

ẢNH HƯỞNG CỦA SƯỜN ĐẦU DẦM ĐẾN MÔMEN TỐI HẠN CỦA DẦM CÔNG XÔN TIẾT DIỆN CHỮ I

Bùi Hùng Cường^{a,*}

^a*Khoa Xây dựng dân dụng và Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng,
số 55 đường Giải Phóng, quận Hai Bà Trưng, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 31/08/2019, Sửa xong 09/09/2019, Chấp nhận đăng 10/09/2019

Tóm tắt

Bài báo sử dụng phần tử hữu hạn dạng vỏ trong SAP2000 để khảo sát ảnh hưởng của sườn đầu dầm đến ổn định tổng thể của dầm công xôn tiết diện chữ I có hai trục đối xứng. Độ cứng của sườn đầu dầm ngăn cản vênh tự do của các bản cánh của dầm công xôn, do đó làm giảm chiều dài tính toán khi xoắn kiểm chế của dầm công xôn. Bài báo thực hiện nghiên cứu tham số đối với nhiều dầm công xôn chịu uốn đều nhằm đề xuất một công thức gần đúng xác định chiều dài tính toán khi xoắn kiểm chế, công thức gần đúng này phụ thuộc vào tỷ số độ cứng của sườn đầu dầm và độ cứng chống xoắn kiểm chế của dầm công xôn. So sánh giữa công thức đề xuất và các công thức gần đúng của các tác giả khác cho thấy sự phù hợp hơn của nghiên cứu với kết quả số phân tích từ SAP2000. Các ví dụ được thực hiện đối với dầm công xôn chịu uốn đều nhằm chứng minh sự tin cậy của công thức đề xuất và nêu bật ảnh hưởng của sườn đầu dầm đến việc tăng khả năng ổn định của dầm công xôn.

Từ khoá: ổn định dầm; ổn định tổng thể dầm công xôn; ổn định xoắn-uốn; chiều dài tính toán đối với xoắn; sườn đầu dầm.

EFFECT OF END-PLATE ON CRITICAL MOMENT OF I-SECTION CANTILEVERS

Abstract

The article uses shell finite elements of SAP2000 investigating effects of end-plate on the lateral buckling of doubly symmetrical I-section cantilever. The stiffness of end-plate prevents the free warping of flanges; hence it decreases the warping effective length of the cantilever. A parametric study is performed for cantilevers under uniform bending to propose an approximative formula for the determination of the warping effective length factor which depends on the ratio between the stiffness of end-plate and the warping stiffness of the cantilever. The comparison between the proposed formula and other approximative proposals shows a better agreement of the present study with numerical results of SAP2000. Numerical applications are realized for cantilevers under uniform bending to demonstrate the reliability of the proposed formula and highlight the effects of end-plate on the enhancement of the global stability of cantilevers.

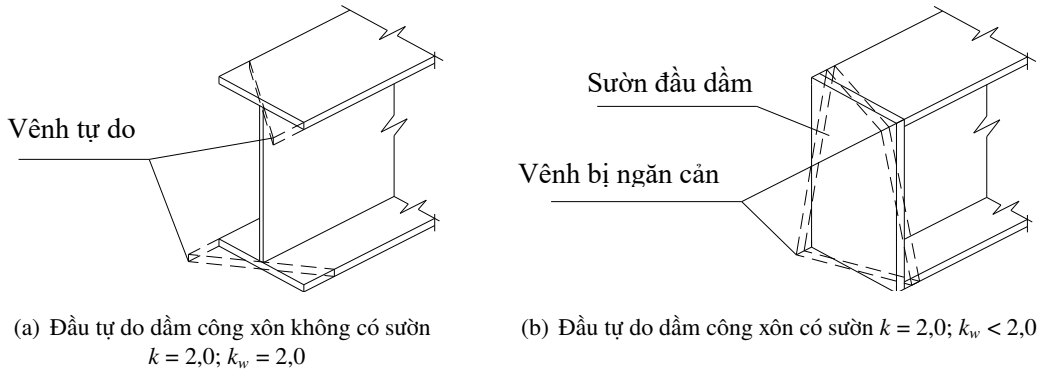
Keywords: buckling of beam; lateral buckling of cantilever; flexural-torsional buckling; warping effective length; warping effective length factor; end-plate.

[https://doi.org/10.31814/stce.nuce2019-13\(5V\)-03](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2019-13(5V)-03) © 2019 Trường Đại học Xây dựng (NUCE)

1. Đặt vấn đề

Trong bài toán ổn định tổng thể, dầm công xôn có một đầu liên kết ngàm và một đầu tự do đối với cả uốn và xoắn. Các hệ số chiều dài tính toán đối với uốn và xoắn của dầm có giá trị bằng 2, $k = k_w = 2,0$. Riêng đối với xoắn, điều kiện biên tự do đạt được khi góc xoắn đầu dầm không bị ngăn cản và tiết diện đầu dầm được vênh tự do như Hình 1(a).

*Tác giả chính. Địa chỉ e-mail: cuongbh@nuce.edu.vn (Cường, B. H.)



Hình 1. Vành ở đầu tự do dầm công xôn

Xét dầm công xôn có sườn đầu dầm được bố trí hàn chặt vào đầu dầm. Khi cánh dầm bị vành làm cho sườn đầu dầm bị biến dạng và độ cứng chống lại biến dạng của sườn ngăn cản sự vành của cánh dầm, hiện tượng này được gọi là xoắn kèm chế (Hình 1b). Như vậy, điều kiện biên đối với xoắn thay đổi, tiết diện đầu dầm không còn vành tự do vì vậy hệ số chiều dài tính toán đối với xoắn của dầm nhỏ hơn 2,0, $k_w < 2,0$.

Đối với dầm đơn giản, đã có một số tác giả nghiên cứu về vấn đề này. Takabatake [1, 2] phát triển một lý thuyết ổn định tổng thể dầm có sườn ngang gia cường dọc chiều dài dầm với giả thiết sườn ngang không ngăn cản biến dạng vành. Rõ ràng giả thiết này không phản ánh sự làm việc của sườn đầu dầm như thể hiện trên Hình 1(b). Cũng như Takabatake, Amara và cs. [3] chỉ chú ý đến độ cứng chống xoắn thuần túy mà bỏ qua khả năng ngăn cản biến dạng vành của sườn đầu dầm. Lindner và Gietzelt [4], Trahair [5], Pi và Trahair [6] đã đề xuất các công thức gần đúng để xác định hệ số chiều dài tính toán đối với xoắn k_w . Đối với dầm công xôn, Hassanien và cs. [7] sử dụng phương pháp hồi quy tuyến tính phân tích các kết quả tính toán từ phương pháp phần tử hữu hạn để thiết lập công thức dạng số mũ tính trực tiếp mô men tới hạn kể đến ảnh hưởng của sườn ngang. Tuy nhiên, công thức của Hassanien không nêu được bản chất của việc tăng mô men tới hạn là do sườn ngang ngăn cản biến dạng vành của tiết diện thông qua giảm hệ số chiều dài tính toán khi xoắn k_w .

Bài báo đặt vấn đề khảo sát ảnh hưởng của độ cứng của sườn đầu dầm đến hệ số chiều dài tính toán đối với xoắn, k_w của dầm công xôn. Mômen tới hạn được tính toán bằng phần tử hữu hạn dạng vỏ của SAP2000 và công thức của Djalaly [8]. Đầu tiên, mômen tới hạn của dầm đơn giản có sườn đầu dầm được xác định bằng SAP2000, sau đó hệ số k_w trong công thức của Djalaly được thay đổi để cho mômen tới hạn bằng giá trị phân tích ổn định bởi SAP2000. Thay đổi nhiều thông số kích thước hình học của dầm và sườn để tìm ra quan hệ giữa k_w và độ cứng của sườn. Bài báo này là phần tiếp theo của những nghiên cứu về tăng khả năng ổn định của dầm mà không cần sử dụng hệ giằng [9–11].

2. Công thức xác định mômen tới hạn

Nhiều tác giả đã đưa ra công thức để xác định mômen tới hạn của dầm. Tuy nhiên, hầu hết các nghiên cứu đều đưa ra các công thức cho các trường hợp liên kết lý tưởng ở hai đầu dầm: khớp-khớp, ngàm-ngàm, ngàm-khớp, ngàm-tự do. Trong các tác giả, Djalaly [8] đã đưa ra một công thức khá tổng

quát để xác định mômen tới hạn:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_y}{(kL)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_y} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_y}} + (C_2 y_g - C_3 y_j)^2 - (C_2 y_g - C_3 y_j) \right] \quad (1)$$

trong đó L là chiều dài dầm; k và k_w lần lượt là các hệ số chiều dài tính toán đối với uốn và xoắn; C_1, C_2 và C_3 là các hệ số được xác định theo dạng tải trọng và điều kiện biên, đã được lập thành bảng;

$$y_g = y_a - y_s \quad (2)$$

y_a là tung độ của điểm đặt tải trọng trên tiết diện; y_s là tung độ của tâm cắt, M ; y_j được xác định theo công thức sau:

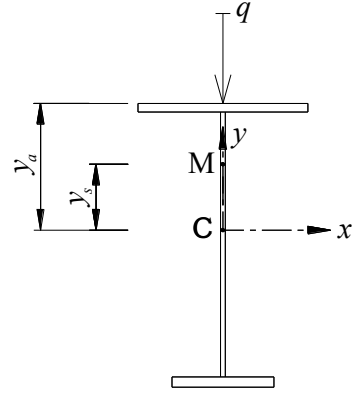
$$y_j = y_s - \frac{1}{2I_x} \int_A y(x^2 + y^2) dA \quad (3)$$

I_x, I_y, I_t và I_w lần lượt là các mômen quán tính quanh trục x và quanh trục y , mômen quán tính xoắn và mômen quán tính quật.

Các tung độ y và các đặc trưng hình học của tiết diện được xác định phù hợp với tiết diện như Hình 2.

Công thức (1) là một trong những công thức được sử dụng nhiều nhất để xác định mômen tới hạn của dầm. Công thức này đã được đưa vào bản dự thảo của tiêu chuẩn châu Âu EC3 [12]. Tiêu chuẩn châu Âu chính thức [13] không cung cấp công thức xác định M_{cr} , công thức xác định M_{cr} sẽ do tiêu chuẩn của từng quốc gia quy định.

Đối với tiết diện chữ I hai trục đối xứng, có: $y_s = 0, y_j = 0$, công thức (1) được rút gọn:



Hình 2. Tiết diện dầm chữ I có một trục đối xứng

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_y}{(kL)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_y} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_y}} + (C_2 y_g)^2 - C_2 y_g \right] \quad (4)$$

Khi tải trọng đặt tại trọng tâm của tiết diện hai trục đối xứng thì $y_g = 0$, do đó:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_y}{(kL)^2} \left(\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_y} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_y}} \right) \quad (5)$$

Đối với dầm công xôn chịu mômen uốn ở đầu tự do: $C_1 = 1,0$; $k = k_w = 2,0$, ta nhận được công thức quen thuộc:

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{(2L)^2} \left(\sqrt{\frac{I_w}{I_y} + \frac{(2L)^2 GI_t}{\pi^2 EI_y}} \right) \quad (6)$$

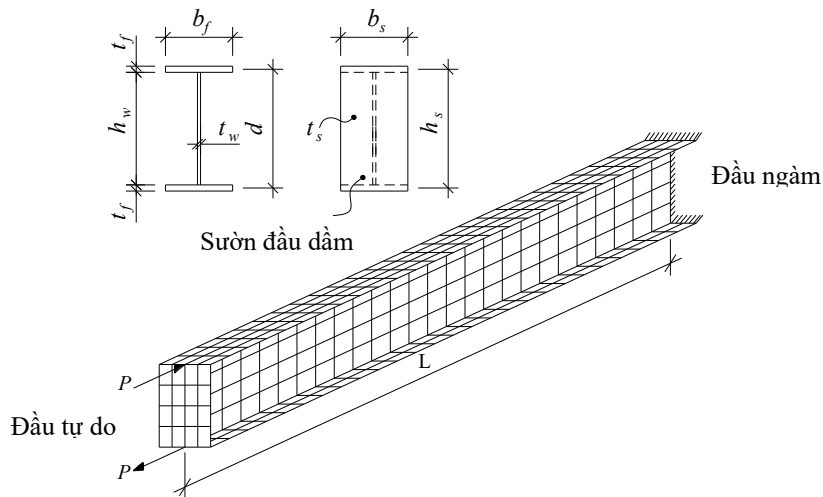
3. Thiết lập công thức xác định hệ số chiều dài tính toán đối với xoắn

Công thức xác định hệ số chiều dài tính toán đối với xoắn của dầm công xôn khi kể đến ảnh hưởng của sườn đầu dầm cần thỏa mãn hai đặc điểm sau:

i) Từ Hình 1(b) ta nhận thấy sườn đầu dầm công xôn ngăn cản vênh tự do của tiết diện đầu dầm do đó hệ số k_w tỷ lệ nghịch với độ cứng của sườn hay là tỷ lệ nghịch với môđun đàn hồi của vật liệu sườn đầu dầm và các kích thước hình học của sườn và tỷ lệ thuận với độ cứng chống vênh đơn vị của dầm công xôn $\frac{EI_w}{L}$.

ii) Theo giải tích, khi dầm công xôn không có sườn đầu dầm thì $k_w = 2,0$ và khi dầm công xôn có tiết diện đầu dầm được ngăn cản vênh hoàn toàn thì $k_w = 1,0$.

Sử dụng phương pháp nghiên cứu tham số để thiết lập công thức tính k_w . Dầm được mô phỏng bằng phần tử hữu hạn dạng vỏ mỏng (shell thin) trong phần mềm SAP2000, mômen ở đầu tự do của dầm công xôn được mô phỏng bằng ngẫu lực và các điều kiện biên cho liên kết ở đầu ngàm của dầm được thể hiện bởi các bậc tự do bị ngăn cản như trên Hình 3. Mô men tới hạn của dầm công xôn có sườn đầu dầm được xác định bằng SAP2000 (sử dụng môđun Buckling), sau đó hệ số chiều dài tính toán khi xoắn k_w trong công thức (5) được điều chỉnh sao cho giá trị mô men tới hạn được tính bằng công thức (5) bằng với kết quả phân tích bởi SAP2000.



Hình 3. Mô phỏng dầm công xôn có sườn đầu dầm chịu mômen uốn đều

Để nghiên cứu tham số, bốn nhóm dầm công xôn được khảo sát với tổng số 420 cấu kiện.

Nhóm dầm đầu tiên có tiết diện, nhịp dầm và kích thước sườn đầu dầm như sau:

$$d \times b_f \times t_f \times t_w = \{200 \times 200 \times 12 \times 8 \quad 200 \times 200 \times 14 \times 8\} \text{ mm};$$

$$L = \{1200 \quad 1500 \quad 2000\} \text{ mm};$$

$$t_s = \{12 \quad 14 \quad 16 \quad 18 \quad 20 \quad 22 \quad 25 \quad 28 \quad 30 \quad 33 \quad 36 \quad 40\} \text{ mm}.$$

Nhóm dầm thứ hai:

$$d \times b_f \times t_f \times t_w = \{400 \times 250 \times 16 \times 10 \quad 400 \times 250 \times 18 \times 10 \quad 400 \times 250 \times 20 \times 10\} \text{ mm};$$

$$L = \{2000 \quad 3000 \quad 4000 \quad 5000\} \text{ mm};$$

$$t_s = \{12 \quad 14 \quad 16 \quad 18 \quad 20 \quad 22 \quad 25 \quad 28 \quad 30 \quad 33 \quad 36 \quad 40 \quad 45 \quad 60\} \text{ mm}.$$

Nhóm dầm thứ ba:

$$d \times b_f \times t_f \times t_w = \{450 \times 250 \times 16 \times 10 \quad 450 \times 250 \times 20 \times 10 \quad 450 \times 250 \times 25 \times 10\} \text{ mm};$$

$L = \{2000 \ 3000 \ 4000 \ 5000\}$ mm;

$t_s = \{12 \ 16 \ 20 \ 25 \ 28 \ 33 \ 40 \ 45 \ 60\}$ mm.

Nhóm dầm thứ tư:

$d \times b_f \times t_f \times t_w = \{1000 \times 400 \times 25 \times 14 \ 1000 \times 200 \times 25 \times 14\}$ mm;

$L = \{5000 \ 8000 \ 10000 \ 15000\}$ mm;

$t_s = \{16 \ 20 \ 25 \ 28 \ 33 \ 40 \ 45 \ 60 \ 80\}$ mm.

Như vậy, tỷ lệ các kích thước chính của dầm công xôn như sau:

$$\frac{d}{b_f} = \{ 1,0 \ 1,6 \ 1,8 \ 2,5 \ 5 \}$$

$$\frac{L}{d} = \{ 4,45 \ 5 \ 6 \ 6,65 \ 7,5 \ 8 \ 8,9 \ 10 \ 11,1 \ 12,5 \ 15 \}$$

$$\frac{L}{b_f} = \{ 6 \ 7,5 \ 8 \ 12 \ 12,5 \ 16 \ 20 \ 25 \ 37,5 \ 40 \ 50 \ 75 \}$$

Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất có chỉnh sửa để thiết lập công thức tính k_w phụ thuộc vào độ cứng của sườn đầu dầm:

$$k_w = \frac{0,024n^2 + 0,24n + 4}{0,024n^2 + 0,24n + 2} \quad (7)$$

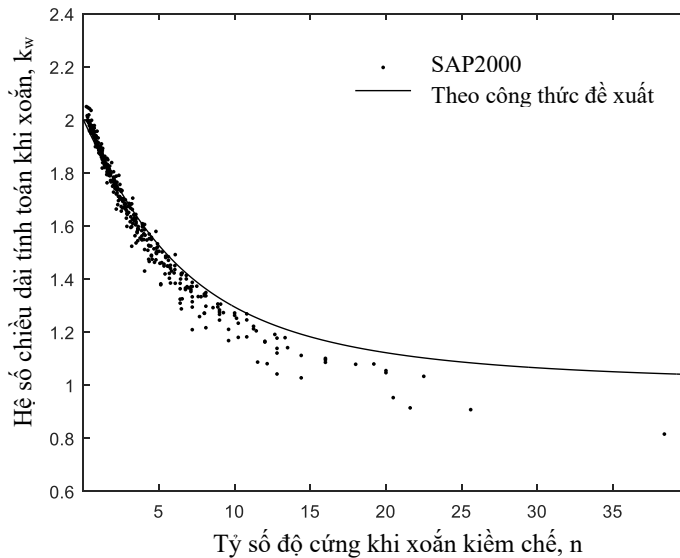
trong đó

$$n = \frac{Et_s^2 b_s^2 h_s}{12 \frac{EI_w}{L}} \quad (8)$$

n được gọi là tỷ số độ cứng khi xoắn kiểm chế, thông thường $n \leq 10$; t_s , b_s và h_s lần lượt là bề dày bề rộng và chiều cao sườn đầu dầm, các kích thước khác xem trên Hình 3. Đối với tiết diện chữ I hai trục

đối xứng có: $I_w = \frac{t_f b_f^3 d^2}{24}$ xét trường hợp phổ biến $h_s = d$ và $b_s = b_f$, khi đó:

$$n = \frac{t_s^2 (2L)}{t_f b_f h_{fk}} \quad (9)$$



Hình 4. So sánh giữa kết quả xác định hệ số k_w bằng SAP2000 và công thức đề xuất

Hình 4 thể hiện tương quan giữa kết quả phân tích bằng SAP2000 và đường cong vẽ từ công thức (7). Khi tỷ số n lớn công thức đề xuất cho giá trị của k_w lớn hơn so với phương pháp phân tích số do ta đã mặc định $k_w = 1,0$ khi tỷ số n tiến ra vô cùng để đúng với quan điểm giải tích trong khi đó kết quả phân tích số cho kết quả nhỏ hơn 1,0.

4. Ví dụ tính toán

Bảng 1 trình bày so sánh kết quả so sánh mô men tối hạn được tính theo công thức (5) với hệ số k_w được tính theo công thức (7) và kết quả phân tích từ SAP2000. Hiệu quả của việc sử dụng sườn đầu dầm được thể hiện ở cột cuối cùng của Bảng 1 qua tỷ số M_{cr}/M_{ocr} , trong đó M_{ocr} là mô men tối hạn của dầm công xôn không có sườn đầu dầm. M_{cr} và M_{ocr} đều được lấy từ cột thứ 6 của Bảng 1.

Bảng 1. Mômen tối hạn của dầm công xôn và hiệu quả khi sử dụng sườn đầu dầm

Tiết diện $d \times b_f \times t_f \times t_w$ (mm)	Nhịp (mm)	Sườn đầu dầm t_s , (mm)	Hassanien và cs. (Tm)	Công thức đề xuất (Tm)	SAP2000 (Tm)	Sai số giữa (5) và (6) (%)	M_{cr}/M_{ocr}
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
200×200×12×8	1500	-	46,31	46,31	43,41	6,68	1,000
		12	49,86	47,96	47,59	0,78	1,096
		16	52,62	49,30	49,11	0,39	1,131
		20	56,05	51,06	51,01	0,10	1,175
		25	61,13	53,80	53,97	-0,31	1,243
		28	64,54	55,66	56,01	-0,62	1,290
		33	70,69	58,95	59,65	-1,17	1,374
		40	80,11	63,48	64,76	-1,98	1,492
400×250×16×10	2000	-	123,33	123,33	118,18	4,36	1,000
		12	131,10	125,40	123,90	1,21	1,048
		16	137,21	127,06	125,86	0,95	1,065
		20	144,88	129,22	128,40	0,64	1,086
		25	156,35	132,67	132,54	0,10	1,122
		33	178,19	139,88	141,61	-1,22	1,198
		40	199,96	147,68	151,66	-2,62	1,283
			(31,8%)				
1000×400×25×14	5000	-	314,73	314,73	304,52	3,35	1,000
		16	328,69	318,49	315,24	1,03	1,035
		20	336,76	320,65	317,41	1,02	1,042
		25	349,26	324,07	321,08	0,93	1,054
		33	374,34	331,25	329,25	0,61	1,081
		40	400,72	339,31	338,98	0,10	1,113
		45	421,71	346,07	347,47	-0,40	1,141
		60	493,16	371,04	379,96	-2,35	1,248
			(29,8%)				

Bảng 1 cũng đưa ra kết quả tính toán bởi các công thức hồi quy tuyến tính của Hassanien và cs. [7] như trình bày dưới đây:

$$M_{cr} = \sqrt{Q_1 + \alpha Q_2}$$

trong đó

$$Q_1 = \frac{\pi^2 EI_y G I_t}{(2L)^2}; \quad Q_2 = \frac{\pi^4 EI_y EI_w}{(2L)^4}; \quad \alpha - 1 = 23,6 f_1^{0,8} f_2 f_3^{0,7}$$

với

$$f_1 = \frac{a}{L}; \quad f_2 = \frac{d}{L}; \quad f_3 = \left(\frac{t_s^3}{b_f^3} \right) \left(\frac{b_f}{t_f} \right) \left(\frac{L}{d} \right)$$

trong đó a là khoảng cách giữa các sườn ngang, trong trường hợp chỉ có sườn đầu dầm thì $a = L$ nên $f_1 = 1,0$.

Từ Bảng 1, nhận thấy:

Về sai số:

i) Công thức hồi quy tuyến tính của Hassanien và cộng sự cho kết quả mô men tới hạn lớn hơn khá nhiều so với SAP2000 và sai số lên đến 31,8% khi bề dày sườn đầu dầm lớn.

ii) Sai số giữa mômen tới hạn của dầm công xôn có sườn đầu dầm tính theo công thức đề xuất và chương trình SAP2000 là chấp nhận được. Sai số $\geq 5\%$ khi dầm công xôn không có sườn đầu dầm, nguyên nhân là công thức (5) được xây dựng dựa trên lý thuyết thanh thành mỏng của Vlasov [14] với giả thiết biến dạng cắt trong mặt phẳng trung bình của thanh mỏng bằng 0 dẫn đến tiết diện dầm giữ nguyên hình dạng trong mặt phẳng tiết diện hay nói cách khác là góc vuông giữa bản cánh và bản bụng vẫn vuông khi dầm bị mất ổn định, trong khi đó khi phân tích dầm công xôn bằng phần tử hữu hạn dạng vỏ mỏng luôn xuất hiện biến dạng cắt trong mặt phẳng trung bình của phần tử. Do đó, mô men tới hạn của dầm công xôn không có sườn đầu dầm tính theo công thức (5) lớn hơn kết quả tính theo SAP2000. Khi có sườn đầu dầm, tiết diện dầm được đảm bảo giữ nguyên hình dạng khi dầm mất ổn định nên mô men tới hạn tính theo công thức (5) và (7) cho kết quả sát với mô phỏng. Điều này cho thấy nên sử dụng sườn đầu dầm ngay cả khi bề dày sườn không lớn.

Về hiệu quả: Qua tỷ số M_{cr}/M_{ocr} nhận thấy hiệu quả của sườn đầu dầm đến mômen tới hạn tăng khi bề dày sườn đầu dầm tăng, mômen tới hạn tăng lên đáng kể khi bề dày sườn đầu dầm gấp 1,5 lần bề dày cánh dầm.

5. Kết luận

Bài báo đã chứng minh khả năng ổn định tổng thể của dầm công xôn chịu mô men uốn đều được tăng lên đáng kể khi kể đến các sườn đầu dầm. Sườn đầu dầm làm giảm chiều dài tính toán đối với xoắn của dầm. Bài báo đã đề xuất công thức xác định chiều dài tính toán chịu xoắn của dầm công xôn thay thế cho ảnh hưởng của sườn đầu dầm. Ví dụ tính toán cho thấy nên sử dụng sườn đầu dầm để tăng khả năng ổn định tổng thể cho dầm công xôn và mô men tới hạn sẽ tăng lên đáng kể khi bề dày sườn đầu dầm lớn hơn 1,5 lần bề dày bản cánh.

Tài liệu tham khảo

- [1] Takabatake, H. (1988). [Lateral buckling of I beams with web stiffeners and batten plates](#). *International Journal of Solids and Structures*, 24(10):1003–1019.
- [2] Takabatake, H., Kusumoto, S., Inoue, T. (1991). [Lateral buckling behavior of I beams stiffened with stiffeners](#). *Journal of Structural Engineering*, 117(11):3203–3215.

- [3] Amara, S., Kerdal, D. E., Jaspert, J.-P. (2008). [Effect of end connection restraints on the stability of steel beams in bending](#). *Advanced Steel Construction*, 243–259.
- [4] Lindner, J., Gietzelt, R. (1984). Stabilisierung von Biegeträgern mit I-Profil durch angeschweißte Kopfplatten. *Stahlbau*, 53(3):69–74.
- [5] Trahair, N. S. (1993). *Flexural-torsional buckling of structures*. E & FN Spon, London.
- [6] Pi, Y.-L., Trahair, N. S. (2000). [Distortion and warping at beam supports](#). *Journal of Structural Engineering*, 126(11):1279–1287.
- [7] Hassanien, M., Bahaa, M., Sobhy, H., Hassan, A., Inoue, J. (2004). [Effect of vertical web stiffeners on lateral torsional buckling behavior of cantilever steel I-beams](#). *Journal of Applied Mechanics*, 7:233–246.
- [8] Djalaly, H. (1974). Calcul de la resistance ultime au deversement. *Construction Metallique*, 11(4):54–61.
- [9] Cuong, B. H., Tuyen, N. M., Cuong, N. Q. (2016). [Flexural-torsional buckling of mono-symmetrical I-section beam with hollow flange](#). *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE)-NUCE*, 10(5):11–18.
- [10] Tùng, V. S., Cường, B. H. (2017). Hiệu quả của dầm tổ hợp hàn tiết diện chữ I cánh rỗng. *Tạp chí khoa học Kiến trúc & Xây dựng, Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội*, 27:54–60.
- [11] Tùng, V. S., Cường, B. H. (2018). [Ổn định tổng thể của dầm thép với dạng tiết diện chữ I hai bụng tổ hợp hàn có hai trục đối xứng](#). *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng (KHCN XD)-ĐH XD*, 12(4):51–57.
- [12] EC3 (1992). *Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1-1: general rules and rules for buildings, ENV 1993-1-1*. European Committee Standardization, Brussels.
- [13] EC3 (2005). *Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1-1: general rules and rules for buildings, EN 1993-1-1*. European Committee Standardization, Brussels.
- [14] Vlasov, V. Z. (1961). *Thin-walled elastic beams*. Israel Program for Scientific Translation, Jerusalem.