

XÁC ĐỊNH HỆ SỐ HIỆU CHỈNH CẮT TRONG DẦM LÀM BẰNG VẬT LIỆU CÓ CƠ TÍNH BIẾN THIÊN

Trần Bình Định^a, Nguyễn Văn Lợi^{a,*}, Chu Thanh Bình^a

^a*Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng,
55 đường Giải Phóng, quận Hai Bà Trưng, Hà Nội, Việt Nam*

Nhận ngày 23/10/2018, Sửa xong 30/11/2018, Chấp nhận đăng 30/11/2018

Tóm tắt

Trong nghiên cứu này, một phương pháp tiếp cận để xác định hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm làm bằng vật liệu có cơ tính biến thiên (FGM) được trình bày. Hệ số này xuất hiện trong biểu thức của lực cắt trong dầm. Dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất và nguyên lý năng lượng tương đương, các biểu thức của hệ số hiệu chỉnh cắt cho ba loại dầm làm bằng vật liệu có cơ tính biến thiên (dầm loại P-FGM, S-FGM, E-FGM) được thiết lập. Ở đây, mô-đun đàn hồi của dầm FGM được giả thiết thay đổi theo các hàm phân bố của các đại lượng của tỷ lệ thể tích các vật liệu thành phần. Mục tiêu của bài báo này là trình bày một phương pháp đơn giản để xác định biểu thức của hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm FGM, dựa trên lý thuyết dầm biến dạng cắt bậc nhất, bài toán một chiều. Trong mục kết quả số, một số ảnh hưởng của các tham số vật liệu, tỷ số mô-đun đàn hồi, và hệ số Poisson đến hệ số hiệu chỉnh cắt cũng được khảo sát. Cuối cùng, vài kết luận về hệ số hiệu chỉnh cắt cho thấy có sai số đáng kể so với giá trị 5/6.

Từ khoá: lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất; dầm P-FGM; dầm S-FGM; dầm E-FGM; hệ số hiệu chỉnh cắt.

SHEAR CORRECTION FACTOR OF FUNCTIONALLY GRADED BEAM

Abstract

In this study, an approach to determinate the shear correction factor for beam made of functionally graded materials (FGM) is presented. This factor appears in the expression of the shear force in beam. Based on the first-order deformation theory and energy equivalence principle, expressions of the shear correction factor for three types of FG beams (P-FGM, S-FGM, E-FGM) is developed. Here, the modulus of elasticity of the FG beam is assumed to vary according to distribution functions in terms of the volume fractions of the constituents. The aim of this paper is to present a simple approach for determination the expression of the shear correction factor in FG beam based on the first-order beam deformation theory, one-dimensional case. In the numerical results section, several influences of material parameters, the ratio of elastic moduli, and Poisson ratio on the shear deformation factor are also investigated. Finally, several conclusions for shear deformation factor given show significant differences in comparison with the value 5/6.

Keywords: first-order deformation theory; P-FGM beam; S-FGM beam, E-FGM beam; shear correction factor.

[https://doi.org/10.31814/stce.nuce2018-12\(7\)-06](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2018-12(7)-06) © 2018 Trường Đại học Xây dựng (NUCE)

1. Giới thiệu

Những kết cấu dạng dầm, tấm và vỏ được sử dụng phổ biến trong các lĩnh vực kỹ thuật: xây dựng, giao thông, công nghiệp hàng không, vũ trụ, công nghệ hạt nhân... Một đặc điểm đáng chú ý là rất nhiều kết cấu loại này làm việc trong điều kiện khắc nghiệt như nhiệt độ cao, môi trường ăn mòn ...

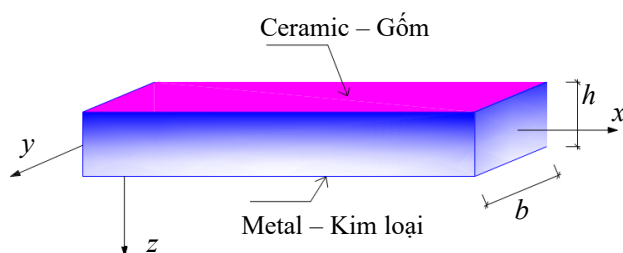
*Tác giả chính. Địa chỉ e-mail: loinv@nuce.edu.vn (Lợi, N. V.)

Từ yêu cầu đó, một số nhà khoa học Nhật Bản [1] đã đề xuất một loại vật liệu mới: vật liệu có cơ tính biến thiên (FGM). Trong bài báo này, tác giả tập trung vào xác định hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm làm bằng vật liệu FGM, hệ số này xuất hiện trong biểu thức của lực cắt trong dầm khi tính toán theo lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất.

Trước đây, có một số nhà nghiên cứu đã cố gắng cải tiến hệ số hiệu chỉnh cắt để mang lại kết quả chính xác hơn cho dao động của dầm và tầm đẳng hướng, chẳng hạn như nghiên cứu [2]. Tiếp đó, dựa trên lý thuyết dầm Timoshenko, bài báo [3] đã trình bày nghiên cứu về hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm có mặt cắt ngang khác nhau làm bằng vật liệu đẳng hướng như: tròn đặc, tròn rỗng, chữ nhật, elip, bán nguyệt, thanh thành mỏng chữ T, I ... Gần đây, tác giả [4], bằng phương pháp giải tích đã đưa ra công thức mới về hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm Timoshenko. Ngoài ra, nhóm tác giả [5] cũng đã trình bày cách xác định hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm có mặt cắt ngang bất kỳ bằng phương pháp phần tử hữu hạn.

Đối với kết cấu làm bằng vật liệu FGM, bài báo [6] đề xuất công thức xác định hệ số hiệu chỉnh cắt phụ thuộc vào cả hệ số Poisson và chỉ số thể tích vật liệu của tấm FGM. Tiếp đó, các tác giả [7, 8] đã sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất, để mô hình hóa kết cấu tấm làm bằng vật liệu có cơ tính biến thiên loại P-FGM và kết cấu FGM sandwich, trong đó hệ số hiệu chỉnh cắt chính xác hơn cũng đã được xét đến. Gần đây, các tác giả [9] đã trình bày lời giải giải tích để xác định hệ số hiệu chỉnh cắt trong dầm FGM, bằng cách sử dụng lý thuyết tấm biến dạng cắt bậc nhất, sau đó đưa một phần về bài toán một chiều để tính toán cho dầm. Nhìn chung, cách tiếp cận này là hơi phức tạp cho bài toán dầm.

Trên cơ sở tìm hiểu đó, tác giả lựa chọn cách tiếp cận là sử dụng lý thuyết dầm, bài toán một chiều, dựa trên lý thuyết dầm biến dạng cắt bậc nhất, để từ đó thiết lập công thức xác định hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm FGM. Về cơ bản, cách tiếp cận sử dụng lý thuyết dầm là đơn giản và phù hợp cho bài toán dầm FGM, và có tiềm năng trong việc áp dụng để phân tích kết cấu dầm. Trong bài báo này, các tính toán được thực hiện theo mặt trung bình của dầm FGM, không tính toán theo mặt trung hòa, không xét đến sự thay đổi vị trí của trục trung hòa [7–12]. Ngoài ra, trong phần các kết quả số tác giả có phân tích một số ảnh hưởng của các tham số vật liệu, tỷ số mô-đun đàn hồi và hệ số Poisson đến hệ số hiệu chỉnh cắt của ba loại dầm làm bằng vật liệu có cơ tính biến thiên P-FGM, S-FGM và E-FGM.



Hình 1. Dầm làm bằng vật liệu FGM

2. Lý thuyết dầm FGM biến dạng cắt bậc nhất

Theo [13], có ba dạng quy luật phân bố của tỷ lệ vật liệu thành phần, đó là dạng P-FGM, S-FGM và E-FGM. Trong đó, mô-đun đàn hồi của vật liệu, hệ số Poisson, khối lượng riêng... được giả thiết biến thiên theo các quy luật dưới đây.

Dạng P-FGM:

$$V(z) = g(z) V_m + [1 - g(z)] V_c \quad (1)$$

trong đó $g(z) = \left(\frac{z + h/2}{h}\right)^p$.

Dạng S-FGM:

$$V(z) = \begin{cases} g_1(z)V_m + [1 - g_1(z)] V_c & \text{khi } 0 \leq z \leq \frac{h}{2} \\ g_2(z)V_m + [1 - g_2(z)] V_c & \text{khi } -\frac{h}{2} \leq z \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

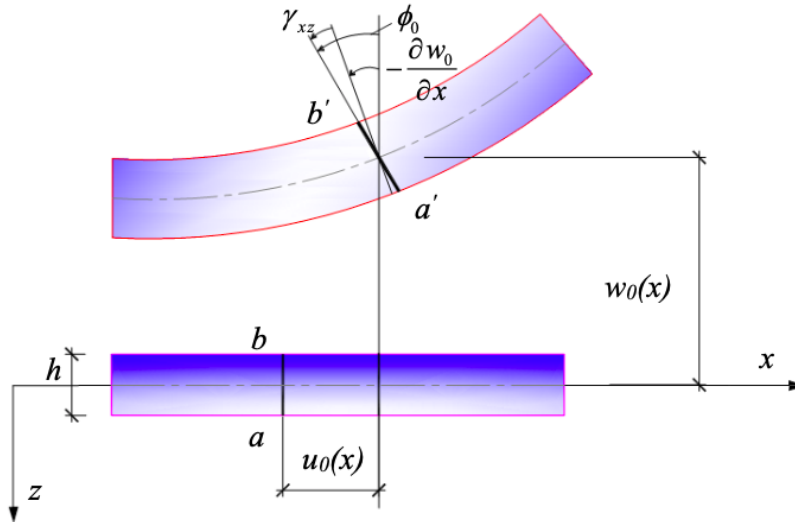
trong đó $\begin{cases} g_1(z) = 1 - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2z}{h}\right)^p & \text{khi } 0 \leq z \leq \frac{h}{2} \\ g_2(z) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2z}{h}\right)^p & \text{khi } -\frac{h}{2} \leq z \leq 0 \end{cases}$.

Dạng E-FGM:

$$V(z) = V_c e^{B(z+h/2)} \quad (3)$$

trong đó $B = \frac{1}{h} \ln(V_m/V_c)$.

Ở đây, các ký hiệu được sử dụng là: p là tham số vật liệu, h là chiều cao dầm, V_c và V_m là mô đun đàn hồi (hệ số Poisson, khối lượng riêng ...) của vật liệu ở mặt trên và ở mặt dưới của dầm.



Hình 2. Biến dạng trong dầm FGM

Theo lý thuyết dầm biến dạng cắt bậc nhất, các thành phần chuyển vị tại một điểm thuộc dầm như sau [14, 15]:

$$\begin{aligned} u(x, z) &= u_0(x) + z\phi_0(x) \\ w(x, z) &= w_0(x) \end{aligned} \quad (4)$$

trong đó $w_0(x)$, $u_0(x)$ là các thành phần chuyển vị theo phương z (độ võng) và chuyển vị theo phương x của điểm tương ứng thuộc trục dầm; $\phi_0(x)$ là góc xoay của mặt cắt ngang dầm quanh trục y .

Các thành phần biến dạng dài và biến dạng cắt tại một điểm thuộc dầm là:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z\kappa_x \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_0\end{aligned}\quad (5)$$

trong đó $\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}$, $\kappa_x = \frac{\partial \phi_0}{\partial x}$ lần lượt là thành phần biến dạng dài tại trục dầm và thành phần đạo hàm của góc xoay.

Các ứng suất trong dầm:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= Q_{11}\varepsilon_x = Q_{11}\varepsilon_x^0 + zQ_{11}\kappa_x \\ \tau_{xz} &= Q_{55}\gamma_{xz}\end{aligned}\quad (6)$$

với vật liệu FGM: $Q_{11} = E(z)$; $Q_{55} = G(z) = \frac{E(z)}{2[1+\nu(z)]}$, chi tiết Q_{55} xem trong [9]. Ở đây, $E(z)$ và $\nu(z)$ lần lượt là mô-đun đàn hồi và hệ số Poisson của vật liệu.

Xét dầm chữ nhật có bề rộng đơn vị, các thành phần nội lực trong dầm FGM là:

$$\left\{ \begin{matrix} N \\ M \end{matrix} \right\} = \int_{-h/2}^{h/2} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ z \end{matrix} \right\} \sigma_x dz; \quad Q = K_s \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} dz \quad (7)$$

trong đó, h là chiều cao của dầm và K_s là hệ số hiệu chỉnh cắt của dầm.

Các thành phần nội lực trong dầm FGM là:

$$\begin{aligned}\left\{ \begin{matrix} N \\ M \end{matrix} \right\} &= \int_{-h/2}^{h/2} \left[\begin{matrix} (Q_{11}\varepsilon_x^0 + zQ_{11}\kappa_x) \\ (zQ_{11}\varepsilon_x^0 + z^2Q_{11}\kappa_x) \end{matrix} \right] dz = \left[\begin{matrix} A & B \\ B & D \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} \varepsilon_x^0 \\ \kappa_x \end{matrix} \right\} \\ Q &= K_s \int_{-h/2}^{h/2} Q_{55}\gamma_{xz} dz = K_s A_{55}\gamma_{xz}\end{aligned}\quad (8)$$

$$\text{trong đó } A = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{11} dz; B = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{11} z dz; D = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{11} z^2 dz; A_{55} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{55} dz.$$

3. Xác định hệ số hiệu chỉnh cắt dầm FGM

Từ phương trình (8) ta có thể tính được các thành phần biến dạng dọc trục và thành phần đạo hàm góc xoay của dầm theo các thành phần nội lực:

$$\left\{ \begin{matrix} \varepsilon_x^0 \\ \kappa_x \end{matrix} \right\} = \left[\begin{matrix} -D/(B^2 - AD) & B/(B^2 - AD) \\ B/(B^2 - AD) & -A/(B^2 - AD) \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} N \\ M \end{matrix} \right\} \quad (9)$$

Bỏ qua lực thể tích từ phương trình cân bằng tĩnh của các lực phân tố trong mặt phẳng xz ta có [9, 16]:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}^*}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

trong đó τ_{xz}^* là ứng suất tiếp thực trong dầm tính theo công thức (10).

Biến đổi phương trình (10), rồi tích phân theo z , sau đó thế biểu thức ứng suất pháp từ công thức (6) vào kết quả thì ta được:

$$\tau_{xz}^* = - \int_{-h/2}^z \left(\begin{Bmatrix} Q_{11} & zQ_{11} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \kappa_x \end{Bmatrix} \right)_{,x} dz \quad (11)$$

Tiếp theo, thế biểu thức (9) vào biểu thức (11), ta được biểu thức tính ứng suất tiếp thực trong dầm:

$$\tau_{xz}^* = -(AD - B^2)^{-1} [(Da_1 - Bb_1) N_{,x} + (Ab_1 - Ba_1) M_{,x}] \quad (12)$$

$$\text{trong đó } a_1 = \int_{-h/2}^z Q_{11} dz; b_1 = \int_{-h/2}^z zQ_{11} dz.$$

Từ các biểu thức (12) và (6) ta được biểu thức của biến dạng cắt thực là:

$$\gamma_{xz}^* = -\frac{1}{Q_{55}}(AD - B^2)^{-1} [(Da_1 - Bb_1) N_{,x} + (Ab_1 - Ba_1) M_{,x}] \quad (13)$$

Với bài toán tĩnh, và không xét đến tải trọng dọc trục, ta có:

$$M_{,x} = Q; \quad N_{,x} = 0 \quad (14)$$

Do vậy, biểu thức ứng suất tiếp và biến dạng cắt (12) và (13) trở thành:

$$\begin{aligned} \tau_{xz}^* &= -Q(AD - B^2)^{-1} (Ab_1 - Ba_1) \\ \gamma_{xz}^* &= -\frac{Q}{Q_{55}}(AD - B^2)^{-1} (Ab_1 - Ba_1) \end{aligned} \quad (15)$$

Mặt khác, biểu thức năng lượng biến dạng cắt trên mỗi đơn vị chiều dài của dầm là [9, 16]:

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \frac{(\tau_{xz}^*)^2}{Q_{55}} dz = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{(AD - B^2)^2} \int_{-h/2}^{h/2} \frac{(Ab_1 - Ba_1)^2}{Q_{55}} dz \quad (16)$$

Theo lý thuyết dầm biến dạng cắt bậc nhất, biến dạng cắt được giả thiết là phân bố đều γ_{xz} , và biểu thức năng lượng biến dạng cắt trên mỗi đơn vị chiều dài là [7-9, 16]:

$$U_2 = \frac{1}{2} Q \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{K_s A_{55}} \quad (17)$$

Cân bằng năng lượng biến dạng cắt ở hai trường hợp biểu thức (16) và (17), ta được:

$$K_s = \frac{(AD - B^2)^2}{A_{55}} \left[\int_{-h/2}^{h/2} \frac{(Ab_1 - Ba_1)^2}{Q_{55}} dz \right]^{-1} \quad (18)$$

Công thức (18) sử dụng để tính toán hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm P-FGM và E-FGM. Khi tính toán hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm S-FGM thì công thức có dạng:

$$K_s = \frac{(A.D - B^2)^2}{A_{55}} \left[\int_{-h/2}^0 \frac{(Ab_{11} - Ba_{11})^2}{Q_{55}} dz + \int_0^{h/2} \frac{(Ab_{12} - Ba_{12})^2}{Q_{55}} dz \right]^{-1} \quad (19)$$

$$\text{trong đó } a_{11} = \int_{-h/2}^z Q_{11} dz; b_{11} = \int_{-h/2}^z z Q_{11} dz; a_{12} = \int_z^{h/2} Q_{11} dz; b_{12} = \int_z^{h/2} z Q_{11} dz.$$

4. Phân tích và đánh giá kết quả số

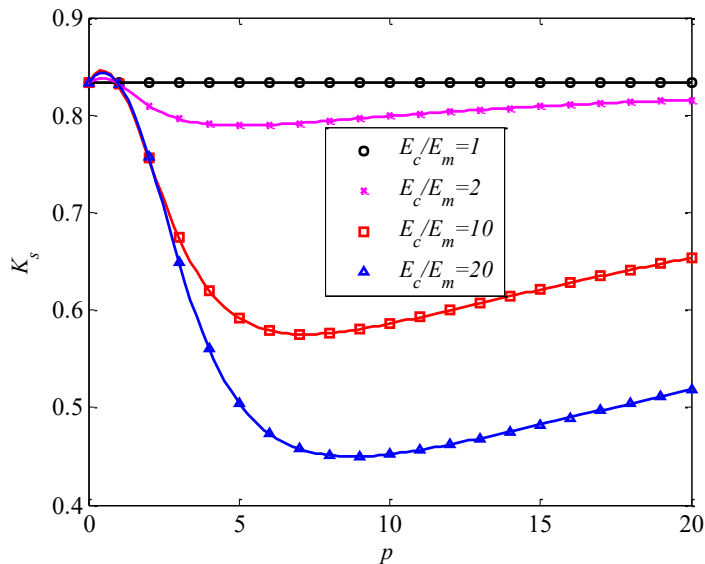
Để kiểm tra chương trình tính, kết quả hệ số hiệu chỉnh cắt của dầm P-FGM và S-FGM của bài báo được so sánh với kết quả của nhóm tác giả [9], kết quả so sánh cho thấy sự trùng khớp. Trên cơ sở đó, tác giả tiến hành phân tích một số ảnh hưởng của các tham số đến hệ số hiệu chỉnh cắt của dầm P-FGM, S-FGM và E-FGM.

4.1. Dầm P-FGM

Để khảo sát ảnh hưởng của tham số vật liệu p đến hệ số hiệu chỉnh cắt của dầm P-FGM, tác giả đã tiến hành xác định hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm với tham số vật liệu p thay đổi. Kết quả hệ số hiệu chỉnh cắt được thể hiện như trong Bảng 1 và được minh họa trên đồ thị Hình 3.

Bảng 1. Ảnh hưởng của tham số vật liệu p đến hệ số hiệu chỉnh cắt dầm P-FGM

E_c/E_m	p						
	0	1	2	5	10	15	20
1	0,8333	0,8333	0,8333	0,8333	0,8333	0,8333	0,8333
10	0,8333	0,8312	0,7563	0,5919	0,5860	0,6211	0,6535
20	0,8333	0,8323	0,7580	0,5043	0,4521	0,4825	0,5185



Hình 3. Ảnh hưởng của tham số vật liệu p đến hệ số hiệu chỉnh cắt dầm P-FGM

Từ các kết quả của Bảng 1 và đồ thị Hình 3, ta thấy rằng ở trường hợp vật liệu đẳng hướng $p = 0$ hoặc $E_c/E_m = 1$, thì hệ số hiệu chỉnh cắt là bằng 5/6. Mặt khác, khi tăng chỉ số thể tích, thì hệ số hiệu

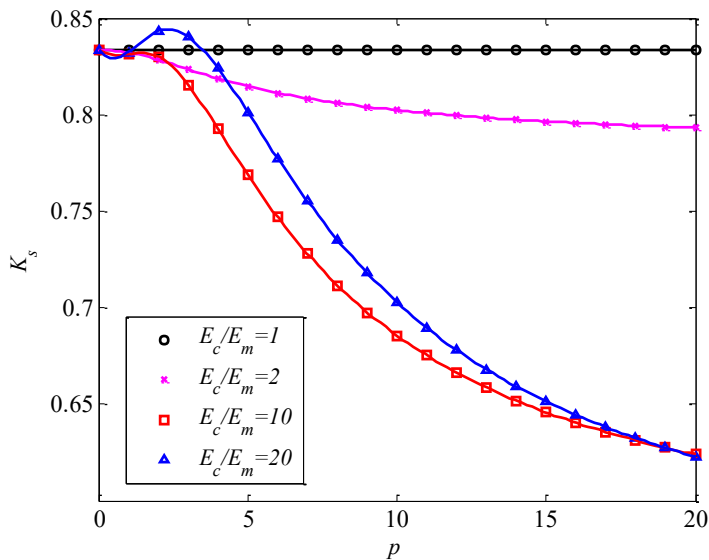
chỉnh cắt dầm P-FGM đạt cực tiểu $p = 4 \div 9$, sau đó tiếp tục tăng trở lại. Ngoài ra, từ kết quả ở Bảng 1 ta thấy rằng chênh lệch lớn nhất của giá trị hệ số hiệu chỉnh cắt so với giá trị $5/6$ là 45,8%.

4.2. Dầm S-FGM

Để khảo sát ảnh hưởng của tham số vật liệu p đến hệ số hiệu chỉnh cắt của dầm S-FGM, tác giả đã tiến hành xác định hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm với tham số vật liệu p thay đổi. Kết quả hệ số hiệu chỉnh cắt được thể hiện như trong Bảng 2 và được biểu diễn trên đồ thị Hình 4.

Bảng 2. Ảnh hưởng của tham số vật liệu p đến hệ số hiệu chỉnh cắt dầm S-FGM

E_c/E_m	p						
	0	1	2	5	10	15	20
1	0,8333	0,8333	0,83333	0,83333	0,8333	0,8333	0,8333
2	0,8333	0,8320	0,82835	0,81473	0,8024	0,7965	0,7932
10	0,8333	0,8312	0,83026	0,76893	0,6856	0,6458	0,6239
20	0,8333	0,8323	0,84330	0,80131	0,7028	0,6513	0,6228



Hình 4. Ảnh hưởng của tham số vật liệu p đến hệ số hiệu chỉnh cắt dầm S-FGM

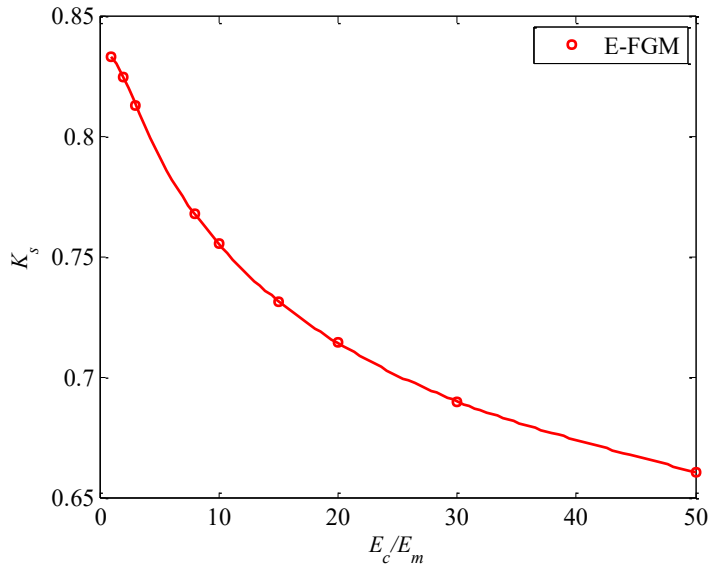
Dựa vào Bảng 2 và đồ thị Hình 4, ta có thể thấy rằng ở trường hợp vật liệu đẳng hướng $p = 0$ hoặc $E_c/E_m = 1$, thì hệ số hiệu chỉnh cắt là bằng $5/6$. Mặt khác, khi tăng chỉ số thể tích p , thì hệ số hiệu chỉnh cắt dầm S-FGM giảm liên tục. Ngoài ra, từ kết quả Bảng 2 ta cũng thấy chênh lệch lớn nhất của giá trị hệ số hiệu chỉnh cắt dầm S-FGM so với giá trị $5/6$ là 25,3%.

4.3. Dầm E-FGM

Do hệ số hiệu chỉnh cắt của dầm E-FGM không phụ thuộc vào tham số vật liệu p nên tác giả chỉ tiến hành phân tích ảnh hưởng của tỷ lệ mô đun đàn hồi E_c/E_m . Ở đây, tác giả đã tiến hành xác định hệ số hiệu chỉnh cắt cho dầm E-FGM với tỷ số E_c/E_m thay đổi. Kết quả hệ số hiệu chỉnh cắt được liệt kê trong Bảng 3 và được thể hiện bằng đồ thị Hình 5.

Bảng 3. Ảnh hưởng của tỷ số E_c/E_m đến hệ số hiệu chỉnh cắt dầm E-FGM

	E_c/E_m						
	1	2	3	8	10	15	20
Tác giả	0,8333	0,8252	0,8134	0,7682	0,7557	0,7320	0,7147



Hình 5. Ảnh hưởng của tỷ số E_c/E_m đến hệ số hiệu chỉnh cắt của dầm E-FGM

4.4. Ảnh hưởng của hệ số Poisson

Các khảo sát dưới đây được tiến hành cho trường hợp hệ số Poisson $\nu(z) = \text{const}$ là hằng số theo chiều dầm và trường hợp $\nu(z)$ thay đổi, theo cùng quy luật với mô đun đàn hồi, như biểu thức 1–3. Các Bảng 4–6 thể hiện sự ảnh hưởng của hệ số Poisson đến hệ số hiệu chỉnh cắt của dầm P-FGM, S-FGM và E-FGM với các tham số vật liệu p và tỷ số E_c/E_m khác nhau.

Bảng 4. Ảnh hưởng của hệ số Poisson đến hệ số hiệu chỉnh cắt dầm P-FGM

$E_c/E_m = 6$	p						
	0	1	2	5	10	15	20
$\nu(z) = \text{const}$	0,8333	0,8305	0,7662	0,6641	0,6746	0,7047	0,7294
$\nu(z)$	0,8333	0,8177	0,7421	0,6385	0,6541	0,6877	0,7149
Sai số (%)	0,0%	1,5%	3,1%	3,9%	3,0%	2,4%	2,0%

Từ các kết quả phân tích ở Bảng 4–6, ta thấy rằng khi coi hệ số Poisson là hằng số theo chiều dầm thì hệ số hiệu chỉnh cắt cho cùng một kết quả, như vậy, trong trường hợp này, giá trị hệ số hiệu chỉnh cắt không phụ thuộc vào giá trị hệ số Poisson. Tuy nhiên, khi xét đến sự thay đổi của hệ số Poisson theo chiều dầm thì nó có ảnh hưởng đến kết quả hệ số hiệu chỉnh cắt. Đối với dầm P-FGM, chênh lệch lớn nhất giữa trường hợp có và trường hợp không thay đổi hệ số Poisson theo chiều dầm là 3,9%.

Bảng 5. Ảnh hưởng của hệ số Poisson đến hệ số hiệu chỉnh cắt dầm S-FGM

$E_c/E_m = 6$	p						
	0	1	2	5	10	15	20
$\nu(z) = \text{const}$	0,8333	0,8305	0,8233	0,7670	0,7053	0,6765	0,6606
$\nu(z)$	0,8333	0,8177	0,8015	0,7307	0,6618	0,6306	0,6137
Sai số (%)	0,0%	1,5%	2,7%	4,7%	6,2%	6,8%	7,1%

Bảng 6. Ảnh hưởng của hệ số Poisson đến hệ số hiệu chỉnh cắt dầm E-FGM

$p = 2$	E_c/E_m						
	1	2	3	8	10	15	20
$\nu(z) = \text{const}$	0,83333	0,82520	0,81336	0,76822	0,75572	0,73195	0,71467
$\nu(z)$	0,83380	0,81955	0,80450	0,75333	0,73985	0,71464	0,69662
Sai số (%)	0,1%	0,7%	1,1%	1,9%	2,1%	2,4%	2,5%

Đối với dầm S-FGM, chênh lệch lớn nhất giữa trường hợp có và trường hợp không thay đổi hệ số Poisson là 7,1%. Đối với dầm E-FGM, chênh lệch lớn nhất giữa chúng là 2,5%.

5. Kết luận

Từ các kết quả phân tích về hệ số hiệu chỉnh cắt của ba loại dầm P-FGM, S-FGM và E-FGM, ta có thể thấy rằng hệ số hiệu chỉnh cắt của dầm làm bằng vật liệu có cơ tính biến thiên phụ thuộc vào tham số vật liệu p (dầm P-FGM, S-FGM), tỷ số vật liệu E_c/E_m và hệ số Poisson, cụ thể là:

- Khi tham số vật liệu p và tỷ số mô đun đàn hồi vật liệu E_c/E_m thay đổi, dầm P-FGM chênh lệch lớn nhất là 45,8%, dầm S-FGM chênh lệch lớn nhất là 25,3%, dầm E-FGM chênh lệch lớn nhất là 16,6% so với giá trị 5/6.

- Khi xét hệ số Poisson thay đổi theo chiều dày, giá trị hệ số hiệu chỉnh cắt chênh lệch lớn nhất khoảng 2,5–7,1% so với trường hợp hệ số này bằng hằng số. Còn khi hệ số Poisson là hằng số theo chiều dày, thì giá trị hệ số hiệu chỉnh cắt không phụ thuộc vào giá trị hệ số Poisson.

Như vậy, có thể áp dụng nghiên cứu từ bài báo này để có kết quả hệ số hiệu chỉnh cắt chính xác hơn, sau đó sử dụng hệ số này vào bài toán phân tích tĩnh dầm FGM để làm tăng độ chính xác của kết quả tính.

Tài liệu tham khảo

- [1] Koizumi, M. (1997). [FGM activities in Japan](#). *Composites Part B: Engineering*, 28(1-2):1–4.
- [2] Timoshenko, S. P. (1922). [X. On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section](#). *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 43(253):125–131.
- [3] Cowper, G. R. (1966). [The shear coefficient in Timoshenko's beam theory](#). *Journal of Applied Mechanics*, 33(2):335–340.
- [4] Hutchinson, J. R. (2001). [Shear coefficients for Timoshenko beam theory](#). *Journal of Applied Mechanics*, 68(1):87–92.
- [5] Gruttmann, F., Wagner, W. (2001). [Shear correction factors in Timoshenko's beam theory for arbitrary shaped cross-sections](#). *Computational Mechanics*, 27(3):199–207.

- [6] Efraim, E., Eisenberger, M. (2007). [Exact vibration analysis of variable thickness thick annular isotropic and FGM plates](#). *Journal of Sound and Vibration*, 299(4-5):720–738.
- [7] Nguyen, T.-K., Sab, K., Bonnet, G. (2007). [Shear correction factors for functionally graded plates](#). *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 14(8):567–575.
- [8] Nguyen, T.-K., Sab, K., Bonnet, G. (2008). [First-order shear deformation plate models for functionally graded materials](#). *Composite Structures*, 83(1):25–36.
- [9] Mena, R., Tounsi, A., Mouaici, F., Mechab, I., Zidi, M., Bedia, E. A. A. (2012). [Analytical solutions for static shear correction factor of functionally graded rectangular beams](#). *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 19(8):641–652.
- [10] Lợi, N. V., Định, T. B., Bình, C. T. (2018). [Phân tích tần số dao động riêng của vỏ trụ tròn làm bằng vật liệu có cơ tính biến thiên có gân gia cường](#). *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE) - NUCE*, 12(6):20–28.
- [11] Tu, T. M., Loi, N. V. (2017). [Free vibration of rotating functionally graded material cylindrical shells with orthogonal stiffeners](#). *Design, Manufacturing and Applications of Composites*, 212–219.
- [12] Tu, T. M., Loi, N. V. (2016). [Vibration analysis of rotating functionally graded cylindrical shells with orthogonal stiffeners](#). *Latin American Journal of Solids and Structures*, 13(15):2952–2969.
- [13] Chi, S.-H., Chung, Y.-L. (2006). [Mechanical behavior of functionally graded material plates under transverse load—Part I: Analysis](#). *International Journal of Solids and Structures*, 43(13):3657–3674.
- [14] Reddy, J. N. (1999). [On the dynamic behaviour of the Timoshenko beam finite elements](#). *Sadhana*, 24(3):175–198.
- [15] Ke, L.-L., Yang, J., Kitipornchai, S., Xiang, Y. (2009). [Flexural vibration and elastic buckling of a cracked Timoshenko beam made of functionally graded materials](#). *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 16(6):488–502.
- [16] Madabhushi-Raman, P., Davalos, J. F. (1996). [Static shear correction factor for laminated rectangular beams](#). *Composites Part B: Engineering*, 27(3-4):285–293.