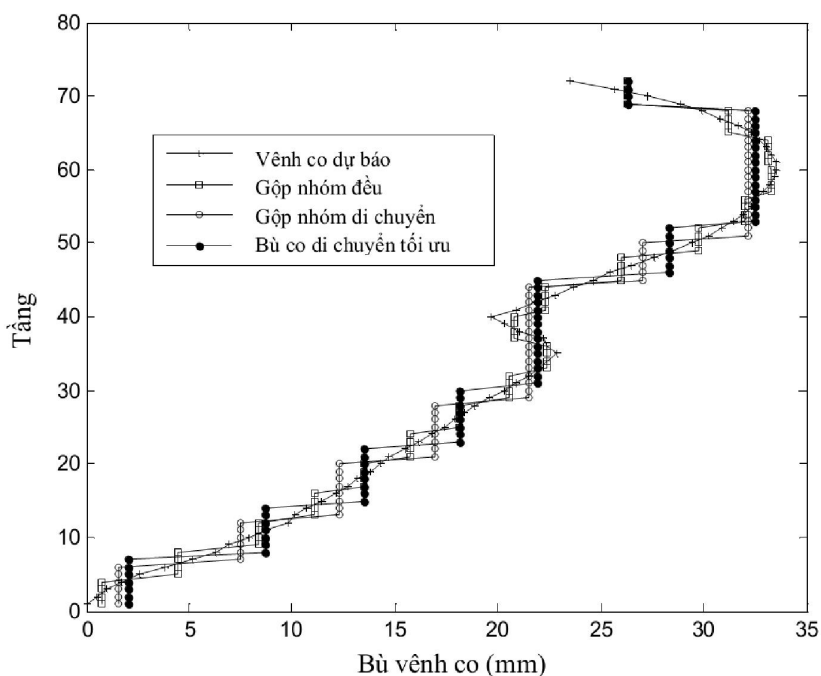


Hình 3. Mặt bằng tầng điển hình tòa nhà Lotte và vị trí có vênh co vượt giới hạn [15]

Theo yêu cầu, giá trị vênh co cho phép giữa cột biên và lõi không được vượt quá giới hạn $L/240$ (khoảng 20 mm) [15]. Tuy nhiên, để khảo sát hiệu quả của phương pháp đề xuất, các giá trị sai số cho phép θ_i và ξ_i bằng 5 mm, 10 mm và 20 mm sẽ được sử dụng. Kết quả phân tích được thể hiện trên các hình từ Hình 4 đến Hình 9 và các bảng từ Bảng 2 đến Bảng 4. Hình 4, 6 và 8 so sánh đường cong bù vênh co của các phương pháp khác nhau, bao gồm bù co gộp nhóm đều (“Gộp nhóm đều”), bù co gộp nhóm di chuyển (“Gộp nhóm di chuyển”) và bù co di chuyển tối ưu (“Bù co di chuyển tối ưu”), tương ứng với giá trị sai số cho phép bằng 5 mm, 10 mm và 20 mm. Sai số bù co tích lũy tại các mức tầng, d_j^i , được biểu diễn tương ứng trên Hình 5, 7 và 9. Các giá trị hiệu chỉnh cho mỗi nhóm bù co, δ_i , xác định theo ba phương pháp được thể hiện trong Bảng 2, 3 và 4 tương ứng với giá trị sai số cho phép 5 mm, 10 mm và 20 mm.

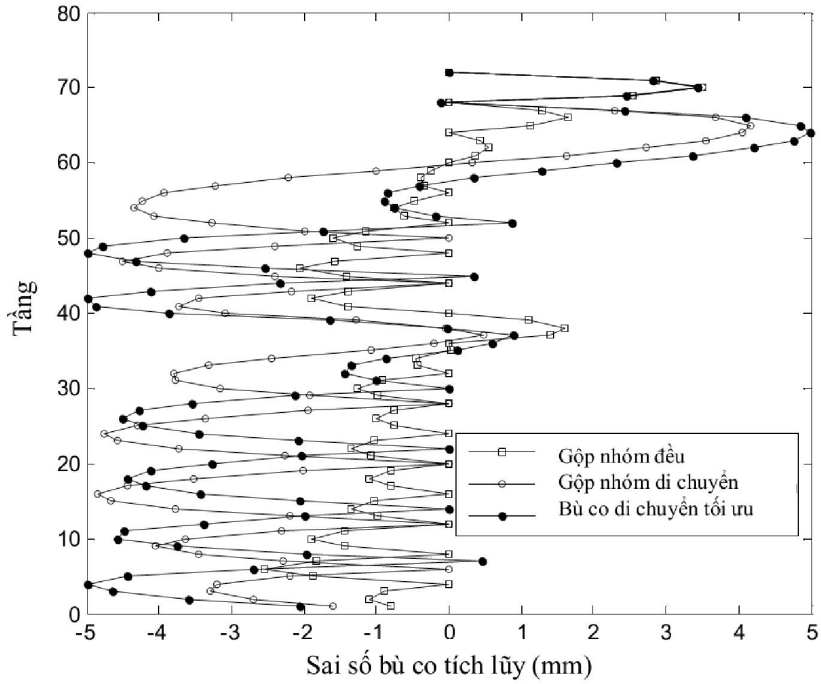
Bảng 1. Vênh co dự báo tại tuyến cột-vách số 15 của tòa nhà Lotte Center Hanoi

Tầng	Vênh co (mm)	Tầng	Vênh co (mm)	Tầng	Vênh co (mm)	Tầng	Vênh co (mm)	Tầng	Vênh co (mm)
1	0,0	15	11,4	29	19,6	43	22,8	57	32,9
2	0,5	16	12,1	30	20,3	44	23,7	58	33,2
3	1,0	17	12,7	31	20,9	45	24,6	59	33,4
4	1,7	18	13,2	32	21,5	46	25,4	60	33,5
5	2,6	19	13,8	33	22,0	47	26,5	61	33,5
6	3,8	20	14,3	34	22,4	48	27,6	62	33,3
7	5,2	21	14,7	35	22,9	49	28,5	63	33,0
8	6,3	22	15,5	36	22,4	50	29,4	64	32,7
9	6,9	23	16,1	37	22,2	51	30,2	65	32,3
10	7,9	24	16,8	38	21,0	52	30,9	66	31,7
11	8,8	25	17,4	39	20,3	53	31,4	67	30,8
12	9,8	26	17,9	40	19,7	54	31,9	68	29,9
13	10,1	27	18,4	41	20,9	55	32,3	69	28,9
14	10,7	28	18,9	42	21,8	56	32,5	70	27,3

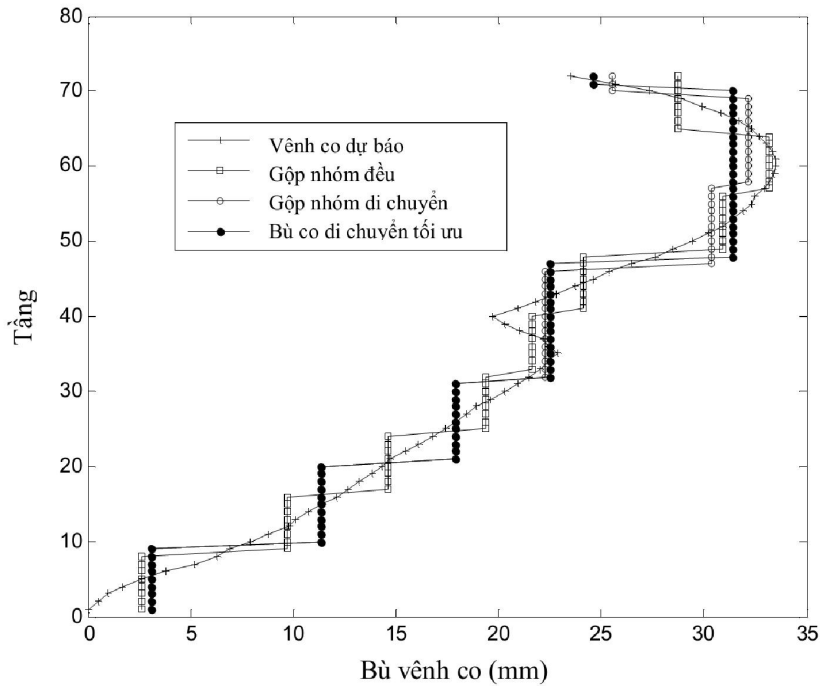


Hình 4. So sánh đường bù co của ba phương pháp ứng với giới hạn vênh co 5 mm

Từ các kết quả thu được, có thể thấy rằng các đường cong bù co thu được từ ba phương pháp đều có xu hướng bám theo đường cong vênh co (đường “Vênh co dự báo”), đồng thời giá trị sai số bù co luôn được kiểm soát trong giới hạn cho phép. Trong ba trường hợp khảo sát, trường hợp khi đặt giới hạn bù co bằng 10 mm, phương pháp bù co di chuyển tối ưu cho số nhóm bù co là nhỏ nhất (6 nhóm),

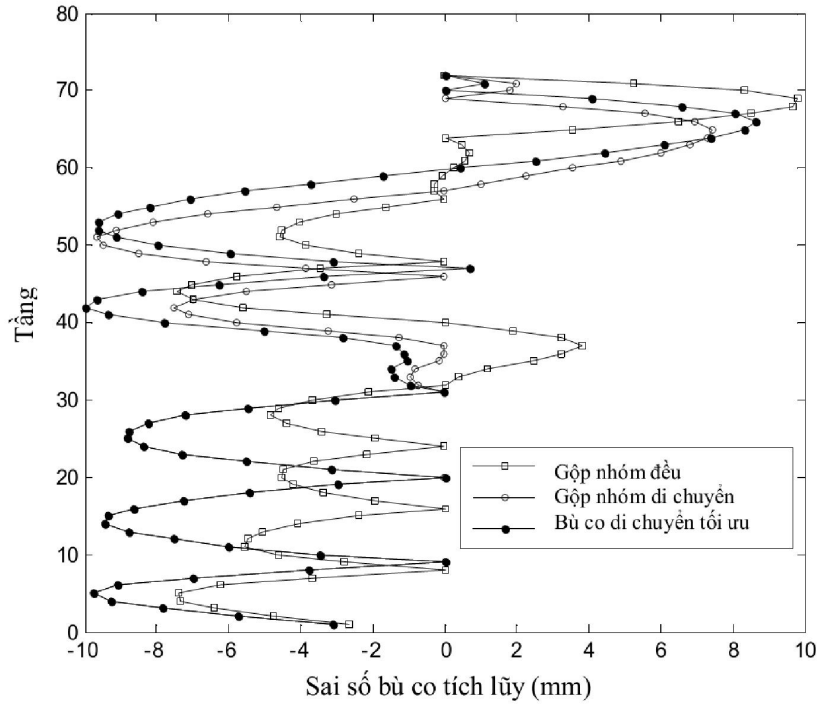


Hình 5. Sai số bù co tích lũy d_j^i ứng với giới hạn vênh co 5 mm

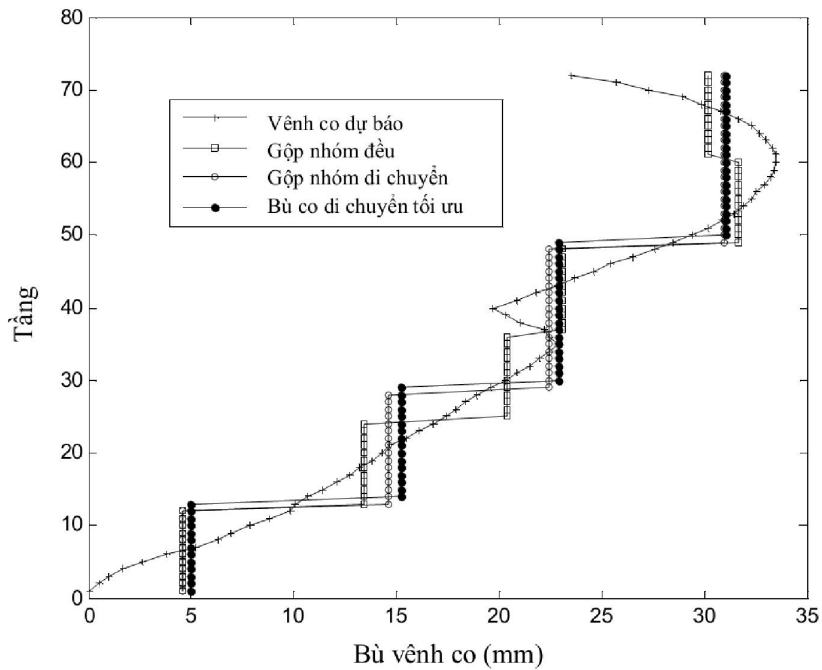


Hình 6. So sánh đường bù co của ba phương pháp ứng với giới hạn vênh co 10 mm

trong khi phương pháp bù co gộp nhóm di chuyển có số nhóm là 7. Đối với hai trường hợp còn lại, cả hai phương pháp bù co gộp nhóm di chuyển và bù co di chuyển tối ưu đều cho ra số nhóm bù co như

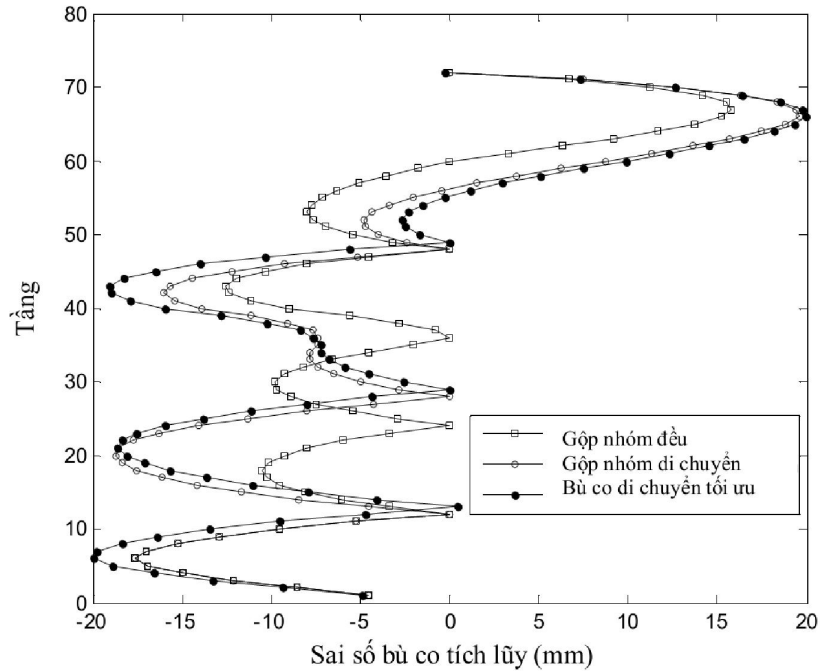


Hình 7. Sai số bù co tích lũy d_j^i ứng với giới hạn vênh co 10 mm



Hình 8. So sánh đường bù co của ba phương pháp ứng với giới hạn vênh co 20 mm

nhau (8 nhóm ứng với giới hạn 5 mm và 4 nhóm ứng với giới hạn 20 mm). Phương pháp bù co gộp nhóm đều luôn có số nhóm gộp lớn hơn so với hai phương pháp còn lại.



Hình 9. Sai số bù co tích lũy d_j^i ứng với giới hạn vênh co 20 mm

Bảng 2. So sánh các phương pháp bù co tương ứng giới hạn vênh co bằng 5 mm

Gộp nhóm đều			Gộp nhóm di chuyển			Bù co di chuyển tối ưu		
i	N_i	δ_i (mm)	i	N_i	δ_i (mm)	i	N_i	δ_i (mm)
1	4	0,8	1	6	1,6	1	7	2,1
2	4	4,5	2	6	7,5	2	7	8,7
3	4	8,4	3	8	12,3	3	8	13,5
4	4	11,1	4	8	17,0	4	8	18,2
5	4	13,5	5	16	21,5	5	15	21,9
6	4	15,8	6	6	27,0	6	7	28,3
7	4	18,2	7	18	32,2	7	16	32,5
8	4	20,6	8	4	26,4	8	4	26,3
9	4	22,4						
10	4	20,8						
11	4	22,3						
12	4	26,0						
13	4	29,8						
14	4	32,0						
15	4	33,3						
16	4	33,1						
17	4	31,2						
18	4	26,4						

Bảng 3. So sánh các phương pháp bù co tương ứng giới hạn vênh co bằng 10 mm

Gộp nhóm đều			Gộp nhóm di chuyển			Bù co di chuyển tối ưu		
i	N_i	δ_i (mm)	i	N_i	δ_i (mm)	i	N_i	δ_i (mm)
1	8	2,6	1	9	3,1	1	9	3,1
2	8	9,7	2	11	11,3	2	11	11,3
3	8	14,6	3	11	17,9	3	11	17,9
4	8	19,4	4	15	22,2	4	16	22,5
5	8	21,6	5	11	30,4	5	23	31,4
6	8	24,2	6	12	32,2	6	2	24,6
7	8	30,9	7	3	25,5			
8	8	33,2						
9	8	28,8						

Bảng 4. So sánh các phương pháp bù co tương ứng giới hạn vênh co bằng 20mm

Gộp nhóm đều			Gộp nhóm di chuyển			Bù co di chuyển tối ưu		
i	N_i	δ_i (mm)	i	N_i	δ_i (mm)	i	N_i	δ_i (mm)
1	12	4,5	1	12	4,5	1	13	4,9
2	12	13,5	2	16	14,6	2	16	15,2
3	12	20,4	3	20	22,4	3	20	22,9
4	12	23,0	4	24	30,9	4	23	31,1
5	12	31,7						
6	12	30,2						

Một ưu điểm khác của phương pháp đề xuất là có thể cho kết quả tối ưu với chi phí tính toán thấp do bài toán tối ưu được thực hiện theo một chuỗi các bài toán tối ưu hóa nhỏ chỉ có hai biến.

5. Kết luận

Trong bài báo này, phương pháp bù co di chuyển tối ưu được giới thiệu để xác định phương án bù vênh co ngắn các cầu kiện thẳng đứng trong thi công nhà cao tầng BTCT. Theo phương pháp đề xuất, số lượng nhóm bù co, số lượng tầng cùng với giá trị bù co cho mỗi nhóm được xác định bằng việc giải tuần tự một chuỗi các bài toán tối ưu đơn giản, với chi phí tính toán thấp. Thông qua ví dụ áp dụng cho tòa nhà Lotte Center Hanoi cho thấy, phương pháp đề xuất cho phép kiểm soát được độ vênh co giữa các cầu kiện thẳng đứng tại từng mức sàn. Bên cạnh đó, số lượng nhóm gộp bù co được đảm bảo ở mức tối thiểu nhằm đơn giản quá trình thực hiện bù co khi thi công.

Tài liệu tham khảo

- [1] Fintel, M., Ghosh, S. K., Iyengar, H. (1987). *Column shortening in tall structures: prediction and compensation*. Portland Cement Assn.
- [2] Khôi, C. D., Quân, N. H. (2012). Hiện tượng co ngắn cột trong thiết kế nhà cao tầng và siêu cao tầng bê tông cốt thép. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng Hà Nội*, 2.

- [3] Kim, H.-S. (2017). [Effect of outriggers on differential column shortening in tall buildings](#). *International Journal of High-Rise Buildings*, 6(1):91–99.
- [4] Tuấn, L. C., Hưng, T. Q., Vinh, L. C. (2019). [Khảo sát vị trí của hệ outrigger để đạt hiệu quả cao nhất trong việc hạn chế hiệu ứng biến dạng co ngấn không đều của cột nhà cao tầng bê tông cốt thép](#). *Tạp chí Khoa học và Công nghệ - Đại học Đà Nẵng*, 17(1.1):91–95.
- [5] Kim, H.-S. (2015). [Optimum distribution of additional reinforcement to reduce differential column shortening](#). *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 24(10):724–738.
- [6] Park, H. S. (2003). [Optimal compensation of differential column shortening in high-rise buildings](#). *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 12(1):49–66.
- [7] Kim, Y.-M. (2008). Optimal Compensation of Differential Column Shortening in Tall Buildings for Multi Column Groups. *Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea*, 21(2):189–197.
- [8] Kim, Y.-M. (2011). The Optimal Column Grouping Technique for the Compensation of Column Shortening. *Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea*, 24(2):141–148.
- [9] Woo Park, S., Woon Choi, S., Seon Park, H. (2013). [Moving average correction method for compensation of differential column shortenings in high-rise buildings](#). *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 22(9):718–728.
- [10] Park, S.-W., Choi, S.-W., Park, H.-S. (2010). Average Correction for Compensation of Differential Column Shortening in High-rise Buildings. *Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea*, 23(4):395–401.
- [11] Nguyen, D.-X., Pham, H.-A. (2020). [Optimal Compensation of Axial Shortening in Tall Buildings by Differential Evolution](#). *ICSCEA 2019, Lecture Notes in Civil Engineering book series*, Springer, 1137–1144.
- [12] Storn, R., Price, K. (1997). Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11(4):341–359.
- [13] Deb, K. (2000). [An efficient constraint handling method for genetic algorithms](#). *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186(2-4):311–338.
- [14] Khoa, H. N., Tiến, L. Đ. (2015). [Phương án tổ chức thi công kết cấu vách lõi, khung dầm sàn nhà siêu cao tầng tại Việt Nam](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCN XD)-ĐH XD*, 9(1):18–25.
- [15] MIDAS IT (2011). *Lotte Center Hanoi Project: Column Shortening - Report for Preliminary Analysis, Project Plan*.